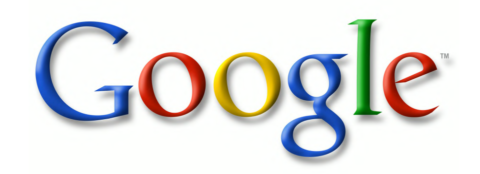
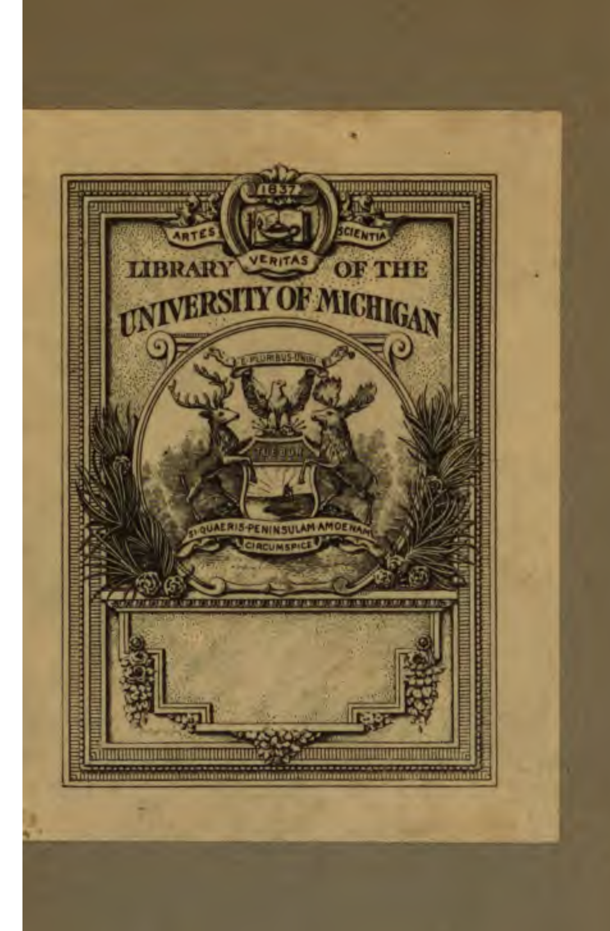



1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exacten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und gehobenen Bürgerschulen.

(Zugleich Organ der math.-naturw.-didact. Sectionen der Philologen-, Naturforscher- und allgemeinen deutschen Lehrer-Versammlung.)

Unter Mitwirkung der Herren Prof. Dr. Bauer in Karlsruhe, Dr. Bardey in Brandenburg, Univ.-Prof. Dr. Frischauf in Graz, Gymn.-Prof. Dr. Günther in Ansbach, Director Dr. Pisko und Dr. Pick in Wien, Prof. Scherling in Lübeck, Director Dr. Schwarz in Gumbinnen u. v. A.

herausgegeben

von

J. C. V. Hoffmann.

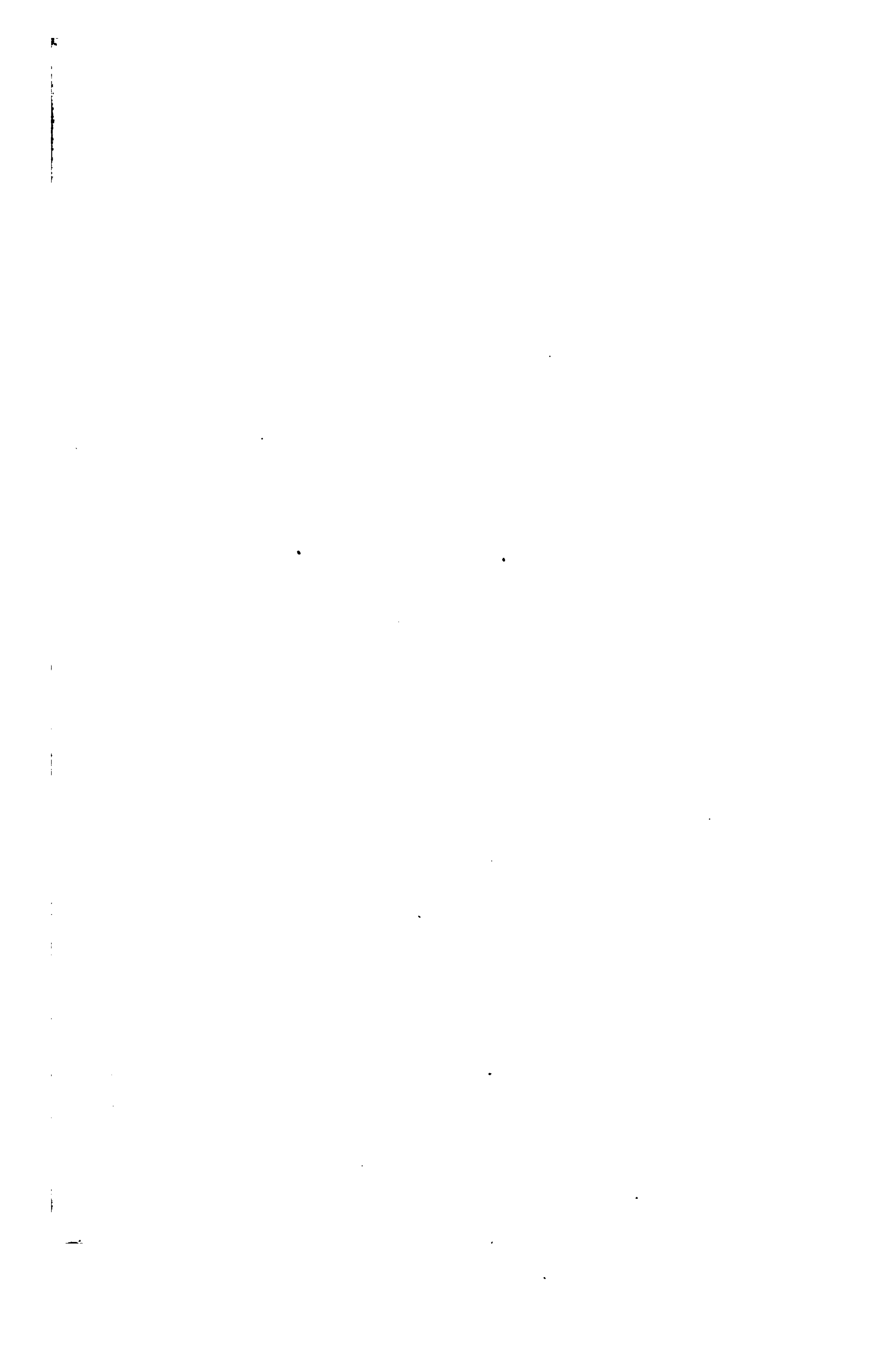


Elfter Jahrgang.

Leipzig,

Druck und Verlag von B. G. Teubner.

1880.



Inhaltsverzeichniss des 11. Bandes.

I. Abhandlungen (grössere Aufsätze) und kleinere Mittheilungen (Sprech- und Discussions-Saal und Aufgaben-Repertorium).

A) Organisation des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

B) Specielle Methodik der mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer.

1. Mathematik.

a) Allgemeines.

b) Arithmetik.

c) Geometrie.

2) Naturwissenschaften.

a) Allgemeines.

Vacat.

b) Physik und Chemie.

c) Naturgeschichte. } Vacat.
d) Geographie. }

C) Lehrmittel (inclus. Lehrutensilien).

Schulutensilien.

D) Beiträge zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen früher gestellter Aufgaben.

No.	gestellt von	in Band und Heft *)	gelöst von	Seite
63	*Reidt*	IX_5, 372	*Rosenbaum*	30
		(nicht mitgetheilt,	weil zu leicht).	
70	*Emsmann*	X_2, 118	vom Aufgabesteller mit 1 Fig.	30—31
75	*v. Schäwen*	X_3, 197	1. Aufl. von *v. Lühmann* X_5, 347	
			2. Aufl. von *Kiehl*	31—32
			3. „ „ *Weinmeister*	32

*) Die kleine arab. Zahl an der römischen bedeutet die Nummer des Heftes, die grössere die Seite.

No.	gestellt von	in Band und Heft	gelöst von	Seite
76	*v. Schäwen*	X_3, 197	1. Bew. von *v. Lühmann* X_5, 348 2. Bew. von *Kiehl* ... 3. Bew. „ *Kiehl* und *Weinmeister*	32
77	*Schlömilch*	X_3, 197	*Weinmeister* u. *Kiehl* ...	32
78	*Schlömilch*		1. Aufl. *v. Lühmann* X_5, 349 2. Aufl. *Weinmeister* ..	32—33
79	*Schlömilch*		*v. Lühmann* X_5, 349 *Weinmeister*	33
83	*Schlömilch*	X_5, 350	1. Aufl. *Stoll* .... 2. „ *Weinmeister* .. 3. „ *Bermann*	106—107 269
84	*Schlömilch*		1. u. 2. Bew. *Weinmeister* 3. Bew. *Stoll*	107—108
86 87	*Schlömilch* *Schlömilch*	X_5, 351	*Stoll* (u. Bermann) ...... 1. Aufl. *Stoll* .... 2. „ *Capelle*	196—197 197—198
88	*v. Lühmann*	X_5, 352	1. Aufl. *v. Lühmann* . 2. „ *Capelle* ...... 3. „ *Stoll*	198—199
81	*Schlömilch*	X_3, 198	*Capelle*	268
89	*v. Lühmann*	X_5, 352	1. Aufl. *v. Lühmann* mit 1 Fig. .... 2. Aufl. *Stoll*	269—271
91 92	Journal élémentaire „ „	X_6, 421 „	*Aussem, Bein, Capelle* „ „ „	272
96	*Kiehl*	XI_1, 33	1. Aufl. *Stoll* (Cardinaal) 2. „ *v. Lühmann* ...	362—363
98	*Weinmeister*		1. Bew. *Weinmeister* m. 2 Fig. .... 2. Bew. *Stoll*	363—364
97 99	*Weinmeister* *v. Schäwen*	 XI_1, 33	(spec. Fall von 98) ..... *v. Schäwen* (Capelle) ...	364—365 365

Aufl. zu No. 103. 104. 105 gest. von Schlömilch haben eingesandt Bein, Capelle; sind aber, weil vom Aufgabesteller schon angedeutet, nicht mitgetheilt.

No.	gestellt von	in Band und Heft	gelöst von	Seite
107 106	*Unferdinger*	XI_2, 108	*Günther* .... (H. v. Zettmar, Capelle, Grabig.)	431—432

Neue Aufgaben.

No.	Thema	gestellt von	Seite
96	(Parabel)	*Kiehl*	33
97 98	(Lehrs. über Kegelschnitte) ..	*Weinmeister*	33
99	(Stereom.)	*v. Schäwen*	33
100 101 102	Forts. der Lehrsätze über das Sehnenviereck X_6, 93—95	*Consentius*	33—34

E) Sprech- und Discussions-Saal.

a) Allgemeines.

b) Entgegnungen (Antikritiken, Repliken, Dupliken).

II. Literarische Berichte.

A) Recensionen und Anzeigen.

1) Mathematik.

a) Allgemeines (incl. Geschichte und Philosophie der Mathematik).

Lehrbücher und Compendien der gesammten Mathematik.

b) Arithmetik.

Botanik.

Mineralogie und Geognosie etc.

e) Geographie (incl. astronomische und Astronomie überhaupt).

f) Kleiner Literatur-Saal.

g) Statistisches (Kalenderschau.)

h) Signale.

3. Pädagogik (specielle Didaktik) und Schulkunde.

B) Programmenschau.

C) Bibliographie.

III. Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen und Vereine, Schulgesetzgebung, Schulstatistik, Auszüge aus Zeitschriften etc.)

Schulwesen (Schulpraxis).

Journalschau.

NB. Auf dem Titelblatte von Jahrgang X (1879) steht die Jahreszahl 1880 statt 1879.

Alphabetisches Verzeichniss der Mitarbeiter an diesem Bande.

Name	Wohnort	Art der Betheiligung *)	Name	Wohnort	Art der Betheiligung *)
Ackermann	Kassel	Bibliogr. und Progr.-Schau	**v. Lühmann**	Königsberg i. d. Nm.	Spec. Red. des Aufg.-Rep.
(Aussem)	Aachen	Aufg.-Rep.	**Mang**	Baden-Baden	Bericht
Bardey	Brandenburg	Repl.	**Meutzner**	Meissen	Progr.-Schau
Bauer	Karlsruhe	O.-Art.	**Meyer**	Freiburg in Schl.	dsgl.
Bein	Budapest	Aufg.-Rep.	(Milinowski)	Weissenburg i. E.	Repl.
Bermann	Liegnitz	dsgl.	**Pick**	Wien	Rec. f. Astron. u. O.-Art.
Brocard	Algier	dsgl.	**Pisko**	Wien	Rec. f. Phys.
Capelle	Oberhausen	dsgl.	(Reidt)	Hamm	Bem.
Cardinaal	Tilburg (Holland)	dsgl.	**v. Schäwen**	Saarbrücken	Aufg.-Rep.
Consentius	Karlsruhe	dsgl.	**Scherling**	Lübeck	Rec.
Diekmann	Viersen	O.-Art.	**Schlegel**	Waren	Art. u. Rec.
Dronke	Trier	Bericht	**Schlömilch**	Dresden	Aufg.-Rep. und Kl. M.
Emsmann	Stettin	Aufg.-Rep. und O.-Art.	**Schmitz**	Neuburg a. D.	Kl. M.
Engelhardt	Dresden	Rec.	**Schwarz**	Gumbinnen	Rec.
Fleischhauer	Gotha	Aufg.-Rep.	**Stoll**	Bensheim	Aufg.-Rep.
Gilles	Essen	O.-Art.	**Stolzenburg**	Kiel	Kl. M.
Grabig	Sorau	Aufg.-Rep.	**Vogel**	Memmingen	Rec.
Günther	Ansbach	Rec., O.-Art. u. Aufg.-Rep.	**Vollhering**	Bautzen	Aufg.-Rep.
Janeček	Agram	Rec.	**Weinmeister I**	Leipzig	Rec. u. Aufg.-Rep.
Kallius	Berlin	Rec.	**Weisker**	Rathenow	Progr.-Schau u. Kl. M.
Kiehl	Bromberg	Aufg.-Rep.	(v. Zettmar)	Marburg in Steierm.	Aufg.-Rep.
Killing	Brilon	Rec.			
Knothe	Prag	Rec.			
Lampert	Würzburg	Rec.			
Ludwig	Greiz	Rec.			
Lieber	Stettin	Spec. Red. des Aufg.-Rep.			

In Summa mit den auf dem Titelblatt angegebenen Mitredacteuren ca. 50.

*) Abkürzungen: Aufg.-Rep. = Aufgaben-Repertorium. Rec. = Recensionen. O.-Art. = Original-Artikel. Progr.-Schau = Programmschau. Kl. M. = Kleine Mittheilungen. Bem. = Bemerkungen. Repl. = Replik.

Figuren-Verzeichniss.

Heft	Seite	Zugehöriger Aufsatz	Figuren im Text	Figuren auf Tafel
1	31	Aufg.-Rep. Auflösung zu No. 70.	1	enthält dieser Band nicht.
	34	Aufg.-Rep. Aufg. No. 103.	1	
2	101	**Stolzenburg**, Ein Fehler in phys. Lehrbüchern. (Aberration des Lichts.)	1	
3	vacat			
4	270	Aufg.-Rep. Aufl. zu 89.	1	
5	337	**Pick**, Elementare Ableitung etc.	1	
	363—364	Aufg.-Rep. Aufl. zu 98.	2	
	390	Figur zu Hofers Durchschnittsmodellen f. d. Optik.	1	
6	422	**Günther**, Merkwürdige Linien im sphär. Dreieck.	1	
		Summa	9	

Vorwort zum eilften Jahrgange dieser Zeitschrift.

An unsere Leser!

Das vorliegende Unternehmen hat bereits ein Decennium hinter sich. Die weite Verbreitung desselben und die grosse Theilnahme der Fachgenossen, deren es sich erfreut, gereichen dem Gründer und Herausgeber desselben zu grosser Genugthuung und sind ihm ein erfreulicher Beweis dafür, dass das Unternehmen ein nützliches und zeitgemässes und dass der Gedanke, der seinen Keim erschuf, ein glücklicher war. Indem der Herausgeber vorzugsweise diesen Gedanken und seine rasche Ausführung als sein Verdienst beanspruchen darf, fühlt er sich andererseits verpflichtet, den glücklichen Fortgang des Unternehmens sowol der rühmlichst bekannten und rührigen Verlagshandlung, als auch den Fachgenossen, die, theils vom Anfange an, theils später hinzutretend, unausgesetzt und unermüdlich dasselbe förderten, als übrigen und grösseren Antheil des Verdienstes zuzuerkennen. Wohlthuend ist es dem Herausgeber gewesen, dass ihm während des verflossenen Zeitraums neben der Hilfeleistung so vieler Collegen doch auch manche lobende Anerkennungen seitens namhafter Pädagogen und wissenschaftlicher Autoritäten*) von nah und fern zu Theil wurden; ja er hatte sich sogar anerkennender Zuschriften von Unterrichtsbehörden**)

*) Unter diesen waren: Provinz.-Schulrath Suffrian in Münster, Geh. Hofr. Prof. Dr. Drobisch in Leipzig, Dr. Krist, k. k. Landesschulinspector in Wien, Prof. Leunis in Hildesheim, Seminardirector Lüben in Bremen, Prof. Stoy und Prof. Schäffer in Jena, Prof. Virchow in Berlin, Prof. Beltrami in Bologna, Oberschulrath Dr. Wiese in Berlin.

**) Diese waren die Unterrichtsministerien von Preussen, Sachsen und Bayern. (Schreiben vom 28. October 1871 nebst Brief von Dr. Wiese. Dsgl. vom 14. Mai 1870 vom k. sächs. Unt.-Minist., und Verordnung des k. bayer. Unt.-Minist. vom 9. Juni 1873 nebst Zuschrift an den Herausgeber.) Auch vom k. k. Unt.-Minist. in Wien erhielt er mehrfach mündliche lobende Anerkennungen.

zu erfreuen, und diese Anerkennungen, wenngleich sie nur Worte blieben, haben ihm doch auch unter schwierigen und widrigen Verhältnissen den Muth und die Freudigkeit bewahrt, welche zur Fortführung des Unternehmens nothwendig waren.

Wenn nun auch in den vorliegenden zehn Jahrgängen eine Reihe werthvoller Beiträge zur Didaktik des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts vorliegt, deren Einfluss sich in vielen neu erscheinenden Lehrbüchern kundgibt, die aber doch befremdender Weise von manchen pädagogischen Schriftstellern und leider auch von Schulbehörden, wie es scheint, noch zu wenig beachtet werden*) —, so ist der Herausgeber ds. Z. doch weit entfernt, dieses Organ für nicht verbesserungsbedürftig oder gar für nahezu vollkommen zu halten. Vielmehr ist er sich wol bewusst, dass noch manche Lücke auszufüllen, dass in demselben über manchen Gegenstand des mathematischen und des naturwissenschaftlichen Unterrichts theils noch gar nicht, theils nicht gründlich geschrieben worden ist. Es wird daher sein unablässiges Bestreben sein, in den folgenden Jahrgängen diese Lücken**) auszufüllen. Um aber den Arbeiten in ds. Z. etwa für eine spätere auf wissenschaftlicher Grundlage zu verfassende Didaktik des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts bleibenderen Werth zu verleihen, wiederholt der Herausgeber den oft ausgesprochenen und bereits zur Aufnahmebedingung erhobenen Wunsch, es möchten die Einsender von Beiträgen

---

*) So ist z. B. — um nur Einiges anzuführen — weder in der Pädagogik von Waitz (Braunschweig 1875), Abschnitt über Mathematik und Naturwissenschaft § 26—27, noch in dem neueren Werke von Schrader, „die Verfassung der höheren Schulen" (Berlin 1879), noch in Wittstein, „die Methode des mathematischen Unterrichts" (Hannover 1879), noch auch in der mit vielen literarischen Nachweisen ausgestatteten Broschüre Behrens, „der naturgeschichtliche und geographische Unterricht" (Braunschweig 1879), noch endlich in den „Verhandlungen der Directoren-Versammlungen in den Provinzen des Königreichs Preussen seit 1879" (Berlin 1879), II. Bd., Abschn. Math., S. 196 u. f., unserer Zeitschrift gedacht.

**) Unter diese Lücken sind z. B. zu rechnen: die geringe Bearbeitung des naturgeschichtlichen Unterrichts, besonders der Mineralogie resp. Krystallographie, die Lehrmittel und die Programmenschau mehrerer Länder und Provinzen, für die wir leider immer noch nicht die nöthige Unterstützung fanden.

immer an die Vorarbeiten für ihre Themen einen strengen kritischen Maassstab anlegen und — falls der Gegenstand nicht ganz neu ist — in der Einleitung einen kurzen geschichtlichen Abriss der methodischen Behandlung desselben geben, insonderheit aufzeigen, inwiefern ihre eigene Arbeit einen Fortschritt involvire. Dies dürfte zugleich manchen Mitarbeiter nöthigen, den heute leider noch sehr vernachlässigten geschichtlichen Studien über sein Specialfach, sowol bezüglich des wissenschaftlichen als auch des didaktischen Moments, mehr Aufmerksamkeit als bisher zuzuwenden.

Die neuere Zeit hat uns einige recht werthvolle Zeitschriften, besonders auf dem Gebiete des Realschulwesens gebracht, welche unser Unterrichtsgebiet zum Theil mit cultiviren. Sie mögen uns eine Anregung und Mahnung sein, dass wir uns nicht von ihnen überflügeln lassen. Denn von einer Specialzeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht darf man wol mit Recht erwarten, dass sie ihre Fächer mit der grösstmöglichen Gründlichkeit bearbeite.

In den letzten Jahren haben sich Bestrebungen gezeigt unsere Unterrichtsgebiete in höheren Schulen zu erweitern, ja theilweise in das Gebiet der Hochschule überzugreifen. Wir halten diese Bestrebungen nicht durchgängig für berechtigt, ja theilweise für gefährlich. Man wolle uns daher nicht verargen, dass wir in Bezug auf die Einführung neuer oder erweiterter Disciplinen in die höheren Schulen dem gemässigten Fortschritte huldigen, indem wir einerseits der Reaction und Stagnation, andererseits der Ueberstürzung im Unterrichtswesen abhold, die richtige Grenze zwischen Mittel- und Hoch-Schule zu vertheidigen bestrebt sein werden.

Eine Reihe nicht unwichtiger zeitgemässer Themen und Fragen drängen sich uns für den neuen Jahrgang auf. Wir wollen einige hier nur kurz andeuten. Die Frage ob eine oder zwei höhere Schulen oder — was damit gleichbedeutend ist — ob Einheitsschule, gehört um so mehr vor unser Forum, als der Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften, welcher so zu sagen als Unparteiischer zwischen den Anhängern der alten und denen der modernen Bildung, des Gymnasiums und der Realschule, dasteht, am ehesten noch leidenschaftslos und

unparteiisch darüber urtheilen dürfte. Nicht minder wichtig ist jene Frage: wie soll sich der Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften gegenüber dem überall drohenden Einbruche der Reaction auf religiösem und politischem Gebiete verhalten? Oder, um vom religiös-politischen auf das wissenschaftliche Gebiet hinüberzutreten, wie hat er sich einerseits dem Darwinismus, andererseits dem Streite über die Vivisection gegenüber zu verhalten? Was kann er ferner thun für die immer noch brach liegende praktische pädagogische Ausbildung der Lehramtscandidaten unsers Fachs an Hochschulen? Endlich — last not least — welche Stellung soll er nehmen gegenüber der — gelind gesagt — ablehnenden und unfreundlichen Haltung der Naturforscher und Aerzte in der letzten Versammlung derselben zu Baden-Baden?*)

Diese und noch so manche ähnliche Fragen warten in unserer Z. auf Beantwortung, und indem wir sie hiermit einer allseitigen Berücksichtigung der Fachgenossen anheimgeben, empfehlen wir das nun bereits zum Gemeingut gewordene Unternehmen auf's Neue der freundlichen Theilnahme und entbieten den Lesern unsern Neujahrsgruss.

Hamburg, Neujahr 1880.

Der Herausgeber.

*) Man sehe Jahrg. X, S. 478.

Bedenkliche Richtungen in der Mathematik.*)

Vom Gymnasiallehrer GILLES in Düsseldorf.

Als die Philosophie den kühnen Flug ins Absolute wagte und dieses begriffen zu haben vorgab, da waren die Tage ihrer Herrschaft gezählt, und erst heute wieder beginnt die Wissenschaft der Wissenschaften auf sicherer und breiterer Grundlage ihr Haupt zu erheben. So ergeht es jeder Wissenschaft, ja jedem menschlichen Beginnen. Wenn ein hoher Bau immer höher geführt werden soll, so müssen die Grundlagen immer von neuem in Beziehung auf ihre Sicherheit untersucht und immer mehr verstärkt und erweitert werden, sollen namentlich die höheren Theile nicht ins Schwanken gerathen. Wird die für eine mässige Höhe bestimmte und angemessene Breite der Grundlage nicht erweitert, so muss das Ganze bald in eine Spitze auslaufen. So verlor sich die Scholastik in Spitzfindigkeiten, so die Theologie nicht selten in dogmatische Ungeheuerlichkeiten, die Philosophie in eitle Speculationen. Allein von der sichersten aller Wissenschaften, von der Mathematik, sollte man doch wol glauben, dass sie von solchen und ähnlichen Gefahren weit entfernt sei. Jedoch nicht alle Mathematiker und nicht alle Richtungen in der Mathematik sind jenen Klippen fern geblieben. Es möchten wol hierhin gehören die Lehren, dass die Gerade nur einen unendlich fernen Punkt habe; dass die Gerade eine in sich zurückkehrende Linie sei; dass $+\infty = -\infty$; ferner, dass der Raum eine in sich zurückkehrende Grösse sei, und in noch höherem Grade die Lehre von

*) Obschon dieser Aufsatz nichts für die Schule direct Verwerthbares bietet, wir auch die darin enthaltenen idealistischen Anschauungen nicht theilen, so halten wir denselben doch für zeitgemäss und am Platze, gewissen Bestrebungen gegenüber, die unberechtigte oder noch ungeklärte Anschauungen gern in den mathematischen Schulunterricht einführen möchten.
D. Red.

mehr als drei Dimensionen des Raumes, die ganze absolute Geometrie und schliesslich die selbst von Helmholtz vertretene Ansicht, dass die Mathematik eine Erfahrungswissenschaft sei (siehe „Versuch einer Erweiterung der Lehre von den Formen unserer Raumanschauung“ von Rudel, „Elemente der absoluten Geometrie“ von Frischauf, „Ueber den Ursprung und die Bedeutung der geom. Axiome“ Vortr. Heft 3 von Helmholtz).

In einem Aufsatze „Ueber die Grundsätze der Mathematik“ (Blätter f. d. bayr. Gymn.- u. Real-Schulw. XV, 4) habe ich die Apriorität der Mathematik gegen Helmholtz zu vertheidigen gesucht, die in England Whewell gegen den Astronomen Herschel und John Stuart Mill energisch vertreten hat. Nach Kant sind Erkenntnisse a priori diejenigen Erkenntnisse, welche schlechterdings von aller Erfahrung unabhängig stattfinden. Zwar hebe alle unsere Erkenntniss mit der Erfahrung an, aber deshalb entspringe doch nicht alle aus der Erfahrung. Merkmale, woran wir sicher eine reine Erkenntniss von empirischer unterscheiden können, sind nach unserem grössten Philosophen Nothwendigkeit und strenge Allgemeinheit (Kritik d. r. V. S. 37). Diese können nun auch die Empiriker der Mathematik nicht absprechen, wollen dieselben aber nur insoweit zugeben, als die mathematischen Sätze analytisch aus gegebenen Definitionen folgten. Die einzig wirklichen Axiome der Euklidischen Geometrie dagegen, dass zwei gerade Linien keinen Raum einschliessen können und dass zwei Parallelen ins Unendliche verlängert sich niemals schneiden, seien nichts als Generalisationen aus der Erfahrung, Resultate einer Induction. Ist dieses richtig, so sind die Geometrie des endlichen Raumes und die absolute Geometrie existenzberechtigt. Allein das ist eine schöne Induction, die generalisirt, was nicht in einem einzigen Falle empirisch gegeben ist. Die Erfahrung liefert uns keine einzige ins Unendliche verlängerte gerade Linie. Um diesem vernichtenden Einwand zu entgehen, flüchtet Mill ins Lager des Gegners, indem er die Phantasie zu Hülfe nimmt, wobei er vergisst, dass er diese von seinem Standpunkte aus nur insoweit benutzen kann, als sie von der Erfahrung bestätigt wird. Was hier wie bei der ganzen Frage die Empiriker zu ihrer falschen Ansicht verleitet, ist der Schein der völligen Uebereinstimmung bei einer

Erkenntniss in der reinen Anschauung und einer Erfahrung. Wenn ich in einem Lehrbuche der Geometrie vier gemeinschaftliche Tangenten an zwei Kreisen sehe, so habe ich die Erfahrung gemacht, dass es bei diesen zwei Kreisen vier Strecken gibt, die wie gemeinschaftliche Tangenten aussehen. Doch wenn ich mich nun mathematisch überzeuge, dass es in dem vorliegenden Falle vier gemeinschaftliche Tangenten geben muss, habe ich nur scheinbar eine Erfahrung. Wenn ich mir aber die unbedingte Gewissheit verschaffen kann, dass es in allen Fällen an zwei Kreisen, die ausser einander liegen, vier gemeinschaftliche Tangenten geben muss, so habe ich ohne Zweifel eine Erkenntniss a priori. Selbst wenn Jemand sich die Frage vorlegt, ob es an zwei in der reinen Anschauung construirte Kreise gemeinschaftliche Tangenten gibt, und wie viele, so hat das Auffinden der betreffenden Wahrheit eine unverkennbare Aehnlichkeit mit einer gemachten Erfahrung. Indem man aber bei der mathematischen Frage alle möglichen Fälle in Betracht zieht, welche eintreten, wenn die Radien und die Centralentfernung sowie ihre Verhältnisse alle möglichen Werthe zwischen Null und Unendlich annehmen, die Ebene der beiden Kreise aber alle Lagen durchläuft, gewinnt man die Einsicht in die unbedingte Nothwendigkeit und strenge Allgemeinheit. Der Grund hiervon liegt in der eigenen und unabhängigen Construirbarkeit aller möglichen Fälle in der reinen Anschauung; der Erkennende ist hier nur von seinem eigenen unveränderlichen Wesen, von den feststehenden allgemeinen zwingenden Denkgesetzen abhängig, dagegen unabhängig von der Zeit, der Aussenwelt und dem eigenen Organismus, es müsste denn dieser das Erkennen als solches hindern. Anders bei den Erfahrungssätzen. Bei diesen ist der Erkennende abhängig von einem Etwas, was ausser ihm liegt und ein Moment enthält, das dem Erkenntnissvermögen nicht unmittelbar zugänglich ist. Es ist daher nicht berechtigt, mit den Empirikern den Begriff der Erfahrung gegen den Sprachgebrauch derart zu erweitern, dass darunter auch diejenigen synthetischen Sätze fallen, die Kant zu den Erkenntnissen a priori rechnet. Allein wenn der Empiriker das Apriori der mathematischen Sätze nicht leugnen kann, so erklärt er sie für analytische Sätze, also für Wahrheiten, die in den ge-

gebenen Begriffen, wenn auch unklar, mitgedacht seien. Nun liegt aber in den Begriffen Kreis und Tangente nichts, was den Sätzen über gemeinschaftliche Tangenten zweier Kreise gleichkommt; wir können die Begriffe drehen und wenden und zergliedern, wie wir wollen, es springen keine vier, drei oder zwei gemeinschaftliche Tangenten hervor, wofern wir nicht die reine Anschauung zu Hülfe nehmen, die uns übrigens auch die Widerspruchslosigkeit der mathematischen Definitionen verbürgt. Sobald aber die Anschauung nicht entbehrt werden kann, ist der Satz ein synthetischer. Würden nun auch die mathematischen Sätze auf analytischem Wege aus den Definitionen fliessen, so würde das doch nicht für die Empiriker sprechen; denn die mathematischen Definitionen sind selbst synthetische Sätze a priori, welche die Existenz einer unendlichen Zahl bestimmter Gebilde in der reinen Anschauung aussprechen, während die Definitionen der empirischen Wissenschaften schwankende Bezeichnungen einer endlichen Anzahl gegebener Dinge sind, von welchen an der Hand der Erfahrung, wie dort durch Synthesis in der reinen Anschauung, immer mehr Eigenschaften entdeckt werden. Es ist die freie Verfügbarkeit über das gesammte Material der reinen Anschauung, welche im Verein mit der absoluten Nothwendigkeit der gegenseitigen Beziehungen mathematischer Gebilde den Schein eines analytischen Verhältnisses hervorruft. Aber deshalb, weil mit dem Parallelsein von je zwei gegenüberliegenden Seiten eines Vierecks das Gleichsein nothwendig verbunden ist, ist dieses doch nicht im Begriff Parallelogramm mitgedacht, so wenig wie mit dem Begriff Tangentensechseck der Satz des Brianchon; an sich ist auch ja in der Natur mit der einen Beziehung und Eigenschaft die andere nothwendig verknüpft; hier wie dort nur nicht unmittelbar für die Erkenntniss.

Wenn aber Helmholtz den Satz der Trägheit (S. 50) und die physikalische Festigkeit (S. 49) mit in seine Betrachtung hineinzieht, so muss es ihm leicht werden zu zeigen, dass das System solcher Sätze aus der Erfahrung stamme. Dagegen irrt er, wenn er den Satz ausspricht, dass jeder Congruenzbeweis auf eine nur aus der Erfahrung genommene Thatsache gestützt sei, weil die Annahme freier Beweglichkeit fester Raumgebilde

mit unveränderter Form nach jeder Stelle des Raumes hin eine logisch unerwiesene Voraussetzung einschliesse (S. 27). In Beziehung auf physische Körper kann hier kein Zweifel obwalten, dass wir es mit einem Erfahrungssatz zu thun haben. In Beziehung auf mathematische Körper aber verkennt Helmholtz das Wesen der Congruenz und die Entstehung mathematischer Gebilde. Congruente Gebilde sind solche, welche auf dieselbe Weise im geistigen Raume entstanden sind, wobei der construirende Geist sich nach jedem Punkte versetzt denken kann, was schon deshalb keinen Unterschied macht, weil der Punkt nichts anderes ist, als was von dem construirenden Geiste bleibt, wenn man in einem bestimmten Augenblicke von dem Seinsprincip des Geistes absieht. Dass aber Gebilde, welche auf dieselbe Weise, wenn man von dem Orte und der Zeit abstrahirt, entstanden sind, auch in den entsprechenden Theilen übereinstimmen, ist ein Satz a priori und kein Erfahrungssatz, wie sich schon daraus ergibt, dass sonst keine Erkenntniss möglich wäre. Ob ich aber bei der mathematischen Betrachtung einen physischen Körper habe oder ein nach Gestalt und Grösse gleiches Gebilde in der reinen Anschauung, macht nicht den geringsten Unterschied für die mathematischen Ergebnisse, indem ich in beiden Fällen, wenn auch auf verschiedene Veranlassungen hin, immerfort im Geiste dieselbe Construction ausführe. Hierin liegt auch der Grund der nothwendigen Anwendbarkeit der Sätze der reinen Mathematik auf Naturgegenstände. Das eine Mal construire ich in meinem Geiste auf gegebene Empfindungsdaten hin einen Körper, das andere Mal aus blos wissenschaftlichen Gründen. In beiden Fällen aber haben wir in Beziehung auf Form und Grösse dieselbe Entstehungsweise; in beiden Fällen sind die Gebilde in uns, da auch die wahrgenommenen Gegenstände nur unsere Vorstellungen sind, für die Mathematik es aber gleichgültig ist, was jenen in letzter Hinsicht zu Grunde liegt.

Wenn die Mathematik eine empirische Wissenschaft ist, so ist unsere Erkenntniss eine solche, die eben so gut anders sein könnte. Für die Empiriker hat es daher scheinbar nichts Widersinniges, Wesen anzunehmen, deren Raum n Dimensionen hat. „Denken wir uns — darin liegt keine logische Unmöglichkeit

— verstandbegabte Wesen von nur zwei Dimensionen, die an der Oberfläche irgend eines unserer Körper leben und sich bewegen.“ (Helmholtz, S. 28.) Solche Wesen nun, deren Verstandeskräfte den unserigen ganz entsprechend sein könnten, müssten nach Helmholtz ganz von einander und von dem unserigen verschiedene Systeme geometrischer Axiome aufstellen, während es doch auf der Hand liegt, dass die Wesen auf der Kugel dieselben Grundsätze aufstellen würden, wie wir sie für die Kugeloberfläche haben, und die Wesen in der Ebene dieselben, welche wir für die Ebene haben.

Helmholtz wird von Rudel in der Ausmalung von Phantasiewesen nicht erreicht, wird aber von demselben durch die Kühnheit in Schlüssen, welche dieser Analogieschlüsse nennt, übertroffen. Rudel sagt: „Ausgehend von der Thatsache, dass unser Raumbegriff lediglich eine durch unsere Existenz als Körper (d. h. als Raumtheile) bedingte, von ihr total abhängige, also wie sie sich ändernde, mit ihr stehende und fallende Anschauungsform ist, wollen wir versuchen, einzelne unter sich nur lose zusammenhängende Formen der Anschauungsweise solcher Wesen zu finden, die nicht gleich uns an das einzige und nur einfach bekannte Grundgebilde dritter Stufe gebunden, sondern Theile eines Grundgebildes vierter Stufe sind. Es gelingt dieses der Natur der Sache nach nicht auf dem Wege directer Anschauung, sondern nur durch Analogieschlüsse“ (S. 15). Um einen Einblick in die Art dieser Schlüsse zu gewähren, wollen wir einige anführen: Congruente Figuren entgegengesetzten Sinnes, z. B. die zwei Dreiecke, in welche ein gleichschenkliges Dreieck von der Höhe zur Grundlinie getheilt wird, sind für ein Wesen zweiter Stufe nicht congruent, da sie ohne Umwendung nicht zur Deckung gebracht werden können. Für ein Wesen dritter Stufe sind sie aber congruent. Für dieses aber sind symmetrische Körper nicht congruent. Diese werden nun für ein Wesen vierter Stufe congruent sein. — Wie es für ein Wesen dritter Stufe, d. h. für uns, sich kreuzende Geraden gibt, deren Vorstellung für ein Wesen zweiter Stufe, d. i. für ein Flächenwesen, unmöglich ist, so gibt es für ein Wesen vierter Stufe sich kreuzende Ebenen, desgleichen Ebenen und gerade Linien, die sich kreuzen, obwol die Vor-

stellung solcher Gebilde für ein Wesen dritter Stufe unmöglich ist. — Zwei Räume haben jederzeit eine, aber auch nur eine Ebene gemein. — Der Raum ist durch vier nicht in derselben Ebene gelegene Punkte bestimmt. — Eine Gerade und ein Raum müssen einen eigentlichen oder einen unendlich fernen Punkt gemein haben. — Eine Ebene und ein Raum haben jederzeit mindestens eine Gerade gemein. — Wie es für die Wesen dritter Stufe Ebenenbüschel gibt, so gibt es für die Wesen höherer Stufe Raumbüschel, d. h. der Inbegriff aller Räume, die eine Ebene gemein haben (siehe Rudel S. 15—19). Die meisten dieser Sätze würden sich ergeben, wenn man zu unseren Raumgebilden eine vierte ausserhalb unseres Raumes liegende Dimension hinzunehmen könnte.

Was hier Thatsache genannt wird, ist eine unbewiesene Behauptung, die zudem das gerade Gegentheil von dem sagt, was Rudel sagen will; denn da hier nicht auf eine Eigenthümlichkeit des menschlichen Körpers verwiesen wird, dieser aber ein Theil der Welt ist, so sagt der angeführte Satz, dass die Anschauungsform, welche wir Raum nennen, von der Beschaffenheit der Welt abhängig sei, also dem Wesen der Welt entsprechend sei und sich ändern würde, wenn die zu erkennende Welt sich änderte.

Wollten wir aber auch zugeben, dass der Raum von drei Dimensionen ein Specialfall wäre, so würden dennoch die Untersuchungen über einen Raum mit mehr als drei Dimensionen leere Wortverbindungen bleiben (siehe Kritik d. r. V. S. 251, 252, 257). Es bleibt die Analogie, sagt Rudel. Scheinbar hat es zwar etwas Bestechendes, wenn man einmal annimmt, es gäbe Wesen zweiter Stufe (deren Raum nur zwei Dimensionen hat), dritter, vierter, n-ter Stufe, dass nun die Raumgebilde der Wesen zweiter Stufe sich zu denen der dritten Stufe verhielten, wie diese zu den Gebilden eines Raumes mit vier Dimensionen u. s. w. Allein es ist nur scheinbar. Wüssten wir von der Existenz solcher Wesen zweiter Stufe, so würde der Schluss gestattet sein: Es gibt Wesen zweiter Stufe; diesen ist die dritte Dimension ein Unfassbares, ein Unding. Es gibt aber Wesen dritter Stufe, denen ist der Raum mit drei Dimensionen etwas Nothwendiges. Also ist es auch denkbar, obwol für die

Wesen dritter Stufe unvorstellbar, dass es einen Raum mit vier Dimensionen gibt u. s. w. — Aber es gibt nicht solche Wesen zweiter Stufe und es kann keine geben, weil sie denkwidrig sind. Definirt man die Fläche als Grenze des Körpers, so ist eine Fläche gesondert vom Körper denkwidrig; definirt man sie als Product der Bewegung der Linie aus sich heraus, so ist sie eine Form oder Art der geistigen Thätigkeit, die nicht mehr ist, wenn die Thätigkeit aufhört. Man wird erwidern, dass nach idealistischer Weltanschauung auch die Körper die Form der Thätigkeit des Geistes seien, vom Geiste in der Anschauung construirt würden und als Erscheinungen nur so lange vorhanden seien, als die construirende Thätigkeit des Geistes dauere. Allein nach dieser richtigsten (? Red.) und tiefsten Weltanschauung ist der Körper auch als Erscheinung nicht das blosse Product des anschauenden Subjects, sondern des anschauenden Subjects und eines Etwas, was auf das Subject einwirkt; welches Einwirkende zwar nicht selbst an sich jene Körpergestalt hat, jedoch das Subject zwingt, seiner Erscheinung gerade diese Gestalt zu geben. Diese Wirkung des für sich bestehenden Etwas wird vom Erkennenden vorgestellt, als eine Wirkungsgrösse nach aussen versetzt und mit anderen zugleich oder nachher sich einstellenden Wirkungen in Verhältniss gesetzt. Ein jedes erkennende Wesen muss, das liegt in seinem Begriff, Einwirkungen erleiden, die wenigstens von ihm unabhängig zu sein scheinen; deshalb kann es dasjenige, von welchem diese Einwirkungen ausgehen, nicht in sich setzen, d. h. es muss die Ursachen derselben ausser sich, d. i. an einen bestimmten Ort setzen, mag übrigens seine physisch-psychische Organisation sein, welche sie wolle. Gibt es nun wenigstens scheinbar von einander unabhängige, gleichzeitige, mit einander nicht verschmelzbare Einwirkungen auf das erkennende Princip, gleichgültig, was dieses ist, so muss dasselbe die wirkenden Grössen an verschiedene Orte versetzen. Gibt es drei Einwirkungen, die etwa dieselbe Beziehung zu einander und auch zu dem Erkennenden haben ohne identisch zu sein, so muss das Erkennende einen Raum mit drei Dimensionen construiren. Damit ist aber auch die Zahl der Dimensionen erschöpft (siehe meinen Aufsatz „Die Grundl. d. Math.“ bayr. Bl. XIV, S. 429). Der Raum oder die Raumanschauung beruht also in letzter In-

stanz nicht auf „unserer Existenz als Körper“, sondern darauf, dass wir erkennende Wesen sind. Unser Körper selbst ist zunächst nur unsere Vorstellung. Ob nun aber das Hinaussetzen an einen bestimmten Ort ein Schluss von der Wirkung auf die Ursache oder einem solchen Schlusse nur analog sei, ist für den vorliegenden Zweck gleichgültig.

Setzen wir aber einmal den kühnen Fall, das Unmögliche wäre wirklich: es gebe Flächenwesen, Wesen zweiter Stufe. Wir sehen davon ab, dass in einer Fläche als in einer Abstraction oder in einer Thätigkeitsweise Nichts existiren kann, sowie davon, dass unsere Dinge streng genommen keine objectiv existirenden Grenzen haben, da es nur Materie mit abnehmender oder zunehmender Dichtigkeit gibt.

Die Materie ist in beständiger Bewegung. Es wird also stets andere Materie durch die Fläche durchgehen, ohne dass genau dieselbe Materie die geringste Zeit zum Durchgehen gebrauchte. Es gibt also für ein Flächenwesen ein fortwährendes absolutes Entstehen und Vergehen ohne Dauer. Könnte man aber auch von der Dauerlosigkeit absehen, so würde ein Erkennen doch nicht möglich sein, weil das Denkgesetz vom zureichenden Grunde fehlt.

Die Mathematik unserer Tage hat also den zweifelhaften Ruhm, das Reich der Phantasie überboten zu haben, indem sie in Welten eingetreten ist, wohin die kühnste Phantasie niemals zu folgen vermag. Allein ihr nüchternes Aeussere hat dieselbe auch hier bewahrt, und so übersieht Mancher, dass ein Kern fehlt. Was klingt nüchterner und exacter als die Worte von Helmholtz: „Die Zahl der Abmessungen, welche nöthig ist, um die Lage eines Punktes zu geben, ist gleich der Anzahl der Dimensionen des betreffenden Raumes“ (S. 36). Nach Riemann, dem hierin Helmholtz im Allgemeinen folgt, ist ein System von Unterschieden, in welchem das Einzelne durch n Abmessungen bestimmt werden kann, eine $n$fach ausgedehnte Mannigfaltigkeit oder eine Mannigfaltigkeit von n Dimensionen. Sind in einem Raume von n Dimensionen $x_1, x_2, \ldots . x_n$ die Coordinaten eines Punktes M, so wird für die Länge des Linienelements angenommen: $ds^2 = A_{11}\,dx_1^2 + A_{22}\,dx_2^2 + \ldots . + A_{nn}\,dx_n^2 + 2\,A_{12}\,dx_1\,dx_2 + \ldots + 2\,A_{n-1,\,n}\,dx_{n-1}\,dx_n$, wo A_{11}, A_{12}, A_{nn}

Functionen von x_1, x_2, ... x_n sind. Diese Voraussetzung ist die einfachste, welche den Bedingungen entspricht, dass ds sich proportional ändert, wenn dx_1, dx_2, ... dx_n sich in demselben Verhältnisse ändern, und dass ds ungeändert bleibt, wenn sämmtliche Grössen dx_1, dx_2, ... dx_n das Zeichen ändern (Frischauf, S. 122). Dass es einen Raum geben solle, für welchen jene Gleichung Gültigkeit habe, darauf ist nichts zu antworten als: Mathematiker sind Bahnbrecher des Aberglaubens geworden!

Die Lehre von n Raumdimensionen trägt, wie verlockend auch immer der Vergleich der Geometrie mit der Arithmetik sein mag, dennoch die Denkwidrigkeit an der Stirne. Gefährlicher für ein Umsichgreifen von Abirrungen ist die absolute Geometrie.

„Die Erfolglosigkeit aller Bemühungen eines Beweises des elften euklidischen Axioms haben schliesslich dahin geführt, die zweite noch mögliche — diesem Axiom entgegenstehende — Voraussetzung, „dass die Summe der inneren Winkel zweier Parallelen mit einer schneidenden Geraden oder die Summe der Winkel eines geradlinigen Dreiecks kleiner als zwei Rechte ist," zu untersuchen. Die consequente Durchführung der letzteren Voraussetzung liefert ebenfalls eine in sich widerspruchsfreie Geometrie" (Frischauf, S. 33). Allein diese Widerspruchslosigkeit ist nicht vorhanden. Wer Bewegung, Richtung und reine Anschauung, die wahren und daher productiven Quellen der Mathematik, nicht übersieht, dem besteht fast die ganze absolute Geometrie mitsammt der Geometrie des endlichen Raumes nur aus Widersprüchen.

Es sei A_1A senkrecht auf AB und A_1D_1 parallel AB. Nach der nichteuklidischen oder absoluten Geometrie ist dann der Parallelwinkel genannte Winkel D_1A_1A kleiner als ein Rechter und durchläuft für die verschiedenen Punkte der Geraden A_1D_1 alle Werthe zwischen Null und einem Rechten, welche Grenzwerthe dem Unendlichen entsprechen, für welche A_1A gleich Null resp. unendlich ist. Wenn AC die Verlängerung von BA und A_1E_1 parallel AC, so ist $\sphericalangle E_1A_1A = D_1A_1A$. Ist A_1F_1 die Verlängerung von E_1A_1 und A_1G_1 die Verlängerung von D_1A_1, so schneiden alle Geraden durch A_1 im Winkelraume $F_1A_1D_1$ die gerade Linie BC nicht, ohne parallel zu

derselben zu sein. Der Winkel $F_1A_1D_1$ ist von endlicher Grösse, muss aber als sehr klein angenommen werden, da selbst bei geradlinigen Dreiecken, wie sie in der Astronomie vorkommen, die Summe der drei Winkel von zwei Rechten nicht mehr abweicht, als die Fehler der Messungen bedingen. G_1D_1, die Parallele zu CB durch A_1, und F_1E_1, die Parallele zu BC durch A_1, bilden die Grenzen zwischen den Geraden durch A_1, welche BC schneiden, und denjenigen, die BC nicht schneiden. Es sei $\sphericalangle F_1A_1D_1$ der n^{te} Theil von zwei Rechten, wobei n eine endliche wenn auch noch so grosse Zahl ist. Auf der Geraden AA_1 werde von A aus die Strecke AA_1 $n$mal aufgetragen, so dass $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = \ldots\ldots = A_{n-1}A_n$. Ferner seien A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, ... A_nB_n senkrecht zu AA_n; $A_1D_1 \#\!\!\!= AB$, $A_2D_2 \#\!\!\!= A_1B_1$, $A_3D_3 \#\!\!\!= A_2B_2$ u. s. w. Alsdann ist $\sphericalangle B_1A_1D_1 = B_2A_2D_2 = \ldots\ldots = B_nA_nD_n = \frac{R}{n}$. Es ist nun der zwischen AA_n, AB und A_nB_n gelegene Streifen der Ebene gleich dem $n$fachen des Parallelstreifens D_1A_1AB vermehrt um das $n$fache des Winkelraumes $B_1A_1D_1$. Es ist aber $n \cdot B_1A_1D_1$ gleich dem Winkelraum des rechten Winkels. Da jedoch die Strecke AA_n eine endliche Grösse ist, so ist der Streifen B_nA_nAB unendlichmal kleiner als der Winkelraum des rechten Winkels. Die Voraussetzung der absoluten Geometrie führt also zu dem Widerspruch, dass ein Theil einer unendlichen Grösse, der unendlichmal kleiner ist als diese, grösser sei als dieselbe. — Bei dieser Beweisführung ist die Unendlichkeit der Ebene vorausgesetzt. Diese Unendlichkeit wird aber auch von der absoluten Geometrie angenommen, muss aber auch angenommen werden, wenn man das Wesen der Geraden und damit auch der Ebene richtig auffasst*).

---

*) Es sei A_1X eine Gerade innerhalb des Winkels $B_1A_1D_1$, und A_1Y eine Gerade innerhalb des Winkels, den A_1E_1 mit der Verlängerung von B_1A_1 bildet, so sind BC und alle Geraden auf der einen Seite von BC solche gerade Linien innerhalb des Winkels XA_1Y, welche die Schenkel dieses Winkels nicht schneiden. Wenn daher Verfasser von geometrischen Lehrbüchern, wie z. B. C. Meyer, nach dessen Lehrbuch am Gymnasium in Düsseldorf unterrichtet werden muss, den Beweis führen wollen, dass es durch einen Punkt nur eine Parallele zu einer gegebenen Geraden gibt, und dabei voraussetzen, jede Gerade, welche durch einen

Die nicht-euklidische Geometrie ist in vollständiger Uebereinstimmung mit der Geometrie der pseudosphärischen Flächen, deren Eigenschaften der italienische Mathematiker Beltrami untersucht hat. Die Pseudosphäre ist eine sattelförmige Fläche von constanter negativer Krümmung, in welcher daher jede Figur, wie in der Ebene und Kugeloberfläche, sich ohne irgend welche Aenderung ihrer in der Fläche liegender Dimensionen nach allen Richtungen verschieben lässt; dagegen unterscheidet sie sich mit der Ebene von der Kugeloberfläche dadurch, dass in ihr zwischen je zwei Punkten immer nur eine kürzeste Linie besteht, während sie sich von der Ebene durch das Fehlen des Parallelenaxioms unterscheidet (Helmholtz S. 35). Wir müssen uns mit Helmholtz vollständig einverstanden erklären, insofern derselbe die Ergebnisse der absoluten Geometrie auf die Pseudosphäre verweist. Um so entschiedener aber erkennen wir es als einen falschen Satz, dass es in der Ebene oder der Fläche, deren Krümmung im strengsten Sinne gleich Null ist, durch einen Punkt zu einer gegebenen Geraden mehr als eine jene nicht schneidende Geraden gebe. Die logische Unsitte, mit Negationen zu definiren, ist die Mutter der absoluten Geometrie. Man verstopfte die wahren Quellen der Mathematik und gerieth so auf Abwege oder suchte das Ziel auf Schleichwegen zu erreichen. Da jede Thätigkeit eine Bewegung ist, jeder Gegenstand in der Vorstellung, wenn auch mit Blitzesschnelle, construirt wird, so wird man um so weniger verkennen können, dass alle im geistigen Raume, in der reinen Anschauung vom Geiste construirten geometrischen Gebilde durch Bewegung entstanden, also nur scheinbar starre Gegenstände sind. Der Berg, den wir sehen, wird mit unmessbarer Geschwindigkeit in der Anschauung hervorgebracht und umschrieben; jeder mathematische Körper, jede Fläche, jede Linie wird in der reinen Anschauung vom Geiste durch Bewegung hervorgebracht. Mit der Bewegung tritt aber die Richtung auf. Bewegung und Richtung sind daher die Quellen der Mathematik, die befruchtend wirken, wenn

Punkt innerhalb eines schiefen Winkels gezogen wird, müsse wenigstens einen Schenkel schneiden, so setzen dieselben voraus, was sie beweisen wollen, und ihre Geometrie ruht also auf falscher Grundlage.

sie nur entsprechend benutzt werden. Dagegen wird eine Nichtbenutzung der naturgemässen Mittel sich früh oder spät rächen, wie die Definition der Parallelen beweist. Zu demselben Schlusse gelangt jede philosophische Betrachtung der Frage. (Siehe Trendelenburg's log. Untersuchungen I. 271, Ueberweg's Logik S. 141 und 306, Fresenius' psychol. Grundlage des Raumw. S. 46). „Die euklidische Definition: Parallelinien sind gerade Linien, in derselben Ebene, die, ins Unendliche nach beiden Seiten hin verlängert, mit einander niemals zusammenstossen", steht der Definition der Parallellinien als Linien von gleicher Richtung in zweifacher Beziehung nach, weil sie die Parallellinien durch eine blos negative und zugleich nur abgeleitete, nicht grundwesentliche Bestimmung charakterisirt, weshalb sie auch bei der Deduction von Lehrsätzen in Verwickelungen hineinführt, die nicht in der Natur der Sache begründet sind und bei der auf den Begriff der Richtung gebauten Definition nicht eintreten" (Log. v. Ueberweg S. 141). Selbstverständlich muss der Begriff „gleiche Richtung" definirt werden (siehe „Ebene Geom." v. Gilles, S. 9 u. S. 6, und Fresenius S. 50); wenn dabei auch (nach Ueberweg S. 307) ein axiomatisches Element zurückbleibt, so ist dasselbe doch in der möglichst elementaren Form einzuführen. — Wenn aber Herr Prof. Günther in dieser Zeitschrift (X. S. 151) die absolute Geometrie als eine die ebene Geometrie als Specialfall einschliessende Geometrie der Flächen constanter Krümmung aufgefasst wissen will, so muss bemerkt werden, dass es sich um die Frage handelt, ob es in einer Ebene durch einen Punkt zu einer gegebenen Geraden nur eine Parallele im Sinne einer Nichtschneidenden gibt. Dass aber nur diejenigen Sätze als schlechthin gültig zu betrachten seien, welche auf der Kugel, der Ebene und der Beltrami'schen Fläche gleichmässig zu Recht bestehen, ist ein willkürlicher Machtausspruch. Es ist z. B. ein schlechthin gültiger Satz, dass es eine Linie gibt, die durch zwei gegebene Punkte vollständig bestimmt ist und Gerade genannt wird. Allein dieser Begriff „Gerade" hat in der neueren Zeit bei manchem Mathematiker seine Bestimmtheit verloren und ist zu einem verschwommenen Begriffe geworden. Die Bestimmtheit dieses Begriffes aber muss festgehalten werden. Dagegen

kümmert es die ebene Geometrie gar nicht, dass, wenn Winkel a grösser als Winkel b ist, auf der pseudosphärischen Fläche ma nicht grösser als mb sein müsse.

Der Lehre von der Unendlichkeit des Raumes steht gegenüber die Annahme der Endlichkeit des unbegrenzten Raumes. Unbegrenzt ist eine Reihe, wenn man ohne Umkehrung des Uebergangsprocesses immerfort von einem Theile zum nächsten übergehen kann. Gelangt man dabei zum Ausgangspunkte zurück, wie z. B. beim Kreise, so ist die Grösse eine endliche unbegrenzte Grösse. Gelangt man dagegen nicht zum Ausgangspunkte zurück, so ist die Grösse wenigstens als Reihe eine unendliche und als Grösse ebenfalls eine unendliche, wenn ein Fortschreiten um endliche Grössen immerfort stattfindet, wie z. B. die unbegrenzte Reihe der ganzen Zahlen. Riemann stellte in seiner Schrift „Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen" es als denkbar hin, dass der Raum endlich wäre und in sich zurückkehre. Alsdann nimmt man die Gerade zwar als unbegrenzt aber als endlich an, desgleichen die Ebene: die Planimetrie wird mit der Sphärik identisch. „Alle Geraden sind einander congruent, also auch von gleicher Länge, etwa $l = 2r\pi$" (Frischauf S. 105). Dass der sogenannte ideale Raum, d. i. der Raum, den wir in der reinen Anschauung construiren, unendlich ist, ist a priori gewiss, da wir die Dimensionen desselben immerfort um endliche Grössen wachsen lassen können. Was man aber den Erfahrungsraum genannt hat, ist nichts anderes, als die Construction von Gegenständen innerhalb unseres idealen Raumes, aber auf Grund von unwillkürlichen Einwirkungen, d. h. von Empfindungsdaten. Die Gesetze des Erfahrungsraumes können daher nie in Conflict kommen mit den Gesetzen des idealen Raumes. Die Geometrie des endlichen Raumes hat also zur Grundvoraussetzung eine sinnlose Verbindung von Worten. Der Begriff „unbegrenzter, aber endlicher, in sich zurückkehrender Raum" enthält einen Widerspruch in sich selbst. Die Kreislinie und jede geschlossene Curve mag man deshalb, weil man ohne umzukehren zum Ausgangspunkte zurückkommt, unbegrenzt nennen; desgleichen die Kugeloberfläche. Allein beim Raume schliesst die Endlichkeit die Begrenztheit in sich. Construiren wir von einem

Punkte aus den Raum gleichmässig, und lassen wir die Ausdehnung dieses kugelförmigen Raumes ohne Unterlass wachsen, so wird dieser Raum so wenig zum Mittelpunkte zurückkehren, als der Mittelpunkt einer Kugel auf die Oberfläche fällt. Dagegen sagt Frischauf: „Dem idealen Raume wird mit Recht die Eigenschaft der Unbegrenztheit zugesprochen. Denn eine Grenze würde mit Recht eine Ungleichheit mit den übrigen Theilen voraussetzen, was unseren Vorstellungeu widerspricht. Daraus folgt keineswegs die Unendlichkeit des Raumes; letztere Eigenschaft müsste erst besonders nachgewiesen werden" (S. 5). Allein mit demselben Rechte, mit welchem man der Reihe der ganzen Zahlen die Unendlichkeit zuspricht, muss man auch dem Raume diese Eigenschaft zusprechen. Der Raum könnte nur in dem Sinne unbegrenzt und endlich genannt werden, insofern er von einer unbegrenzten geschlossenen Oberfläche begrenzt wäre, auf welcher man also ohne umzukehren zum Ausgangspunkte zurückkommen könnte. Allein so dürfen die Anhänger der Geometrie des endlichen Raumes sich die Sache nicht denken, weil dann der Raum begrenzt wäre, jenseits der Oberfläche aber immer wieder Raum angenommen werden müsste. Sie denken sich also bei dem Worte „endlicher unbegrenzter Raum" etwas Unvorstellbares und Undenkbares. Sie dehnen den Begriff „unbegrenzte Endlichkeit" oder „endliche Unbegrenztheit" von Gegenständen wie dem Kreise und der Kugeloberfläche, bei welchen er in beschränktem Sinne anwendbar ist, auf einen Gegenstand aus, bei welchem die Begriffe Endlichheit und Unbegrenztheit nicht zusammen bestehen können. Um nun aber die legitime Geburt der Geometrie des endlichen Raumes zu retten, sagt man, die Definition der Geraden sei unzureichend. Frischauf behauptet, dass die gewöhnlichen Voraussetzungen (Axiome) der Congruenz, sowie die durch Definitionen eingeführten einfachsten Gebilde der Geraden, Ebene u. s. w. für den Aufbau der Geometrie nicht ausreichend seien. Für die Gerade sei erforderlich, dass man ausser der gewöhnlichen Erklärung: „sie ist eine durch zwei Punkte bestimmte Linie" noch angebe, ob sie endlich oder unendlich sei (S. 106). Es ist daher nothwendig die Begriffe „Gerade" und „Unendlich" näher zu untersuchen und genau zu bestimmen. Zu dieser Untersuchung

drängen auch Sätze und Bezeichnungen, die Bequemlichkeitsrücksichten ihr Dasein verdanken, so lange aber nichts Bedenkliches hatten, so lange Keiner vergass, dass sie streng genommen nicht richtig sind. Hierhin gehören die Sätze: „Parallelen schneiden sich im Unendlichen"; „die Peripherie eines Kreises mit unendlich grossem Radius fällt mit der Tangente zusammen". Noch bedenklicher, ja falsch sind die Sätze wie folgende: „Die Gerade hat einen unendlich fernen Punkt"; „$+\infty = -\infty$". Untersuchen wir daher die Definition der Geraden. Wenn man als Begriffsbestimmung mit Kant nimmt: „Die Gerade ist die kürzeste Linie zwischen zwei Punkten", so ist nach zwingenden Denkgesetzen doch gemeint „von allen möglichen Linien zwischen den zwei Punkten", und es ist also der logische Unfug nicht gestattet, auch auf der Kugeloberfläche oder auf der Pseudosphäre die kürzesten Linien Geraden zu nennen. Die beste Definition der Geraden ist nach meiner Ansicht: „Die Gerade entsteht durch die Bewegung eines Punktes in constanter Richtung". Hieraus ergibt sich der Satz, dass die Gerade durch zwei Punkte bestimmt sei, welcher die gewöhnliche Definition der geraden Linie ist. Auch sie ist unzweideutig und bestimmt, und schliesst die Möglichkeit, Linien auf krummen Flächen Gerade zu nennen, aus. Denken wir uns durch die festen Punkte A und B eine Gerade und einen Kreisbogen gezogen. Machen nun beide Linien mitsammt ihrer Ebene eine Drehung von 360^0, während A und B ihre Lage nicht ändern, so wird auch die Gerade trotz ihrer Drehung ihre Lage nicht ändern, dagegen der Kreisbogen unendlich viele neue Lagen annehmen, wovon keine zwei gleich sind, jedoch je zwei in derselben Ebene liegen. Würde die Existenz einer durch A und B gehenden Linie, die bei der Drehung ihre Lage nicht ändert, bezweifelt, so würde eine solche durch Betrachtung je zweier um 180^0 der Drehung von einander entfernter Lagen sich leicht nachweisen lassen. Die Gesammtheit der Punkte nämlich, die bei jener Drehung um 360^0 ihre Lage nicht ändern, wird eben gerade Linie genannt, da es bei ihnen nur auf die zwei Punkte A und B ankommt, nicht aber auf die Grösse der Drehung von irgend einer Anfangslage an gerechnet. Die Eigenschaft der Umdrehbarkeit einer geraden Linie ohne

Aenderung ihrer Lage wird von den Anhängern der Geometrie des endlichen Raumes übersehen. Die gerade Linie kann deshalb keine geschlossene, keine in sich zurückkehrende Linie sein. Dass damit auch die betreffenden Eigenschaften der Ebene und dem Raume abgesprochen werden müssen, ist selbstverständlich.

Ein nicht weniger missbrauchter Begriff in der Mathematik ist das „Unendliche“. Unendlich hat nur einen Sinn in Verbindung mit einer nicht aufhörenden Bewegung. Alles, was nicht im Flusse der Bewegung, sondern als etwas Feststehendes gegeben ist, ist immer ein Endliches. Der berühmt gewordene „unendlich ferne Punkt“ aber ist kein wirklich existirender mathematischer Punkt. Um die Bedeutung desselben zu erhalten, betrachten wir zwei Geraden L und L_1, die sich in B schneiden. A_1 sei ein anderer Punkt von L_1, und $A_1 A$ stehe senkrecht auf L. Nun drehe sich L_1 um A_1 in der Ebene $A_1 AB$ und beschreibe in der unendlich kleinen Zeit dt den Winkel $d\omega$; dabei entferne sich der Durchschnittspunkt von A und rücke von B nach C. Dann ist $BC = \frac{A_1 B \sin d\omega}{\sin\gamma} = \frac{A_1 B \,.\, A_1 C \,.\, \sin d\omega}{AA_1}$.
Ist nun $A_1 B$ unendlich gross, so ist es auch $A_1 C$; ferner ist dann $A_1 C \sin d\omega$ gleich einer endlichen Grösse, mithin auch BC unendlich gross. Dreht sich also die Gerade L_1 um A_1 bis $A_1 B_1$ parallel AB, so durchläuft der Durchschnittspunkt B in dem letzten unendlich kleinen Zeitmoment dt, während die Gerade den Winkel $d\omega$ beschreibt, einen unendlich grossen Weg. Ist aber L_1 in absolutem Sinne parallel zu AB, so haben beide keinen Punkt gemeinschaftlich, und ist ihre Entfernung auch im Unendlichen gleich AA_1. Da alle in dem Winkelraume $d\omega$ gelegenen Geraden durch A_1 zusammenfallen, so ist es gleichgültig, mit welchem Punkte jenes unendlich grossen in dem Winkelraume $d\omega$ gelegenen Theiles von AB ich den Punkt A_1 verbunden denke: ich bekomme in Hinsicht auf alle endliche Gebilde eine einzige Gerade $A_1 B_1$, d. h. jener unendlich grosse Theil von AB hat zu diesem Zwecke dieselbe Bedeutung, die ein einziger im Endlichen gelegener Punkt hat. Denkt man sich die Figur $B_1 A_1 AB$ um AA_1 umgedreht, bis sie wieder in dieselbe Ebene fällt, so ergibt sich, dass das durch A_1 gehende

Bündel von Geraden, deren äusserste mit $A_1 B_1$ den unendlich kleinen Winkel $d\omega$ bilden, die Gerade AB in zwei unendlich fernen Punkten schneidet, wovon aber jeder eine unendlich grosse Linie ist. So lange A_1 in endlicher Entfernung von AB liegt, ergeben sich stets dieselben zwei unendlich fernen Punkte von AB. Daher haben wir, wenn auch in sehr beschränktem Sinne, den Satz, dass alle mit einander parallelen Geraden zwei im Unendlichen gelegene Punkte gemeinschaftlich haben. Da nun aber dieser Satz, wenn man den Sinn vergisst und nur die Worte ins Auge fasst, der Definition der Geraden widerspricht, so hat man die Fiction gemacht, die zwei unendlich fernen Punkte (d. i. die zwei im Unendlichen gelegenen unendlich grossen Theile der Geraden) bildeten nur einen einzigen Punkt. Die nothwendige Folge war: die Gerade ist eine geschlossene, also in sich zurückkehrende Linie.

Die eben besprochenen und ähnliche falsche Sätze will man bereits in die Schule einführen. So lesen wir in der Beilage zum Osterprogramm von 1878 der Realschule zu Düsseldorf S. 3: „Es ist hier wol der Ort, den Schüler darauf aufmerksam zu machen, dass es auf einer Geraden nur einen unendlich fernen Punkt gibt, und dass $+\infty = -\infty$. Die letzte Behauptung kommt schon in der Trigonometrie vor, insofern $\operatorname{tgt}\frac{\pi}{2} = \pm\infty$."

Es kann nicht geleugnet werden, dass es Veranlassungen zu den vorstehenden falschen Schlüssen gibt. Wenn aber auch $\operatorname{tgt}\frac{\pi}{2} = \pm\infty$, so folgt doch nicht daraus, dass $+\infty = -\infty$, so wenig wie $+4 = -4$ ist, weil $\sqrt{16} = \pm 4$. Jener Schluss wäre nur dann richtig, wenn vorher bewiesen worden wäre, dass die Tangente eines Winkels in allen Fällen ohne Ausnahme nur einen Werth haben könnte. Wenn man weiss, dass ein Satz für alle Fälle mit Ausnahme eines einzigen Falles (und seien jener auch unendlich viele) gültig ist, so ist der Schluss falsch, dass er auch für diesen Fall gültig sein müsse. Nun ist aber $\operatorname{tgt}\frac{\pi}{2} = \frac{1}{+0}$ und $\operatorname{tgt}\frac{\pi}{2} = \frac{1}{-0}$. Insofern aber $+0 = -0$ ist, haben wir zwei Brüche, deren Zähler gleich und deren Nenner gleich sind; wir haben aber auch zwei Brüche, deren

Zähler gleich und deren Nenner entgegengesetzte Werthe haben. Dieser letzte Fall aber liegt vor, da 0 nicht so sehr das absolute Nichts, als eine unendlich kleine Grösse bezeichnet. Zudem ist es ein vergebliches Beginnen, bei der Zahlenreihe eine Continuität durch ∞ zu gewinnen. Dagegen lässt sich zeigen, dass tgt $\frac{\pi}{2}$ zwei Werthe haben muss. Es ist tgt $\alpha = -$ tgt $(\pi - \alpha)$, oder die Tangenten von Supplementwinkeln sind gleich bei entgegengesetztem Vorzeichen. Mithin ist tgt $\frac{\pi}{2} = -$ tgt $\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right)$, oder die Tangente von $\frac{\pi}{2}$ hat zwei Werthe und zwar $+\infty$ und $-\infty$. Zwar ist tgt $\frac{\pi}{2} = -$ tgt $\frac{\pi}{2}$; allein es ist zu beachten, dass das tgt $\frac{\pi}{2}$ der einen Seite nicht dasselbe ist, wie auf der anderen Seite. Ist das $\frac{\pi}{2}$ der einen Seite der ursprüngliche Winkel w, so ist das $\frac{\pi}{2}$ der anderen der Supplementwinkel von w. Ist mithin tgt $\frac{\pi}{2}$ der linken Seite gleich $+\infty$, so ist tgt $\frac{\pi}{2}$ der rechten Seite gleich $-\infty$; und folglich $+\infty = -(-\infty)$. Sagt man aber „tgt $\frac{\pi}{2} = -$ tgt $\frac{\pi}{2}$; mithin $+\infty = -\infty$“, so macht man stillschweigend die falsche Voraussetznng, dass tgt $\frac{\pi}{2}$ nur einen Werth haben könne.

Wenn der Radius eines Kreises ins Unendliche wächst, so nähert sich der Bogen einer geraden Linie. Denken wir uns im Punkte B des Bogens eine Tangente, so wird für alle endlichen Entfernungen von B der Bogen sich von der Tangente nur um unendlich Kleines unterscheiden, wofern wir den Radius als unendlich gross annehmen können. Allein unendlich Kleines darf nicht immer vernachlässigt werden, und namentlich hier nicht, weil es sich, wenn wir uns von B bis ins Unendliche entfernen, unendlichmal und dazu mit wachsender Grösse summirt. Im Unendlichen wird der Abstand unendlich gross werden. Als etwas Fertiges gibt es übrigens keinen Kreis mit unendlich grossem Radius, da das Unendliche überhaupt nicht als etwas Fertiges gegeben sein kann.

Zum Schlusse wollen wir noch kurz die Aufmerksamkeit auf das Imaginäre zu lenken suchen. Wenn bei der absoluten Philosophie die Rede kam auf das Absolute, so durfte man nicht fragen nach der Bedeutung und Legitimation dieses Unfassbaren; dann durfte man nicht mehr denken, dann durfte man nur staunen. Aehnlich ist es jetzt in der Mathematik, wenn die Rede kommt auf die Existenz des Imaginären. Es ist nicht dasselbe, die wirkliche Existenz imaginärer Grössen zu leugnen und die Bedeutung des Imaginären in der Mathematik nicht anerkennen zu wollen. Der Punkt, die Linie ist imaginär, heisst: der Punkt, die Linie existirt nicht. Es ist logisch etwas anderes, ob ein Punkt imaginär ist, oder ob seine Lage durch einen imaginären Ausdruck angezeigt wird. Punkte der letzten Art mag man immerhin imaginäre Punkte nennen, wofern man nur nicht vergisst, dass diese Punkte wirklich existirende Punkte sind, deren Bezeichnungsweise nur einen imaginären Ausdruck liefert, weil die Fragestellung eine verkehrte war. Wird gefragt, wo ein nicht auf der Linie, Fläche A gelegener Punkt auf A liege, so muss die Antwort eine ausweichende sein. Dass ich nun aus dieser ausweichenden Antwort dennoch genau die Lage des Punktes ersehen kann, ist allerdings ein grosser Vortheil des Imaginären für die Mathematik.

Die in dem Vorhergehenden bekämpften Ansichten stehen in Beziehung zu berühmten Namen. So war es Gauss, der die Entstehung der absoluten Geometrie, die von ihm die „nichteuklidische Geometrie“ genannt wurde, veranlasste. Allein er hat es nicht für gut befunden, eine nennenswerthe Zeit darauf zu verwenden.

Nachschrift d. Red. Wir halten die auf S. 12 dargelegte idealistische Ansicht für einen verhängnissvollen Irrthum. (Vergl. VIII, 407 u. f. und III, 279.)

Kleinere Mittheilungen.

Sprech- und Discussions-Saal.

Bemerkung

zu der Nachschrift der Redaction S. 344—345. Hft. 5.

Von E. Bardey.

Die geehrte Redaction möge mir gestatten, zu ihrer Nachschrift ein paar Worte zu bemerken.

Dass in dem Buche von Miles Bland schon Aufgaben über Gleichungen vorkommen, deren Wurzeln arithmetische, geometrische oder harmonische Reihen bilden, war mir unbekannt. Obgleich seit mehr als zehn Jahren im Besitze des Buches, fühlte ich mich doch bei Betrachtung des Inhalts durch den Titel „sämmtliche algebraische Gleichungen des 1. und 2. Grades“ so sehr getäuscht, dass ich es unbeachtet habe stehen lassen. Da überdies ein durch seine Arbeiten rühmlichst bekannter Mathematiker, Prof. Schlömilch, diese Aufgaben über Gleichungen des 3. Grades vorschlug, so trug ich meinerseits um so weniger Bedenken, die Auflösung der Gleichungen des 4., 5. und $n$ten Grades zu versuchen und vorzutragen. Die Bedingungsgleichungen zwischen den Coefficienten sind in Miles Bland nicht angeführt, und doch ist die Aufstellung derselben, wenigstens bei den Gleichungen, deren Wurzeln geometrische Reihen bilden, schwieriger als die Auffindung der Wurzeln. Selbst bei den Gleichungen, deren Wurzeln arithmetische Reihen bilden, schien mir der Weg, die Bedingungsgleichungen zu finden, wie auch besonders die Auflösung der Gleichungen (3) S. 337 einiges Interesse zu gewähren, um so mehr, als die Auflösung der kubischen Gleichung bei ihrer Einfachheit einen tieferen Einblick in die Natur solcher Gleichungen nicht gestattet.

Was die Gleichungen betrifft, deren Wurzeln eine harmonische Reihe bilden, so scheinen die in der Nachschrift S. 345 aus M. B. angeführten Formeln einen Beweis zu liefern, dass M. B. schon sehr schwierige Aufgaben zu lösen verstand; man sieht jedoch leicht ein, dass diese anscheinend complicirten Formeln nichts sind,

als die reciproken Werthe von x_1 und x_n, wie sie von mir auf S. 337 angegeben sind, wenn man

$$-\frac{a_{n-1}}{a_n} \text{ für } a, \qquad \frac{a_{n-2}}{a_n} \text{ für } b$$

setzt. Der Zusammenhang liegt auf der Hand. Bilden die Wurzeln der Gleichung

$$(1)\ ax^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

eine arithmetische Reihe, so müssen die Wurzeln der Gleichung

$$(2)\ a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a = 0,$$

welche die Coefficienten in umgekehrter Reihenfolge hat und welche aus (1) folgt, wenn man $\frac{1}{x}$ für x setzt, eine harmonische Reihe bilden. Die Auflösung der Gleichungen, deren Wurzeln eine harmonische Reihe bilden, ist also abgemacht, sobald man die Auflösung der Gleichungen hat, deren Wurzeln eine arithmetische Reihe bilden.

Von den hierher gehörigen Aufgaben ist, wenn man bei Schulaufgaben überhaupt von Schwierigkeiten reden will, die Lösung der Gleichung des $n$ten Grades, deren Wurzeln eine geometrische Reihe bilden, bei weitem die schwierigste. Diese Aufgabe ist von Miles Bland nicht gelöst. Da er die Lösung der Gleichungen des $n$ten Grades für die beiden andern Fälle bringt, so muss man daraus schliessen, dass ihm die Lösung der Gleichung in diesem Falle nicht bekannt war. Er umgeht diese Aufgabe, indem er für dieselbe in sonderbarer Weise eine andere einschiebt: Wenn in der Gleichung

$$x^n - 15 x^{n-1} + 70 x^{n-2} - \ldots = 0$$

(nur die Coefficienten von x^{n-1} und x^{n-2} sind gegeben) die Wurzeln eine geometrische Reihe bilden, den Grad der Gleichung, das erste Glied und den Exponenten der Reihe zu bestimmen. Er schliesst mit Recht, die Aufgabe sei unbestimmt; denn aus zwei gegebenen Grössen (15 und 70) wird man doch nicht drei Unbekannte bestimmen wollen. Er gibt das Resultat für den Fall, dass $n = 4$ ist, löst auch vorher die allgemeine Gleichung des 4. Grades für diesen Fall. — Von allen mir bekannten Aufgaben, deren Lösung hier anwendbar ist, ist die einzige diejenige, welche Meier Hirsch in seiner allbekannten, klassischen, für alle später erschienenen Arbeiten dieser Art grundleglich gewordenen Aufgabensammlung bringt, Ausgabe von Bertram S. 213, Nr. 39: In einer geometrischen Reihe ist die Summe aller Glieder $= a$, die Summe ihrer Quadrate $= b$, die Summe ihrer Kuben $= c$; wie wird sie gefunden? — Diese Aufgabe, welche ich für eine der schönsten in der ganzen Elementar-Arithmetik halte, und welche den höchsten Grad der mit Hülfe quadratischer Gleichungen zu bewältigenden Schwierig-

keiten zu haben scheint, steht im Meier Hirsch vereinzelt da. Hätte Meier Hirsch eine allgemeinere Lösung seiner Aufgabe gekannt, so würde er eingesehen haben, dass sich die Aufgabe auch dann noch lösen lässt, wenn statt der Summe der Kuben diß Summe der 4. oder der 5. Potenzen gegeben ist*). Jene schöne, merkwürdige Aufgabe von Meier Hirsch ist jedoch für mich, indem ich nach einer allgemeineren Behandlung suchte, die Veranlassung zur Aufstellung vieler anderen Gleichungen geworden, deren Zusammenhang mit jener Aufgabe nachzuweisen hier zu weit führen würde.

Was ferner die Gleichungen betrifft, deren Wurzeln consecutive Trigonalzahlen sind, so gibt Miles Bland eine einzige Aufgabe dieser Art, über eine Gleichung des 3. Grades: $x^3 - 31\,x^2 + 300\,x - 900 = 0$; $x = 6,\ 10,\ 15$. Jedenfalls zeigt er auch hier eine Beschränkung, um nicht zu sagen Beschränktheit. Nach dem Titel seines Buches und nach den von ihm sonst behandelten Aufgaben hat er sich eine gewisse Vollständigkeit zum Ziele gemacht. Er muss also nicht eingesehen haben, dass sich die Gleichungen des 4., 5. und $n$ten Grades, deren Wurzeln consecutive Dreieckszahlen, Quadratzahlen oder allgemein Polygonalzahlen sind, ebenfalls sehr leicht lösen lassen.

Was die höchst verdienstvollen Arbeiten von Matthiessen betrifft, so finde ich in dem bekannten Werke „Schlüssel zu der Aufgabensammlung von Heis" (2. Aufl.) wol Aufgaben über Gleichungen des 4. Grades, deren Wurzeln arithmetische und geometrische Proportionen bilden (S. 336), aber nicht solche über Gleichungen, deren Wurzeln arithmetische und geometrische Reihen bilden. Die Aufgaben tragen überdies dort einen andern Charakter, sie sind die Umkehrungen von den hier behandelten Aufgaben. Dort ist die Relation zwischen den Coefficienten als Reducente gegeben, und die Beziehungen der Wurzeln werden gesucht; hier sind die Beziehungen der Wurzeln gegeben, und die Relationen zwischen den Coefficienten werden gesucht. Jene Aufgaben erfordern daher eine andere Auflösung als die hier behandelten.

Was endlich die Ausdrücke Relation zwischen den Coefficienten und Reducente betrifft, so ist eine Reducente eine solche Relation zwischen den Coefficienten einer Gleichung, welche zur Reduction dieser letzteren dient. Eine Reducente ist daher stets eine Relation zwischen den Coefficienten; aber eine Relation zwischen Coefficienten ist nicht immer eine Reducente. Bei den hier behandelten Aufgaben werden die Relationen nicht zur Reduction der Gleichung verwendet; es wird nach den Wurzeln gefragt, und die Frage nach den Relationen ist eine nebensächliche, spätere. Ueberdies ist die Reducente einer Gleichung in den meisten Fällen eine einzige Gleichung. Bei den hier gegebenen Aufgaben müssen für die Gleich-

*) Vergl. Algebraische Gleichungen, 2. Aufl., S. 312—313.

ungen des 4. Grades 2, für die des 5. Grades 3, für die des $n$ten Grades $n-2$ Relationen zwischen den Coefficienten vorhanden sein. Aus diesen Gründen halte ich hier den Ausdruck Reducenten statt Relationen für unrichtig. Matthiessen, der in dieser Sache doch gewiss competent ist, scheint über diese Ausdrücke ebenso zu denken, vgl. Schlüssel II. S. 275, 3. Auch der Aufgabensteller, Prof. Schlömilch, sagt Bedingung und Bedingungsgleichung, was mit Relation ziemlich gleichbedeutend ist, — nicht Reducente. Damit fällt denn auch wol die Behauptung, dass seit 1866 Relationen der Coefficienten mit Reducenten bezeichnet werden.

Erwiderung

auf die vorstehenden (letzten) Bemerkungen des Herrn Dr. Bardey.

Da es sich in dem vorliegenden Falle theils um Prioritätsrechte, theils um mathematische Begriffsbestimmungen handelt, so wird es sich zur Richtigstellung der einzelnen strittigen Ansichten vernothwendigen, uns zunächst nach der früheren „Literatur der Frage“ umzusehen.

Was zunächst die Aufgabenstellung (IX, 435—436) von Herrn G.-R. Dr. Schlömilch anlangt, so war die Aufgabe für Schüler gestellt. Es lag offenbar nicht in seiner Absicht, weder in den Problemen noch in der später von ihm veröffentlichten Auflösung (X, Heft 4. S. 267) und den dort aufgestellten „Bedingungsgleichungen“ Geübteren etwas Neues darzubieten. Denn sonst würde er haben erwähnen müssen:

1) Matthiessen, Schlüssel etc. 1. Aufl. (1873). 2. Bd. S. 317, und 2. Aufl. (1878 Febr.) 2. Bd. S. 265. Daselbst liest man den Lehrsatz: Die Reducente (9) ($2a^3-9ab+27c=0$) wird jedesmal erfüllt, wenn die Wurzeln der kubischen Gleichung eine arithmetische Progression bilden.

2) Ibid. 2. Aufl. S. 249. (9I) $2a^3-9ab+27c=0$, Reducente der kubischen Gleichung, deren Wurzeln in einer arithmetischen Progression stehen; $x_1-2x_2+x_3=0$.

3) Ibid. S. 249. (9II) $2b^3-9abc+27c^2=0$, Reducente der kubischen Gleichung, deren Wurzeln eine harmonische Reihe bilden; $x_2x_3-2x_1x_3+x_1x_2=0$.

4) Ibid. S. 249 (11) $a^3c-b^3=0$, Reducente der kubischen Gleichung, deren Wurzeln eine geometrische Progression bilden; $x_1^2-x_2x_3=0$.

Nun hat Herr Dr. Bardey in seinem späteren Aufsatze (X. S. 333—344) versucht, die Auflösung dieser Probleme für Gleichungen von höherem als dem dritten Grade zu geben. Indess auch hier vermissen wir die „Literatur der Frage“. Die allgemeine

Auflösung der Gleichung $n$ten Grades, deren Wurzeln eine arithmetische Progression bilden, findet sich bereits in derselben Vollständigkeit, wie Bardey dies thut, in dem Werke von Matthiessen, betitelt: Grundzüge der antiken und modernen Algebra (1878, Mai) S. 230 ff. § 75. Daselbst sind ebenfalls die fraglichen Bedingungsgleichungen für die kubischen und biquadratischen Gleichungen aufgeführt und die Methode angedeutet, wie dieselben für höhere Gleichungen leicht gefunden werden. Ausserdem handelt § 76 von der Auflösung der Gleichungen $n$ten Grades, deren Wurzeln eine geometrische Progression bilden.

Was endlich die Discussion über die Bedeutung der hierbei vorkommenden „Bedingungsgleichungen" oder „Relationen" betrifft, so sind sie in der That nichts anderes als „Reducenten".

Relationen zwischen den Coefficienten einer algebraischen Gleichung sind Reducenten, wenn die Gleichung specieller Form eine einfachere Lösung zulässt, als die allgemeine. (Matth. Grundzüge etc. § 79 S. 239.) Die Reducenten werden von praktischer Bedeutung für die Auflösung der Gleichungen, wenn diese durch Substitutionen neuer Variabeln sich derartig transformiren lassen, dass jene Relationen erfüllt werden und zugleich die Resolventen eine einfachere Lösung zulassen, als die ursprüngliche Gleichung. Solche Reducenten existiren offenbar nur für die Gleichungen der ersten vier Grade.

Dass durch geeignete Transformationen auch mehrere Reducenten zugleich erfüllt werden können, dass es also Reducenten-Double, -Triple u. s. w. gibt, beweisen die Reducenten (5), (19) und (20) (Grundzüge etc. § 79)

$$n = 3, \quad a = b = 0, \quad \text{(Kanonizante)}$$
$$n = 4, \quad a = b = c = 0,$$
$$a = c = 0 \quad \text{(Kanonizante).}$$

In demselben Sinne bilden auch die Relationen

$$n = 4, \begin{cases} a^3 - 4ab + 8c = 0 \\ 11a^4 + 8a^2b - 144b^2 + 1600d = 0 \end{cases}$$

ein Reducenten-Double. Es frägt sich nur, ob die Resolventen vom dritten Grade sind oder sich auf den dritten Grad reduciren lassen. Für das Bestehen der ersten Relation allein ist sie kubisch und man kann diese Reducente, welche mit der kubischen Variante identisch ist, erfüllen durch eine Transformation zweiten Grades (Grundzüge etc. § 250 und § 251). Es unterliegt aber nicht dem geringsten Zweifel, dass sich jede biquadratische Gleichung mit Hinzuziehung jenes Reducenten-Double derartig transformiren lässt, dass die Wurzeln der Transformirten eine arithmetische Progression bilden. Die erste Reducente führt allein nur zur arithmetischen Proportion der vier Wurzeln. Zu jenem Zwecke bedarf es der Substitution einer kubischen Function, welche am einfachsten nach

der Cayley'schen Methode (Crelle's Journ. LVIII. S. 259 und 263, 1861; Grundzüge etc. § 277) bewerkstelligt wird. Um die allgemeine Gleichung vom $n$ten Grade in eine solche zu verwandeln, deren Wurzeln eine arithmetische Reihe bilden, bedarf es der Substitution einer Function der Unbekannten vom $n-1$ten Grade. In die Transformirte sind dann jene sämmtlichen $n-2$ Bedingungsgleichungen einzuführen und aus diesem Grunde sind sie wahre Reducenten. Damit bleibt denn auch die Richtigkeit der in der „Nachschrift der Redaction" (X. S. 345) aufgestellten Behauptung bestehen, dass nämlich die von Herrn Dr. Bardey gemeinten „Relationen der Coefficienten" seit 1866 mit dem Namen „Reducenten" bezeichnet worden sind*). D. Red.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaction der Herren Dr. Lieber-Stettin und v. Lühmann-Königsberg i. d. N.)**)

A. Auflösungen.

63. (S. IX, 372. Gestellt von Reidt, gelöst von Rosenbaum-Prag.) In IX, 4, S. 288 sagt Reidt, dass die Aufgabe so leicht sei, dass eine Mittheilung der Lösung überflüssig erscheine und aus diesem Grunde glauben wir wol von der Mittheilung der eingesandten Lösung absehen zu dürfen.

Dass gerade leichtere, interessante Aufgaben für das Repertorium eingeschickt werden, ist gewiss höchst wünschenswerth; eine Mittheilung der Lösung wird dann aber nicht nöthig sein.

70. (Gestellt von H. Emsmann X, 2, S. 118.) Nach dem von mir in der Abhandlung: „Ueber die sectio aurea" im Programme der Friedrich Wilhelms-Schule zu Stettin aufgestellten Satze (s. auch Jahrg. 1874 d. Zeitschr. in der betr. Recension) ist in dem $\triangle ABC$ stets $BD \,.\, DC : BC \,.\, DE = AD : FG$. Da $FG = \frac{n}{p} AD$ sein soll, so ist

$$BC \,.\, DE = \frac{n}{p} BD \,.\, CD = \frac{n}{p}(a - CD)CD.$$

Es ist auch $EG : AD = EC : CD$. Wir erhalten also, wenn wir $BC = a$; $EC = x$; $EG = y$; $AD = t_w$ setzen,

---

*) Man vgl. noch Matthiessen's Grundzüge etc. § 74. S. 229, und desselben Verfassers Schrift „Die algebraischen Methoden der Auflösung der litteralen, quadratischen, kubischen und biquadratischen Gleichungen", S. 10—13. Leipzig 1866.

**) Wir bitten jedoch, Beiträge für das Aufgaben-Repertorium immer an uns zu senden. D. Red.

$$a(CD - x) = \frac{n}{p}(a - CD)CD$$

und

$$y : t_w = x : CD, \text{ also } CD = t_w \frac{x}{y};$$

folglich

$$a\left(t_w \frac{x}{y} - x\right) = \frac{n}{p}\left(a - t_w \frac{x}{y}\right) t_w \frac{x}{y}$$

oder

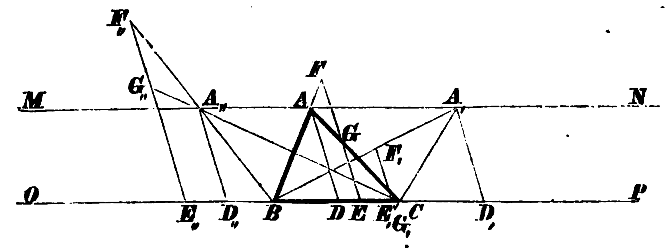
$$a\frac{t_w}{y} - a = \frac{n}{p}\left(a - t_w \frac{x}{y}\right)\frac{t_w}{y}$$

oder

$$ay^2 - at_w y + \frac{n}{p}(ay - t_w x)t_w = 0$$

oder

$$y^2 - \left(1 - \frac{n}{p}\right) t_w y = \frac{n}{p} \cdot \frac{t_w^2}{a} x, \text{ d. h. Parabel.}$$



Ist $\frac{n}{p} = 1$, also $FG = AD$, so ist $y^2 = \frac{t_w^2}{a} x$.

Ist ausserdem $w = 90^0$, so ist Linie OP Hauptaxe.

Für die F-Curve ist $EF = y' = y + \frac{n}{p} t_w$, also für y nur $y' - \frac{n}{p} t_w$ einzusetzen.

NB. Zur Construction der verschiedenen Linien EGF ziehe man im Anfangsdreiecke ABC von G eine Parallele zu AB und lege durch den Punkt, in welchem AD von dieser geschnitten wird, eine Linie parallel zu OP. Durch die Punkte, in welchen die verschiedenen $A_, D_,$; $A_{,,} D_{,,}$ etc. von dieser Parallelen getroffen werden, braucht man nur parallel mit dem zugehörigen $A_, B$; $A_{,,} B$ etc. zu ziehen und erhält dann im Schnittpunkte mit $A_, C$; $A_{,,} C$ etc. die Punkte $G_,$; $G_{,,}$ etc., durch welche die Linien $E_, G_, F_,$; $E_{,,} G_{,,} F_{,,}$ etc. parallel mit $A_, D$; $A_{,,} D$ etc. gelegt werden.

Dr. H. Emsmann-Stettin.

75. (Gestellt von v. Schaewen X, 3, S. 197.) 1. Aufl. X, 5, S. 347.

2. Aufl. Die Aufgabe ist ein specieller Fall des folgenden

Satzes: Der Ort eines Punktes, dessen Verbindungslinien mit 4 festen Punkten 4 harmonische Strahlen sind, besteht aus 3 Kegelschnitten, welche durch die 4 Punkte gehen und harmonische Kegelschnitte heissen. (Cf. Jacob Steiner's Vorlesungen über synth. Geom., bearb. von Schroeter. 1. Aufl. § 27.) Dr. Kiehl-Bromberg.

3. Aufl. Dr. Weinmeister I-Leipzig macht ungefähr dieselbe Bemerkung und führt dann fort: Wählt man die Strahlen durch die Endpunkte der einen Diagonale als conjugirte, so erhält man eine Ellipse. Projicirt man nämlich parallel das Rechteck zum Quadrat, so erhält man den diesem umgeschriebenen Kreis, wie sich leicht ergibt, wenn man den senkrecht über der Mitte einer Quadratseite gelegenen Kreispunkt als fünften erwählt. Der Kreis projicirt sich aber parallel zur Ellipse. Bei anderer Art von Zuordnung erhält man Hyperbeln.

76. (Gestellt von v. Schaewen X, 3, S. 197.) 1. Bew. X, 5, S. 348.

2. Bew. Die Ecken des Sechsecks seien A, B, C, D, E, F; die Mitten der Seiten a, b, c, d, e, f, und zwar liege a auf AB. Ist O die Mitte von AD, so ist $Oabc$ ein Parallelogramm, und ac und Ob halbiren sich in M; ebenso halbiren sich df und Oe in N. Mithin sind bN und eM Mittellinien des Dreiecks Obe, ihr Schnittpunkt S theilt jede im Verhältniss 2:1. Da bN zugleich Mittellinie von bdf, so ist S Schwerpunkt des Dreiecks bdf; ebenso da eM zugleich Mittellinie von eac, so ist S auch Schwerpunkt von eac.

Dr. Kiehl-Bromberg.

3. Bew. ergibt sich sofort mittelst der Abscissen der Ecken für ein beliebiges Coordinatensystem.

Dr. Weinmeister I-Leipzig und Dr. Kiehl-Bromberg.

Dr. Kiehl bemerkt, dass der Satz sich auf ein $(3 . 2^n)$-Eck ausdehnen lässt.

77. (Gestellt von Schlömilch X, 3, S. 197.) Aufl. Fällt man MP_1 senkrecht CP, und MQ_1 senkrecht CQ, so dass $CP_1 = P_1P$ und $CQ_1 = Q_1Q$, so hüllt nach einem bekannten Satz, der sich elementar geometrisch ziemlich einfach beweisen lässt, P_1Q_1 eine Parabel ein, deren Brennpunkt der Fusspunkt des von C auf AB gefällten Lothes ist, welche AC und CB, sowie die von A und B ausgehenden Höhen des Dreiecks ABC berührt, so dass die Verbindungslinie der Fusspunkte der letzteren Leitlinie ist. Diese Parabel überträgt sich auf die in der Aufgabe geforderte leicht nach dem Princip der Aehnlichkeit. Dr. Weinmeister I-Leipzig.

Eine zweite Lösung eingeschickt von Dr. Kiehl-Bromberg.

78. (Gestellt von Schlömilch X, 3, S. 197.) 1. Aufl. X, 5, S. 349.

2. Aufl. Man projicire das Dreieck parallel zu einem gleich-

seitigen, so bleiben hierbei die Seitenmitten, sowie der Schwerpunkt als solcher erhalten; im letzteren Falle erhält man leicht einen Kreis, der sich als die gesuchte Ellipse projicirt, da ja auch der Mittelpunkt sich als solcher bei der Parallelprojection conservirt.

Dr. WEINMEISTER I-Leipzig.

79. (Gestellt von Schlömilch X, 3, S. 197.) Aufl. von Weinmeister I-Leipzig identisch mit der X, 5, S. 349.

B. Neue Aufgaben.

96. Eine Parabel zu construiren, von welcher die Axe und zwei Tangenten gegeben sind.

Dr. KIEHL-Bromberg.

Zwei Lehrsätze über Kegelschnitte.

97. Schneidet man einen schiefen Kreiskegel senkrecht zum Hauptaxenschnitt so, dass die Schnittebene und die Grundfläche mit der Verbindungslinie des Mittelpunktes der letzteren mit der Kegelspitze gleiche Ergänzungswinkel bildet, so ist die Schnittcurve ein Kegelschnitt, dessen einer Brennpunkt auf jener Verbindungslinie gelegen ist, während die zugehörige Leitlinie die Schnittlinie der Schnittfläche mit der durch die Spitze zur Grundfläche parallel gelegten Ebene ist.

98. Hat ein Kegel zur Basis einen Kegelschnitt, dessen Hauptaxe mit der Spitze eine zur Grundfläche senkrechte Ebene bildet, und schneidet man denselben mit einer zur letztgenannten gleichfalls senkrechten Ebene so, dass diese und die Grundfläche mit der Verbindungslinie des einen Brennpunktes der letzteren mit der Kegelspitze gleiche Ergänzungswinkel bildet, so ist die Schnittcurve ein Kegelschnitt, dessen einer Brennpunkt auf jener Verbindungslinie gelegen ist, während die zugehörige Leitlinie die Schnittlinie der Schnittfläche mit der durch die Spitze zur Grundfläche parallel gelegten Ebene ist. Dr. WEINMEISTER I-Leipzig.

99. In einen gegebenen Kegel mit Kreisbasis soll der gerade Cylinder eingestellt werden, um welchen sich die kleinste Kugel construiren lässt. Der Radius der Kugel soll gezeichnet werden.

von SCHAEWEN-Saarbrücken.

Fortsetzung der Lehrsätze über das Sehnenviereck. (X, 6, 93—95.)

100. Das Product der Radien zweier inneren Berührungskreise an zwei gegenüberliegende Seiten eines Sehnenvierecks ist gleich dem Producte der Radien der äusseren Berührungskreise an dieselben Seiten. (Jede Ecke des eingeschriebenen Vierecks ist der Mittelpunkt eines inneren Berührungskreises, der drei Seiten des

Vierecks berührt. Benannt* wird dieser Kreis nach der mittleren Seite, wie in der früher beschriebenen Figur (X, S. 421) die verschiedenen Z durch die Seite, in welcher sie liegen, bezeichnet werden. Die Radien der inneren werden durch r, die der äusseren Berührungskreise durch ϱ bezeichnet. Also $r_a r_{a'} = \varrho_a \varrho_{a'}$ und $r_b r_{b'} = \varrho_b \varrho_{b'}$. Ist das Sehnenviereck zugleich Tangentenviereck, so ist $r^4 = \varrho_a \varrho_{a'} \varrho_b \varrho_{b'}$.)

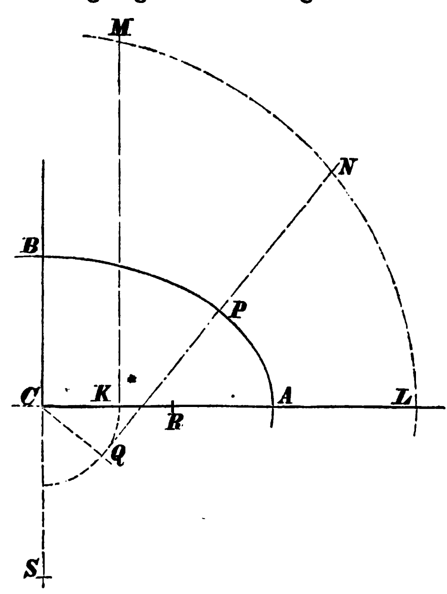
101. Die Gerade, welche die Berührungspunkte der beiden Tangenten von dem einen Ende der dritten Diagonale (DD') an den umgeschriebenen Kreis ihres Sehnenvierecks gelegt, verbindet, geht durch den Durchschnittspunkt seiner inneren Diagonalen, und ihre Verlängerung durch den anderen Endpunkt der dritten Diagonale.

102. Bei jedem Sehnenviereck ist das Quadrat der dritten Diagonale (DD') gleich der Summe der Quadrate je einer Tangente von den beiden Endpunkten der dritten Diagonale an seinen umgeschriebenen Kreis. R. O. Consentius-Carlsruhe.

(Fortsetzung folgt.)

Drei Aufgaben über die Ellipse.

Die nachstehenden Aufgaben beziehen sich auf Maxima und Minima, sind aber durch elementare Hülfsmittel lösbar, wie sich aus den beigefügten Andeutungen der Lösungen ergibt.



Der Ellipsenmittelpunkt sei C, die grosse Halbachse $CA = a$, die kleine $CB = b$, ferner bezeichne D die vierte Ecke des aus CA und CB construirten Rechtecks, P irgend einen Ellipsenpunkt, ω dessen excentrische Anomalie (also $x = a \cos \omega$, $y = b \sin \omega$), durch P sei an die Ellipse die Tangente gelegt, welche die verlängerte CA in T, die verlängerte CB in U schneidet; endlich bezeichne V den Durchschnitt von CA mit der durch P gehenden Normale der Ellipse. Man verlangt nun:

103. Der Winkel CPV zwischen Radiusvector und Normale soll ein Maximum werden.

Die Aufgabe führt darauf hinaus, $\sin 2\omega$ zu einem Maximum zu machen; es ist daher $\omega = 45^0$,

$$\operatorname{tg} ACP = \frac{b}{a},$$

mithin P der Durchschnitt des Ellipsenquadranten AB mit der Geraden CD; ferner ergibt sich, dass die Normale PV senkrecht zur Geraden AB liegt und dass der Maximalwinkel $CPV = \angle ABC - \angle BAC$ ist. Errichtet man in C auf CP eine Senkrechte, so schneidet diese die verlängerte Normale PV im Krümmungsmittelpunkte.

104. Das zwischen die verlängerten Achsen fallende Tangentenstück TU soll ein Minimum werden, also

$$\left(\frac{a}{\cos \omega}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sin \omega}\right)^2 = \text{Min.}$$

Setzt man $\operatorname{tg}^2 \omega = z$, so hat man $a^2 z + \frac{b^2}{z}$ zu einem Minimum zu machen und erhält

$$z = \frac{b}{a}, \quad \operatorname{tg} \omega = \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a},$$

was sich leicht construiren lässt. Für den gesuchten Punkt ist ferner $PT = b$, $PU = a$, mithin das Minimum von $TU = a + b$.

105. Es soll diejenige Normale bestimmt werden, welche am weitesten vom Ellipsenmittelpunkte entfernt ist.

Bezeichnet Q den Fusspunkt der Senkrechten von C auf die verlängerte PV und e die lineare Excentricität, so ist

$$CQ = \frac{e^2}{TU},$$

das Maximum von CQ entspricht hiernach dem Minimum von TU, der gesuchte Punkt ist also derselbe wie bei der vorigen Aufgabe. Das Maximum von CQ beträgt $a - b$, ferner ist $PQ = \sqrt{ab}$, wonach der Punkt Q leicht construirt werden kann. Derselbe ist gleichzeitig der Krümmungsmittelpunkt; die Ellipsenfläche kommt also der Fläche des mit QP beschriebenen Krümmungskreises gleich. (Uebrigens ist P der Fagnano'sche Punkt, für welchen die Differenz der Ellipsenbögen BP und AP gleich der Differenz der Halbachsen, also $= CQ$ ist.) SCLHLÖMILCH.

Literarische Berichte.

BARDEY, Dr. E., **Methodisch geordnete Aufgabensammlung**, mehr als 8000 Aufgaben enthaltend etc. Achte unveränderte Auflage. Leipzig. B. G. Teubner. 1879. Preis 2 ℳ 70 ₰.

Von diesem beispiellos gangbaren Schulbuche liegt nun bereits die 8. Auflage vor. Dass dieselbe eine „unveränderte“ ist, wird dem Buche nur zur Empfehlung gereichen: denn Schulbücher, an denen immer „geändert“ wird, sind für Lehrer und Schüler ein Aergerniss. Dass aber nichts Wesentliches geändert zu werden brauchte, spricht für die Güte dieses Schulbuches.

Der Verfasser wiederholt kurz in der Vorrede die in dieser Zeitschrift VIII, 484 u. f. von ihm auseinandergesetzten Vortheile seiner Logarithmenschreibweise log $a_{(b)}$ d. h. Logarithmus von a zur Basis b und — gegen seine Gründe für diese Bezeichnung ist nach unserer Ansicht nichts einzuwenden; denn es ist naturgemäss, nach der Reihenfolge zu schreiben nach der man liest.

Aufgefallen ist uns, dass in dem Abschnitte (X.) über die Proportionen immer noch die alten Gewichte Pfunde (℔) und Lothe (Lth.) vorkommen, z. B. Nr. 31 und 32, S. 38—39 und Nr. 29, S. 133. Wozu haben wir denn das neue Gewichtssystem? Ferner: Wären nicht Beispiele wie Nr. 34 der Gleichungen 1. Gr. vom „Hasen und Windhund“ künftig auszulassen und durch andere zu ersetzen? Sie haben doch keinen praktischen Werth!

Einen Wunsch hätten wir noch: er betrifft eine äussere Einrichtung des Buches, die uns beim Gebrauche desselben oft recht vexirt. Es ist die verschiedene (wiederholte) Numerirung der Gleichungen in den verschiedenen Stufen. Man sucht z. B. Nr. 48 und findet die falsche Aufgabe, weil man übersehen hat, dass es ja die zweite, und nicht die erste Stufe war! Eben so geht es, und zwar noch häufiger, den Schülern! Eine fortlaufende Numerirung scheint uns zweckmässiger zu sein; wir errathen wol den Grund dieser Einrichtung, durch die der Herr Verfasser die Hinzufügung neuer (resp. die Completirung der) Beispiele der einzelnen Stufen sich ermöglicht; aber sind denn der Beispiele nicht genug oder kann im Falle einer Completirung nicht ein weniger

gutes Beispiel ausfallen? Auch könnte diese Completirung durch Hinzufügung von Strichen oder Buchstaben geschehen, wie sie ja der Herr Verfasser auch in früheren Abschnitten anwendet.

H.

LEJEUNE-DIRICHLET, Vorlesungen über Zahlentheorie. Herausgegeben und mit Zusätzen versehen von Dedekind. Dritte umgearbeitete und vermehrte Auflage. Braunschweig, Vieweg u. Sohn. 1879. 1. Abtheilung. Preis 6 ℳ.

Die dritte Auflage dieses geschätzten Werkes kündigt sich auf dem Titelblatte an als eine von der zweiten wenig verschiedene; denn die Aenderungen und Verbesserungen in dieser ersten Abtheilung, als dem Kerne des Werkes, sind unwesentlich und gering. Mehr Aenderungen sollen nach dem Prospect die Supplemente, welche die zweite (unter der Presse befindliche) Abtheilung bilden, enthalten.

Sollten diese Supplemente, die Referent noch nicht kennt, Uebungsmaterial nicht enthalten, so hätte er den schon bei Besprechungen ähnlicher Werke oft ausgesprochenen Wunsch zu wiederholen: es möchte auch hier entweder der Verfasser oder ein anderer Mathematiker zur Bearbeitung von Uebungsmaterial zu diesem Werke und zur Herstellung eines so zu sagen praktischen Theils sich bereit finden lassen, ähnlich dem von Prof. Lieblein in Prag zu Schlömilch's algebraischer Analysis bearbeiteten Uebungsbuche. Grosse und tiefdenkende Mathematiker sind nicht Freunde von vielen Beispielen oder Anwendungen. Sie lieben es, die gerade Heerstrasse ihrer Theorien zu durchschreiten, ohne sich durch die Seitenwege, die Halte- und Uebungs-Stationen der Praxis, aufhalten zu lassen, freilich meist zum Nachtheile der Zuhörer und auf Kosten der zu erweckenden Liebe zum Gegenstande. Wir haben das selbst an einem grossen Mathematiker erlebt*).

Anfänge zu solchen (oben angedeuteten) Bearbeitungen finden sich bereits in mehreren Schulprogrammen, so z. B. in dem von G. Wertheim: „Einführung in die Zahlentheorie". Frankfurt a. M. 1872. 40 S.

Hervorgehoben sei hier noch aus dem Anfange des besprochenen Werkes (I. Abschn. § 1) der schöne Beweis des Satzes von der Vertauschbarkeit der Factoren eines Products ($abc = acb =$ etc.), woraus ganz psychologisch hervorgeht (s. dort S. 2), dass streng genommen immer der Multiplicand die erste und der Multiplicator

---

*) Dies war der verstorbene, durch seine Arbeiten auf dem Gebiete der neuern Geometrie berühmte Möbius in Leipzig. Man halte gegen die rein und dürr theoretischen Bücher dieses Mannes, deren hohen wissenschaftlichen Werth wir übrigens keinen Augenblick verkennen, z. B. jene des verstorbenen Bergraths Weisbach in Freiberg über Mechanik, welche einen reichen Schatz von Anwendungen und Uebungen enthalten.

die zweite Stelle einnehmen muss. Denn, wenn man multipliciren soll, so ist, nach Auffassung der Multiplication als einer wiederholten Addition, das Erste, was da sein muss, die zu multiplicirende Zahl und erst in zweiter Reihe kommt die Zahl, welche multiplicirt. Demnach ist 3 · 4 zu übersetzen in: 3 genommen 4 mal, und bedeutet nicht: 4 mal 3 (d. h. 4, genommen 3 mal). Das sollten die Verfasser von Elementararithmetiken (Rechenbüchern) und die Seminar- und Volksschullehrer sich merken!

H.

MEYER, Dr. A. (ord. Professor an der Universität zu Lüttich), Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung. Deutsch bearbeitet von Emanuel Czuber. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1879. XII u. 554 S. Pr. 12 M.

Ein umfassendes Werk über Wahrscheinlichkeitsrechnung, welches für unsere Zeit etwa das wäre, was Poisson's von Schnuse übersetzte Vorlesungen und Jacob Bernoulli's „Ars conjectandi" resp. für ihre Zeiten gewesen sind, hat bisher der deutschen Literatur gefehlt. Die von Dr. Czuber in Prag besorgte deutsche Ausgabe der Meyer'schen Vorträge füllt also eine merkbare Lücke aus. Gehalten wurden dieselben während einer längeren Reihe von Jahren an der Universität Lüttich, indess war Meyer nicht dazu gekommen, dieselben als ein Ganzes der Oeffentlichkeit zu übergeben; vielmehr haben erst jetzt, nachdem der Verfasser inzwischen aus dem Leben geschieden, die Professoren Folie (Lüttich) und Devivier (Löwen) aus den in ihrem Besitze befindlichen Originalmanuscripten und Collegienheften ein fertig in sich abgeschlossenes Werk hergestellt. Herrn Czuber's Thätigkeit war nicht diejenige eines blossen Uebersetzers, vielmehr hat er Mehreres geändert und zwei Kapitel insbesondere wesentlich vermehrt, sowie die vielfach fehlenden erläuternden Beispiele hinzugefügt.

Einer Einleitung über die allgemeinen (philosophischen) Grundsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung folgt im ersten Kapitel die Lehre von der einfachen und zusammengesetzten Wahrscheinlichkeit, durch zahlreiche Aufgaben illustrirt. Dem zweiten Kapitel, welches die „Wahrscheinlichkeiten wiederholter Versuche" behandelt, geht ein mathematischer Excurs über die neuerdings sehr in Vergessenheit gerathene Rechnung mit Factoriellen vorauf*), welche bei der Auflösung von Moivre's Problem und von dem geschichtlich merkwürdigen Pascal'schen Problem zur Anwendung gelangt. Nicht minder spielt hier die Rechnung mit endlichen Differenzen und Summen eine her-

---

*) In älteren combinatorischen Werken, so besonders in M. Ohm's sämmtlichen Lehrbüchern und besonders in Rothe's „Theorie der combinatorischen Integrale" wird auf dieses ganz vorzügliche Abkürzungssymbol und seinen Gebrauch mit Recht ein besonderer Nachdruck gelegt.

vorragende Rolle. Das dritte Kapitel ist dem berühmten Bernoulli'schen Theorem gewidmet, welches, zumal in seiner von Poisson angegebenen Verallgemeinerung, dem sogenannten Gesetze der grossen Zahlen das Leben gegeben hat. So ist dasselbe z. B. neuerdings in höchst sinnreicher Weise für die Lösung gewisser astronomischer Fragen, z. B. die Wahrscheinlichkeit des Erscheinens eines Kometen betreffend, verwerthet worden. Der in diesem Kapitel entfaltete analytische Apparat ist ein ziemlich beträchtlicher. Im vierten und fünften Kapitel kommen zur Sprache die mathematische und die moralische Hoffnung, d. h. die Grundlagen für die richtige Berechnung des Einsatzes bei Glücksspielen und bei Versicherungs-Unternehmungen. Im Wesentlichen einen Extract aus den überaus geistreichen philosophisch-mathematischen Untersuchungen Laplace's bietet der umfangreiche sechste Abschnitt: „Von den Wahrscheinlichkeiten der Ursachen und künftigen Ereignisse“; hierher gehören die Probleme der — sit venia verbo — anticipirenden Geburts- und Mortalitätsstatistik. Der Lehrsatz von Bayes und die Umkehrung des Bernoulli'schen Satzes, sowie ein Laplace'sches Theorem über die Probabilität der Mittelwerthe von Beobachtungen schliessen im siebenten Kapitel den mehr theoretischen Theil ab. In dem nun folgenden Kapitel, welches von der Ausgleichung der Beobachtungsfehler handelt, ist der ursprüngliche Text mehrfach erweitert worden. Vielleicht hätte es sich aber empfohlen, auch der neuerdings üblich gewordenen graphischen Darstellung der Fehler (Fehlerellipse etc.) zu gedenken, etwa in der Weise des hübschen Aufsatzes, welchen der Verfasser im 2. Heft des Jahrgangs 1878 der technischen Blätter veröffentlicht hat. Ebenso hat das neunte Kapitel, „Auf das Menschenleben bezügliche Wahrscheinlichkeiten“ betitelt, dadurch gegenüber dem Originale sehr gewonnen, dass der Verfasser aus Zeuner's „Abhandlungen zur mathematischen Statistik“ dessen Darstellung der Gleichung $z = f(t, x)$ (wo z die Geburts-Dichtigkeit, t das augenblickliche Alter, x die Zeit) durch eine Fläche herübergenommen und so für eine Anzahl äusserst verwickelter Verhältnisse ein anschauliches Bild gewonnen hat. Hier wird auch auf die Bevölkerungstheorien von Euler und Laplace eingegangen. Den Schluss endlich bildet eine sehr vollständige und durch mathematische Eleganz ausgezeichnete Darlegung einer von Poisson zuerst angeregten Disciplin, derjenigen nämlich, welche die Glaubwürdigkeit von Zeugenaussagen, sowie die Richtigkeit oder Unrichtigkeit von Zeugenaussagen a priori abschätzen lehrt. In zwei Anhängen werden die Fehlertheorien von Laplace und Bienaymé, sowie einige rein mathematische Hülfslehren vorgetragen, welche, für den Wahrscheinlichkeitscalcül unentbehrlich, gleichwol nicht bei der Mehrzahl der Leser vorausgesetzt werden durften.

Die deutsche Wiedergabe des französischen Textes macht durchaus den Eindruck der Treue und liest sich leicht; die Uebersetzung einzelner Stellen, wie wenn z. B. „vitalité“ durch „Leblichkeit“ gegeben

wird, mag vielleicht sogar etwas zu wörtlich erscheinen. Wir glauben, dass das Buch, welches für die Mittelschule freilich nur in seinen allerersten Abschnitten verwerthbar ist, sich rasch in unserem Vaterlande eineinbürgern wird. Geschieht dies, so haben wir wol in nicht zu ferner Zeit eine zweite Auflage zu erwarten, und für eine solche haben wir noch zwei Wünsche vorzubringen: einmal eine ausgiebigere Berücksichtigung des geschichlich-literarischen Elementes, und zweitens die Einschiebung eines besonderen Hauptstücks über geometrische Wahrscheinlichkeit. Aus dieser letzteren sind allerdings einige Probleme auf S. 54—61 vorgeführt und eingehend discutirt worden; allein die Sache ist doch wol interessant genug, um einer systematischen Behandlung theilhaftig zu werden, um so mehr, als die Forschungen einiger englischer Mathematiker neue und ungeahnte Perspectiven gerade in dieser Hinsicht eröffnet zu haben scheinen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Serret, J. A., Handbuch der höheren Algebra. Deutsche Uebersetzung von G. Wertheim (Lehrer an der Realschule der israelitischen Gemeinde zu Frankfurt a. M.). Zweite Auflage. Erster Band. 1878. VIII. 528 S. Zweiter Band. 1879. VIII. 574 S. Leipzig. Druck und Verlag von B. G. Teubner. Pr. 14 ℳ 20 ₰.

Es wäre überflüssig, von einem Werke, welches sich so rasch auch im Auslande verbreitet und in seinem Vaterlande es bereits bis zur vierten Auflage gebracht hat, abermals eine genauere Schilderung zu entwerfen; es genügt zu sagen, dass von der anerkanntermassen guten deutschen Bearbeitung eine zweite Ausgabe sich nothwendig gemacht hat. Der Uebersetzer hat nichts geändert, was von besonderer Bedeutung wäre*), während der Verfasser dem zweiten Bande ein neues Capitel hinzugefügt hat. Dasselbe handelt von ganzen algebraischen Functionen, welche nach einem Primzahlmodul für jenen Fall irreductibel sind, in welchem der Grad der Gleichung eine Potenz des Moduls ist.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Salmon, George, Analytische Geometrie des Raumes. Deutsch bearbeitet von Dr. Wilhelm Fiedler (Professor am eidgenössischen Polytechnikum zu Zürich). I. Theil. Die Elemente der Theorie der Flächen zweiten Grades. Dritte Auflage. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1879. XXIII. 362 S. Pr. 8 ℳ.

Es ist ein erfreuliches Zeichen für das Umsichgreifen des mathematischen Geistes in unserem Vaterlande, dass trotz des unaufhör-

---

*) Immerhin sind die Zusätze über die Verwandlung gemeiner in decimale Brüche und über Meissel's Primzahluntersuchungen recht dankenswerthe Zugaben.

lichen Erscheinens tüchtiger mathematischer Werke auf deutschem Boden doch auch jene klassischen Werke des Auslandes, welche uns in guten deutschen Bearbeitungen zugänglich gemacht wurden, immer und immer wieder neue Auflagen erleben. So haben wir vorstehend Serret's höhere Algebra angezeigt, so thun wir jetzt ein Gleiches mit Salmon-Fiedler's Raumgeometrie. Diese dritte Auflage ist, wie von Prof. Fiedler's unermüdlicher Arbeitskraft zu erwarten war, abermals eine wesentlich gegen ihre Vorgängerin bereicherte, wie uns schon ein Blick auf das umfängliche Literaturverzeichniss lehrt. Diese Vermehrungen im Detail anzuführen, kann nicht die Aufgabe des Referenten einer pädagogischen Zeitschrift sein; doch möge auf die hier nach Cayley gegebene Darlegung des Verhältnisses zwischen metrischen und projectivischen Relationen (imaginärer Kugelkreis u. s. w.) hingewiesen werden, welche nach Herrn Fiedler's eigenem Ausdruck keinen Anlass gibt „zu den hypergeometrischen Abwegen, denen die rein analytisch gefasste Theorie vom Krümmungsmaass höherer Mannigfaltigkeiten Thür und Thor geöffnet hat“. Wir wollen diese Gelegenheit nicht vorübergehen lassen, ohne zugleich diejenigen unserer Leser, welche sich dafür interessiren, auch die ersten Grundlagen der Geometrie im Geiste einer exacten Principienlehre dargestellt zu sehen, auf eine Reihe Fiedler'scher Aufsätze in der Vierteljahrsschrift der Züricher naturforschenden Gesellschaft aufmerksam zu machen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Röntgen, Robert, Die Anfangsgründe der analytischen Geometrie nebst vielen Uebungsbeispielen und verschiedenen Anwendungen auf die Naturwissenschaften. Jena, Costenoble. 1879. XIV u. 275 S. gr. 8. Preis 4 M

Je mehr in jetziger Zeit die Unterrichtsgegenstände unserer höheren Lehranstalten, und namentlich die der oberen Classen, auseinander gehen, desto mehr macht sich naturgemäss das Bedürfniss nach Concentration geltend, so dass es als Pflicht eines jeden Lehrers erscheint, überall in seinem Unterricht, wo nur möglich, mit den übrigen Disciplinen Fühlung zu suchen. Gern begrüssen wir daher das oben genannte Schulbuch, welches sich die Aufgabe gestellt hat, neben der Entwickelung der Anfangsgründe der analytischen Geometrie der Ebene, deren Bedeutung für die Elemente der Naturwissenschaften — oder sagen wir lieber der Physik — zu berücksichtigen. Der Verfasser hat in geschickter Weise diejenigen Kapitel der Physik entnommen, die der analytischen Geometrie am nächsten stehen. So benutzt er z. B. im Anfang die analytische Geometrie zur graphischen Darstellung des Mariotte'schen Gesetzes und des Fallgesetzes; den letzten Abschnitt seines Buches aber widmet er vollständig der Physik, weist in ihm die Entstehung der Parabel

bei dem Ausfluss von Wasser und bei der Wurfbewegung nach, geht dann zum Pendel über und nach eingehender Behandlung der schwingenden Bewegung zur optischen Darstellung der Stimmgabelcurven, wie dieselbe in Müller's mathematischem Supplementband zu seinem Grundriss der Physik enthalten ist. Auch die descriptive Geometrie wird in die analytische verflochten, indem im sechsten Abschnitt der Satz, dass ein gerader Kreiskegel durch jede Ebene in einer Ellipse, Parabel oder Hyperbel geschnitten wird, mittelst Grund- und Aufriss nachgewiesen wird. Endlich ist auch der Geschichte, wenn auch nur in geringem Maass, gedacht worden (§ 11). Was die synthetische Geometrie betrifft, so tritt dieselbe zwar wiederholt auf, aber unserer Ansicht nach nicht recht genügend und auch nicht in der gehörigen Weise. Es sind nemlich der synthetischen Geometrie nur drei Paragraphen gewidmet: §§ 127. 129. 167, welche bezw. die Ellipse, Parabel und Hyperbel behandeln und allem Anschein nach den Schüler mit denjenigen wichtigen Eigenschaften dieser Curven bekannt machen sollen, deren analytischen Nachweis der Verfasser aus irgend welchen Gründen vermeiden wollte. So dient hier die synthetische Geometrie nur dazu, die Lücken auszufüllen, welche die analytische gelassen hat. Dem gegenüber wünschten wir der ersteren eine viel grössere Verbreitung. Erstens nämlich möge man doch, wenn irgend möglich, alle Eigenschaften der Kegelschnitte, die man dem Schüler darbietet, auch synthetisch beweisen — vielleicht im Lehrbuch nur andeutungsweise —, damit der Schüler, welcher sich so von zwei Seiten aus der Materie nähert, sie um so leichter und sicherer beherrschen lernt. Gerade auf diese Art wird es ihm möglich, die beiden Methoden mit einander zu vergleichen und ihre Vor- und Nachtheile aufzufinden. So ist es z. B. dem Verfasser sehr zu verdenken, dass die Eigenschaft der Kegelschnittstangente, den Winkel der Brennstrahlen zu halbiren, nicht auch synthetisch nachgewiesen wird. Denn erstens ist diese Eigenschaft eine fundamentale, zweitens ist ihr analytischer Nachweis sehr weitläufig und drittens ist die synthetische Geometrie in den genannten Paragraphen bereits so weit entwickelt, dass der Beweis in zwei Zeilen abgethan werden konnte. Sodann aber hätte die synthetische Geometrie auch noch Verwendung finden können, um die Mehrzahl der auftretenden Gleichungen zu controliren, so z. B. die Gleichung für die Gerade durch die Punkte $x_1 y_1$ und $x_2 y_2$, sodann die Formel des § 53 $y \cos\beta + x \cos\alpha = s$ und in § 91 die Berechnung der Coordinaten des Berührungspunktes der Kreistangente. Dagegen ist in § 93 bei der Tangentenconstruction durch die Benutzung des Hilfskreises die Verbindung der analytischen Geometrie mit Euklid hergestellt. Ausserdem hätten wir sehr gern dem sechsten Abschnitt das lehrreiche Dandelin'sche Princip an die Seite gestellt gesehen, zumal in jenem Abschnitt vom schiefen Kreiskegel vollständig abgesehen ist. Man wende uns nicht ein, dass durch eine zu grosse

Betonung der Synthese ein Lehrbuch der analytischen Geometrie seines eigentlichen Charakters entkleidet werde, vielmehr sehe man die Sache vom praktischen Standpunkt an, und bemerke wohl, dass ein Lehrbuch der analytischen Geometrie in der Regel das einzige Buch ist, welches dem Schüler Kegelschnitte entgegen bringt, und dass der Stoff es sicherlich werth ist, auf mehr als eine Art behandelt zu werden. Man arbeite möglichst darauf hin, die analytische und die synthetische Methode einander mehr und mehr zu nähern und schlage nicht schon innerhalb des geometrischen Unterrichtes ein der Concentration entgegengesetztes Verfahren ein. Als Beweis für die Verbreitung dieser Ansicht sei nur das Lehrbuch der analytischen Geometrie der Kegelschnitte von Salmon-Fiedler angeführt, dessen Inhalt ohne synthetische Geometrie bedeutend zusammenschrumpfen würde.

Als weitere bemerkenswerthe Eigenschaft des Buches möchten wir hervorheben, dass es mit grosser Klarheit und in eingehender Weise den vorliegenden Stoff behandelt, so dass es namentlich angehenden Lehrern und jungen Leuten, die sich selbst unterrichten, sehr zu empfehlen ist. Hierzu trägt viel der Umstand bei, dass ausreichend für Zahlenbeispiele gesorgt ist und dass die Figuren stets diesen entsprechen. Die Vortheile dieser Methode sind in der Vorrede auseinander gesetzt. Andrerseits ist allerdings nicht gut denkbar, dass ein in seiner Wissenschaft bewanderter und thätiger Lehrer das Buch als Schulbuch einführen wird. Ein gutes Buch für den Selbstunterricht ist deswegen noch kein Buch für die Schule. Es ist augenscheinlich das Bestreben des Verfassers gewesen, durch sein Buch den Lehrer überflüssig zu machen, denn er bietet ihm keine Gelegenheit dar, eigene Ideen zu entwickeln. Rücksichtlich der eingehenden Behandlungsweise ist für ein Schulbuch entschieden hier des Guten zu viel gethan. So sei beispielsweise erwähnt, dass der Verfasser der Gleichung einer Geraden durch den Anfang $y = \frac{a}{b}x$ die ersten vier Seiten vollständig und späterhin im § 23 noch weitere $2\frac{1}{2}$ Seiten widmet. Jedenfalls setzt der Verfasser ein Schülerpublikum voraus, welches in seiner Auffassungsgabe oder auch in seiner Vorbereitung einen ziemlich tiefen Standpunkt einnimmt, da ihm eine solche Weitläufigkeit nothwendig erscheint. Hier mag ferner erwähnt werden, dass der Verfasser das Einsetzen von Zahlwerthen durch das ganze Buch hindurchführt. So werden im § 179 durch numerische Gleichungen 2. Grades dargestellte Curven erst empirisch construirt, um so die Thatsache, dass eine solche Curve stets ein Kegelschnitt sei, vor dem Beweis erst als wahrscheinlich hinzustellen. Der Inhalt des genannten Paragraphen ist für die Schule von grossem Werth, gehört aber nicht an diese Stelle, sondern an den Anfang des Buches. Hat der Schüler die sieben ersten Abschnitte durchgearbeitet, so muss er Abstractionsgabe genug besitzen, um nicht erst noch einmal zu solchen Hilfsmitteln zu greifen.

Noch wollen wir bemerken, dass die Vertheilung des Stoffes jedenfalls eine recht unzweckmässige ist. Man kann nicht gut den zweiten und vierten Abschnitt dem dritten und fünften als homogen zur Seite stellen, dieselben hätten vielmehr recht gut in anderen Abschnitten untergebracht werden können. Auch wäre es wünschenswerth gewesen, den fünften Abschnitt in vier zu zerlegen, wie das wol fast in allen Lehrbüchern der analytischen Geometrie der Fall ist. Hierdurch wäre auch eine gleichmässigere Vertheilung des ganzen Inhaltes bewirkt worden; denn dass Abschnitte von 4 und 5 Seiten solchen von 99 und 49 Seiten coordinirt sind, ist doch kein richtiges Verhältniss. Endlich wäre so der, wol nur durch den Setzer entstandene Uebelstand beseitigt worden, dass im Inhaltsverzeichniss die Hauptmerkmale der Kegelschnitte in den Abschnitt über den Kreis verlegt worden sind.

Es sei uns gestattet im Folgenden noch zu erwähnen, welche Einzelheiten uns bei der Durchsicht als bemerkenswerth aufgefallen sind. In § 10 sagt der Verfasser, um den Begriff der analytischen Geometrie zu erklären: Sie ist die Lehre von der Construction gegebener Functionen, — und wenige Zeilen nachher: Es lässt sich auch sagen: sie ist die Wissenschaft, welche sich mit der Herleitung der Gleichungen geometrischer Oerter beschäftigt. Diese beiden, einander widersprechenden Begriffe sind zu eng. Es musste vielmehr heissen: Die analytische Geometrie ist eine Wissenschaft, welche geometrische Wahrheiten auf die Art zu Tage fördert, dass sie erstens eine gegebene Figur in Gleichungen überträgt, sodann die Gleichungen umformt und endlich aus den umgeformten Gleichungen Rückschlüsse auf die gegebene Figur bildet. Hierbei sei bemerkt, dass wir allerdings im Gegensatz zum Verfasser (s. die Vorrede) die Aufgaben über geometrische Oerter für den analytisch-geometrischen Unterricht fast für unentbehrlich halten, da gerade diese den eigentlichen Charakter derselben am besten erkennen lassen. Die Ueberschrift des zweiten Abschnittes: Gleichungen für die Entfernung von Punkten etc. dürfte wol besser: Berechnung der Entfernung von Punkten etc. heissen, da der Anfänger wol auf den Unterschied zwischen Berechnung der Länge einer Linie und Bestimmung der Lage durch ihre Gleichung aufmerksam gemacht werden muss; auch später in der Curvenlehre muss ja wol zwischen der Berechnung der Länge der Tangente und Normale und Entwickelung ihrer Gleichungen unterschieden werden. In der Mitte der Seite 55 findet sich der Satz vor: „Hiernach steht eine Linie auf einer anderen senkrecht, wenn das Product ihrer Coëfficienten von $x - 1$ gibt.“ Des besseren Verständnisses halber musste hier jedenfalls x von -1 getrennt werden. In § 101 behandelt der Verfasser die Aufgabe: Die Coordinaten der gemeinsamen Punkte zweier durch ihre Gleichungen gegebenen Kreise aufzufinden. Mit Recht vermeidet er hier die Lösung derselben für die allgemeinen Kreisgleichungen. Er beschreibt da-

gegen das einzuschlagende Verfahren und führt es dann an einem Zahlenbeispiel:

$$y^2 + x^2 - 24y - 4x + 48 = 0$$
$$y^2 + x^2 - 8y - 16x + 44 = 0$$

durch. Während so die Aufgabe an zwei ganz bestimmten Kreisen bei allgemeiner Systemlage durchgenommen wird, hätten wir es für erspriesslicher gehalten, zwei allgemeine Kreise bei bestimmter Systemlage zu wählen.

Z. B.
$$x^2 + y^2 = r^2\,,$$
$$(x - c)^2 + y^2 = \varrho^2\,.$$

Die auf diese Weise erhaltenen Resultate sind namentlich sehr zweckdienlich, um die Verbindung mit der synthetischen Geometrie aufrecht zu erhalten. Ebenso wäre wol der Beweis des Satzes von der Existenz des Chordalpunktes besser mit Buchstaben durchgeführt worden. Der Entstehung der einzelnen Kegelschnitte sind die bekannten Fadenconstructionen zu Grunde gelegt. Wir würden sie lieber als Centralörter für Kreise erklärt haben, die einen gegebenen Kreis berühren und durch einen bestimmten Punkt gehen, und würden die Fadenconstructionen mehr als praktische mechanische Hilfsmittel in den Hintergrund gedrängt haben. Jene Eigenschaft der Kegelschnitte kommt ja später doch vor; dieselbe ist jedenfalls, der anderen gegenüber, geometrisch und gibt den Schülern zugleich eine Ahnung von der Bedeutung dieser Curven. Bei der Gleichung der Ellipse findet der Verfasser auf bekannte Weise:

$$2a = \sqrt{(e + x)^2 + y^2} + \sqrt{(e - x)^2 + y^2}$$

und setzt dann fast unmittelbar darunter:

$$a^2y^2 = (a^2 - e^2)\,(a^2 - x^2).$$

Der Wegfall der ziemlich beträchtlichen Zwischenrechnung steht nicht im Einklang mit der eingehenden Art, mit welcher im Buche gewöhnlich verfahren wird. Uebrigens wäre es doch zu wünschen, dass dieser weitläufige Weg durch den kürzeren verdrängt würde, welchen man erhält, wenn man zuerst die Aufgabe (§ 119) löst: Die Brennstrahlen des Punktes x, y aus a und e zu berechnen — eine Aufgabe, die sich ziemlich einfach erledigt und die Aufstellung einer wurzelfreien Ellipsengleichung zur unmittelbaren Folge hat. Dasselbe gilt von der Hyperbel.

Auf Seite 141 in Nr. 9 würde wol der Ellipsenpunkt D besser durch einen ausserhalb gelegenen zu ersetzen sein, da auch in diesem allgemeineren Fall dieselbe Construction zum Ziel führt. In § 139 können wir uns nicht mit der hier völlig unmotivirten Durchmessererklärung befreunden; dieselbe wäre besser an den Schluss des § 141 versetzt worden. In Figur 75 wäre eine correctere Bezeichnungsweise am Platz; denn es kommen in III die Zeiger 1, 2 und 3,

in II 1, 2 und Buchstaben ohne Zeiger vor. Sodann ist M zweimal vorhanden, während C_1 an falscher Stelle steht. Ferner wäre es dem Herabschlagen der descriptiven Geometrie entsprechender, wenn die Entfernung der Parallelen EN und E_2N_2 der der Parallelen AC und A_1C_1 gleich wäre. Sodann muss bemerkt werden, dass bei dem Beweis der auf EN beliebig gelegene Punkt U nicht gerade auf der Achse des Kegels gewählt werden darf. Endlich wollen wir noch unsere Anerkennung über die Art aussprechen, auf welche der Verfasser die allgemeine Gleichung 2. Grades discutirt. Er geht nämlich nicht in der gewöhnlichen Weise von der allgemeinen Gleichung aus zu den speciellen über, sondern er legt vielmehr die einfache Gleichung zu Grunde und führt sie durch Drehen und Verschieben des Kegelschnittes zu der allgemeinen über — ein Verfahren, das dem gewöhnlichen deshalb vorzuziehen ist, weil es nach bekanntem pädagogischen Grundsatz vom Einfachen zum Schwierigeren übergeht, und nicht umgekehrt.

Wir schliessen mit dem Wunsch, dass dieses trotz einzelner Mängel auf gesunder Grundlage aufgebaute Buch die Verbreitung finden möge, die es verdient.

Bemerkte Druckfehler: S. 21 Z. 6 v. u. lag; S. 28 Z. 12 v. u. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ . . . . (1); S. 54 Z. 2 v. u. der (muss heissen „einer"); S. 141 Z. 4 v. u. congugirten; S. 240 Z. 12 v. o. Ellypse.

Leipzig. Dr. Weinmeister I.

Reye, Dr. Th. (ord. Prof. a. d. Universität Strassburg), Die Geometrie der Lage, Vorträge. 2. verm. Aufl. Hannover, C. Rümpler. 1. Abthlg. 1877. XVI u. 215 S. 2. Abthlg. 1880. XVI u. 292 S. Pr. ?

Da dieses Buch, welches die „Geometrie der Lage" in Abschnitten, „Vorträge" genannt, gibt, unter unsern Lesern sehr bekannt und auch seinem Werthe nach anerkannt sein dürfte, so würde strenggenommen dem Berichterstatter nur die Pflicht obliegen, die „Vermehrung" in dieser 2. Auflage anzuzeigen. Da jedoch das Werk in dieser Zeitschrift noch nicht besprochen wurde, so möchte es wol angezeigt sein, auch auf die Methode desselben mit einigen Worten einzugehen, um so mehr, als der Referent den methodisch-didaktischen Standpunkt, von dem aus dasselbe verfasst ist, nicht theilt.

Die „Vermehrung" besteht dem Vorworte nach in „zahlreichen Aenderungen und Erweiterungen", so dass diese zweite Auflage die erste um die halbe Bogenzahl übertrifft. Die bedeutendste dieser „Erweiterungen" ist die Hinzufügung einer Sammlung von 213 (Constructions-) „Aufgaben und Lehrsätzen" in der 1. Abtheilung (S. 161—215) hinter den 15 Vorträgen. Der Verfasser

räth dem Anfänger mit Recht und dringend die genaue Ausführung dieser Constructionen, da das Verständniss der „Geometrie der Lage" durch Zeichnen ganz besonders gefördert werde. Die letzten vier Abschnitte dieser Aufgaben und Lehrsätze enthalten Untersuchungen über „Polvierecke und Polvierseite" und über „lineare Systeme und Gewebe von Kegelschnitten". Dadurch und durch Einführung einiger „einfacher Begriffe" sei es, meint der Verfasser, ihm gelungen, „die wichtigen Theoreme der Büschel, Schaaren, Netze und Schaarschaaren von Kegelschnitten in einem neuen Zusammenhange auf dem engen Raume von 17 (sage siebzehn!) Seiten darzustellen.

Auch die 2. Abtheilung ist durch sieben Vorträge wesentlich vermehrt worden, so dass sie nun deren 30 enthält. Diese neuen Vorträge, von denen die gleichnamigen Abschnitte im Anhange der ersten Auflage den Kern bilden, sind: Nr. 10. Das Nullsystem und der lineare Strahlencomplex. Das Strahlensystem erster Ordnung und erster Classe. Nr. 27. Bündel von Flächen zweiter Ordnung (F^2-Bündel). Nr. 28. Das F^2-Gebüsch, seine projectivische Beziehung auf ein räumliches System und die Steiner'sche Fläche vierter Ordnung. Nr. 29. Besondere Fälle des F^2-Gebüsches. Nr. 30. Das Strahlensystem zweiter Ordnung zweiter Classe und die Kummer-sche Fläche vierter Ordnung mit sechzehn Knotenpunkten. Ganz oder theilweise umgearbeitet sind die Vorträge 12, 15, 16, 18, 20 bis 23, die meisten übrigen durch Zusätze erweitert. In einem Anhange folgen dann, ähnlich wie in der 1. Abtheilung, noch 121 „Aufgaben und Lehrsätze" (S. 260—292). In diesem Anhange steht auch der siebente neue Vortrag: ein Abschnitt über Büschel, Bündel und Gebüsche linearer Strahlencomplexe.

In der Vorrede zur neuen Auflage rügt der Verfasser das Verfahren des Paduenser Prof. d. Math. Favaro, welcher ohne Wissen und Nennung des Verfassers eine Bearbeitung der 1. Auflage als eigene Arbeit herausgegeben habe, die der Verf. erst durch eine französische Uebersetzung kennen lernte. Mehrere Zusätze dieser Bearbeitung seien aus Schröter-Steiner's Vorlesungen und aus Cremona's Geometria descrittiva „abgeschrieben" und von den 77 Figuren seien 65 aus der „Geometrie der Lage" des Verfassers copirt.

Was nun die in diesem Werke befolgte Methode betrifft, so ist ja den Fachgenossen hinreichend bekannt, dass es die v. Staudt'sche ist. Diese Methode dürfte aber insofern minder empfehlenswerth sein, als sie mit einer bis zur Pedanterie getriebenen Peinlichkeit jede Formel resp. die Anwendung der metrischen Beziehungen perhorrescirt. Es ist ja gewiss richtig, dass die reine Geometrie als Haupt-Operationsmittel die directe Anschauung benutzen soll, aber dies darf nicht bis zum Extrem ausarten. Wollte Jemand den pythagoreischen Lehrsatz in der Euklidischen Geometrie nur geometrisch behandeln und die Anwendung der Formel $c^2 = a^2 + b^2$ resp.

$a = \sqrt{c^2 - b^2}$ ängstlich vermeiden, so würde sich derselbe nicht nur eines vortrefflichen Operationsmittels begeben, sondern er würde sich auch der Gefahr aussetzen, als ein „Sonderling" bezeichnet zu werden. Noch mehr! Wollte ein Mathematiker die Aehnlichkeitslehre ohne den Begriff und die Anwendung des Verhältnisses, also auch ohne Proportionen lehren (wie Hr. Hoppe Archiv f. Math. Th. 62 gethan hat), so müsste diese Lehre den Charakter oder Stempel der Naturwidrigkeit — um nicht zu sagen Verschrobenheit — erhalten. Das ist nicht mehr Methode, sondern Kunststück! Hierzu kommt, dass eine vollkommen consequente Durchführung des v. Staudt'schen Princips auch den Begriff der Gleichheit ausschliessen müsste (den Hr. Hoppe aber nicht ausschliesst). Denn dieser ist ebenso ein metrischer Begriff, wie derjenige des Verhältnisses. Genau dasselbe, was in der Lehre von der Congruenz die Gleichheit von Grössen — das ist in der Lehre von der Aehnlichkeit die Gleichheit der Verhältnisse von Grössen, und in der Lehre von der Collineation die Gleichheit der Verhältnisse von Verhältnissen (oder der Doppelverhältnisse). Diese metrischen Grundbeziehungen der einzelnen Verwandtschaften folgen sich in ganz naturgemässer, systematischer Stufenfolge, und es ist daher die eine ebensosehr berechtigt als die andere. — Dadurch nun, dass Steiner in seiner „Systematischen Entwickelung" von der Gleichheit der Doppelverhältnisse ausgeht, gewinnt seine Darstellungsweise jenes Natürliche und Leichtverständliche, das sie auszeichnet, und das in grellem Contraste zu der Unbeholfenheit und Schwerverständlichkeit des v. Staudt'schen Werkes steht. Wir erinnern z. B. nur an den Fundamentalsatz der Projectivität einförmiger Gebilde, dass nämlich durch drei Paare entsprechender Elemente das ganze System bestimmt ist. Dieser Satz ergibt sich mittelst des Doppelverhältnisses von selbst. Der v. Staudt'sche Beweis (Nr. 106)*) ist aber

*) v. Staudt, S. 50, Nr. 106: „Wenn zwei projectivische einförmige Gebilde drei Elemente entsprechend gemein haben, so haben sie alle ihre Elemente entsprechend gemein.

„Es ist hier hinreichend, zwei projectivische gerade Gebilde zu betrachten, welche in einer und derselben Geraden liegen. Haben nun die Gebilde die Punkte A, B und jeden Punkt der Strecke AB entsprechend gemein, so haben sie auch (nach Früherem) jeden Punkt, welcher von einem Punkte dieser Strecke durch die Punkte A, B harmonisch getrennt ist, nämlich jeden Punkt der Strecke $B \infty A$ entsprechend gemein. Würden aber die Gebilde keine stetige Aufeinanderfolge von Elementen, jedoch mehr als zwei einzelne Elemente entsprechend gemein haben, so würde, wenn A, B zwei aufeinanderfolgende (Elemente?) sind, die eine von den beiden Strecken AB, $B \infty A$ gar kein, die andere aber wenigstens ein sich selbst entsprechendes Element P enthalten, was auf einen Widerspruch führt, da es in der Strecke AB einen Punkt Q gibt, welcher vom Punkte P durch die Punkte A, B harmonisch getrennt ist. Zwei projectivische einförmige Gebilde können also, wenn nicht jedes Element des einen mit dem homologen Elemente des andern zusammenfallen soll, höchstens zwei Elemente entsprechend gemein haben." (Das verstehe, wer kann! D. Ref.)

so überaus gezwungen und schwerfällig, dass er von dem Lernenden kaum ohne Commentar verstanden werden dürfte. Dadurch dass Hr. Reye das „Doppelverhältniss" anhangsweise zum 5. Vortrage bringt, ohne doch dasselbe irgendwie zu Beweisen zu verwerthen, ist absolut nichts gebessert; das nimmt sich ohngefähr ebenso aus, als wenn Jemand den Begriff des Verhältnisses als Anhang zur Aehnlichkeitslehre bringen wollte. Man wird nicht zu streng urtheilen, wenn man behauptet, dass die Antipathie gegen die neuere Geometrie und die Entfremdung von derselben, die so oft beklagt wird, nicht zum geringsten Theile auf Kosten des v. Staudt'schen Werkes zu setzen sei. Sollen wir zur Bekräftigung unserer Behauptung noch einen todten Gelehrten sprechen lassen, so führen wir die Worte eines der tüchtigsten Schüler von Möbius an. Der leider der Wissenschaft zu früh entrissene Dr. Witschel sagt in seinen (den Studirenden der Mathematik sehr zu empfehlenden) „Grundlinien der neueren Geometrie" (Leipzig 1858, bei Teubner) in der Vorrede S. IV anmerkungsweise:

„Wie künstlich übrigens eine streng geometrische Darstellung der Geometrie der Lage ausfällt, wird Jeder an der in ihrer Art so vortrefflichen „Geometrie der Lage" von v. Staudt (Nürnberg 1847, wozu neuerdings eine in demselben Sinne verfasste Fortsetzung unter dem Titel: „Beiträge zur Geometrie der Lage" 1856 erschienen ist) erkannt haben und der genannte Herr Verfasser würde wol selbst gegen eine Erklärung, dass sein System für den ersten Unterricht oder zur Einführung in das Gebiet der neueren Geometrie nicht zu wählen sei, wenig einzuwenden haben. Jeder Andere aber wird sich, wenn noch nöthig, davon überzeugen können, wenn er z. B. die in der genannten Schrift S. 43 gegebene Erklärung der harmonischen Lage von vier in einer Geraden liegenden Punkten*) vergleicht und sich fragt, ob diese Definition zugleich einen naturgemässen Weg zur Aufstellung des definirten Begriffs in sich enthält."**)

---

*) v. Staudt S. 43, Nr. 93. „Wenn in einer Geraden drei Punkte A, B, C gegeben sind und alsdann ein Viereck so construirt wird, dass eine Diagonale durch den zweiten der gegebenen Punkte geht, in jedem der beiden übrigen aber zwei einander gegenüberliegende Seiten sich schneiden, so schneidet die andere Diagonale des Vierecks jene Gerade in einem vierten Puncte D, welcher durch die drei gegebenen Punkte bestimmt ist und zu denselben der vierte harmonische Punkt heisst." (Guter Stil? D. Ref.) „Ist nämlich $EFGH$ ein anderes Viereck, von welchem eine Diagonale EG durch den Punct B geht, ein Paar einander gegenüberliegende Seiten EF, GH im Punkte A und die beiden übrigen Seiten FG, HE im Punkte C sich schneiden, so schneidet seine andere Diagonale (nach Früherem) die Gerade AB in demselben Punkte D, in welchem diese Linie von der anderen Diagonale des ersten Vierecks geschnitten wird." (Muster von Satzperioden! D. Ref.)

**) Welche Ansicht Dr. W. auch sonst von der „neueren Geometrie" hatte, geht aus folgender Stelle seiner Vorrede zum g. Buche (S. III—IV)

Selbstverständlich beziehen sich die obigen Ausstellungen an vorliegendem Werke nur auf die Methode, nicht auf den wissenschaftlichen Gehalt. Das Werk von Reye bleibt jedenfalls eine hervorragende Erscheinung auf dem Gebiete der geometrischen Literatur; auch machen sich die Mängel der Methode weit weniger fühlbar im zweiten Theile desselben. Es sei ferner noch ausdrücklich hervorgehoben, dass das Buch (nach der Vorrede zur 1. Aufl. S. 1) ursprünglich dazu bestimmt war, den Studirenden des Züricher Polytechnikums als Vorbereitung für Culmann's Graphostatik zu dienen und dass eben dieser Umstand zur Adoptirung des v. Staudt'schen Lehrganges wesentlich mitgewirkt hat. Wenn nun das Werk trotz der besprochenen Uebelstände thatsächlich eine Verbreitung weit über seine ursprüngliche Bestimmung hinaus gefunden hat, so ist dies gewiss das beste Zeugniss für seinen inneren Werth. Es sei daher diese neue Auflage der Beachtung der Herren Fachgenossen angelegentlich empfohlen. H.

---

hervor: „Von den Beziehungen, in welche die geometrischen Figuren durch die Lehren der neueren Geometrie zu einander gebracht werden, habe ich die metrischen einer vorzugsweisen Berücksichtigung unterworfen, weil ich der Meinung bin, dass von dem dadurch gewonnenen Standpunkte aus der erste Eingang in das Gebiet der neueren Geometrie der leichtere ist. Ich glaube nicht, diese Ansicht noch besonders vertheidigen zu müssen, verhehle mir allerdings auch nicht, dass ich hierin vielleicht Widersacher finden werde, welche die gegebene Darstellungsweise als eine dem Geiste der neueren Geometrie fremdartige verbannt oder wenigstens nicht so hervorgehoben sehen möchten. Ich halte letztere für eine irrige Ansicht, die mit noch einer damit verwandten aus der nicht eben selten anzutreffenden Verwechslung von „Geometrie der Lage“ und „neueren Geometrie“ hervorgegangen sein kann. Wenn für erstere als einem Theile der letzteren eine entschieden rein geometrische Darstellung verlangt wird, so ist dasselbe doch nicht nöthig für die neuere Geometrie im Allgemeinen.“

Leider ist auch Witschel's Buch mit einem Anfluge von (— man entschuldige den Ausdruck —) Doctrinarismus geschrieben; denn es perhorrescirt gerade so, wie seine Muster, die Werke von Möbius, deren wissenschaftlichen Werth ich übrigens vollständig anerkenne, jede praktische Anwendung, etwa von der Art wie sie Jacob Steiner in seinem Buche „Die geometrischen Constructionen ausgeführt mittelst der geraden Linie und Eines festen Kreises“ (Berlin 1833) theils selbst gibt, theils nur mehr andeutet, indem er (§ 1. S. 4) auf das Gebiet der (Ingenieur-) Mechanik und die praktische Geometrie (Geodäsie) hinweist. Deshalb ist auch Witschel's Werk nicht für den ersten Anfänger oder für den Mittelschüler geeignet; für diesen sind dagegen — von dem ebengenannten Buche J. Steiner's abgesehen — seit dieser Zeit geeignetere Hilfsmittel erschienen. Unter diesen dürfte besonders zu nennen sein: Stoll (Anfangsgründe der neuern Geometrie, Bensheim 1872) und Gretschel (Lehrbuch zur Einführung in die organische Geometrie. Leipzig 1868). Das Werk von Witschel dagegen dürfte besonders der Vorgeschrittenere, vor Allen der Mathematik Studirende auf der Hochschule, für sein tieferes Studium mit Vortheil benutzen. D. Ref.

BÖRNER, Dr. H. (Oberlehrer an der Realschule 1. O. zu Ruhrort), Lehrbuch zur Einführung in die Geometrie für höhere Schulen. Mit in den Text gedruckten Holzschnitten. Leipzig, 1879. Verlag von B. G. Teubner. Preis 1 ℳ 60 ₰.

In einem 11 Seiten langen Vorwort verbreitet sich der Verf. über die vermeintlichen Fehler der bisherigen Methode und die Nothwendigkeit propädeutischer Curse. Der Nutzen der bisherigen Versuche solcher Curse stehe in keinem richtigen Verhältniss zu der aufgewandten Zeit und Mühe, sie seien nichts anderes als Vorschulen, an welche sich der wissenschaftliche Unterricht unvermittelt in der alten Weise anschliesse*). Der Verf. will daher einen „Einführungscursus" an die Stelle gesetzt haben, der nicht blos an die Thüre der Wissenschaft klopfen, sondern in dieselbe hineinführen soll. Um dieses Ziel zu erreichen, müsse der Einführungscursus 1) an bekannte Begriffe anknüpfen und so eine unmerkliche Einführung bewerkstelligen, 2) allmählich die Methode ausbilden und sich im Verlaufe des Unterrichts immer mehr und mehr der strengen mathematischen Form anzuschliessen bestrebt sein; zu dem Ende aber müsse 3) das Ganze streng systematisch geordnet sein und dürfe die Begründung keine Lücke enthalten. Im Weiteren wird der Gang, den der Unterricht zu nehmen habe, weitläufig auseinandergesetzt. Der Verfasser hat sich aber nicht darauf beschränkt, dies hier im Zusammenhange zu thun, sondern auch im Buche selbst finden wir an den betreffenden Stellen genau angegeben, was der Lehrer zu thun und wie er es anzufangen habe. Diese Manier, im Text selbst dem Lehrer dies zu sagen, dürfte nur wenigen Lehrern oder keinem recht sein!

Doch gehen wir jetzt auf den Inhalt des Buches etwas näher ein. Der Verf. beginnt mit Uebungen im Freien. Es werden Strecken abgesteckt und mit einem Bindfaden gemessen, dieselben verlängert oder verkürzt, vervielfältigt und getheilt, der Durchschnittspunkt zweier abgesteckter Strecken bestimmt. Hieraus wird der Begriff der geraden Linie und eines Punktes abgeleitet, sodann mit Strecken gerechnet und das Verhältniss zweier Strecken betrachtet. Auf ähnliche Weise wird die Betrachtung der Kreislinie eingeleitet und werden die einfachsten Eigenschaften des Kreises entwickelt, woran sich wiederum die Rechnung mit Bögen schliesst. Die Betrachtung der Winkel beginnt mit der Messung unzugänglicher Entfernungen, die soweit thunlich im Freien vorgenommen werden soll. Die Lösung geschieht auf dreierlei Weise, wovon die zweite auf das gleiche Bogenmaass führt, wenn die Bögen zwischen denselben Strahlen liegen und den Durchschnitt derselben zum gemeinschaftlichen Mittelpunkt haben; die dritte Lösung mittelst des Dioptérlineals führt auf den Transporteur, woraus als Folgerung aus

*) Dies ist zum Theil Irrthum. D. Red.

diesen Lösungen der Winkel hervorgeht, dessen Arten und Eigenschaften nun entwickelt werden.

Die Betrachtung der ebenen Flächen beginnt mit dem Quadrate, das vom Würfel, dessen Netz angegeben wird, abstrahirt ist. Die Diagonalen des Quadrats führen auf das Dreieck. An den Würfel schliesst sich die gerade Oblongsäule, deren Netz ebenfalls gegeben wird, und aus welcher das Rechteck oder Oblongum und das ungleichseitig rechtwinklige Dreieck sich ergeben. Es folgt nun die Symmetrie, eingeleitet durch Zusammenfalten eines Stücks Papier und Umklappen der einen Hälfte. Die wenigen entwickelten Eigenschaften symmetrischer Punkte und Geraden werden angewandt auf den Kreis, sowie auf das Quadrat und Rechteck.

Nunmehr folgt die Betrachtung des Rhombus, abstrahirt vom Rhomboeder, woraus die Grundaufgaben: Halbirung eines Winkels, Construction der Mittelsenkrechten, Fällung und Errichtung eines Lothes, die bisher nur mittelst des Lineals und Dreiecks ausgeführt wurden, abgeleitet sind. Im nächsten Abschnitt wird das gleichseitige Dreieck mit dem regulären Tetraeder, Octaeder und Icosaeder betrachtet. Wie durch Aufeinandersetzung oder Nebeneinanderreihung zweier oder mehrerer Würfel zur geraden Oblongsäule übergegangen wurde, so führt eine ähnliche Manipulation mit dem Rhomboeder zur schiefen Rhomboidsäule und zum Rhomboid mit seinen Haupteigenschaften, sowie zum ungleichseitigen Dreiecke, womit der Uebergang zu den Polygonen gegeben war.

Nun erst folgt die Theorie der Parallelen, welche gegründet ist auf die Symmetrie zweier Geraden, welche senkrecht durch die Endpunkte einer Strecke gezogen werden. Ein besonderer Abschnitt behandelt das Dreieck im Allgemeinen mit den ein- und umgeschriebenen Kreisen, und mit den Congruenzsätzen, welche aus den Constructionen abgeleitet werden. Den Schluss des ganzen Werkes, welches nur 93 Druckseiten enthält, bildet eine systematische Zusammenstellung der bewiesenen Lehrsätze nach ihrem wissenschaftlichen Zusammenhange.

Aus dem Mitgetheilten wird zur Genüge hervorgehen, dass wir es hier allerdings nicht mit einer blossen Formenlehre oder Vorschule zu thun haben, dass der Verf., wie er in dem Vorwort verheissen, nicht blos an die Pforten der Wissenschaft geklopft hat, sondern den Schüler auch in das Innere hineinführt, dass also der Titel des Buches vollkommen gerechtfertigt erscheint. Wesentliche Ausstellungen haben wir nicht zu machen, und wir sind überzeugt, dass Schüler, welche diesen mit reichlichem Uebungsstoff ausgestatteten Vorbereitungscursus durchgemacht und verarbeitet haben, mit Leichtigkeit dem streng systematischen Gange des Unterrichts in der höheren Klasse werden folgen können. Wir wünschen daher dem Buche eine weite Verbreitung. Chr. Scherling.

Fuhrmann, Dr. Arwed (ordentl. Professor am k. Polytechnikum in Dresden), **Aufgaben aus der analytischen Mechanik.** Ein Uebungsbuch für Studirende der Mathematik, Physik, Technik etc. Erster Theil: Aufgaben aus der analytischen Statik fester Körper. Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. Leipzig, Verlag von B. G. Teubner. 1879. VI. 138 S. Pr. 2 *M* 40 *ẟ*.

Die verdienstvolle Fuhrmann'sche Sammlung ist hinlänglich bekannt und eingebürgert, um als solche keiner Besprechung mehr zu bedürfen. Die Vermehrungen sind nicht unbeträchtlich. Die Einleitung ist gegen die erste Ausgabe von 1867 vermehrt um drei Aufgaben, das erste und zweite Capitel um deren eine, das dritte um fünf, das vierte um vier, das fünfte ist unverändert, das sechste weist einen Zuwachs von einer Aufgabe auf. Ein kleines Desideratum wäre für uns noch jetzt die Anwendung der hyperbolischen Functionen, damit die mit Recht sehr zahlreich aufgenommenen Sätze über die Kettenlinie eine minder ungefügige Gestalt gewännen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Müller, Prof. Dr. Johann, **Lehrbuch der Physik und Meteorologie.** Achte umgearbeitete und vermehrte Auflage, bearbeitet von Dr. Leopold Pfaundler (Universitäts-Professor in Innsbruck). Braunschweig 1878, bei Vieweg & Sohn.

Wir haben bereits in einem früheren Jahrgange*) dieser Blätter das Erscheinen des ersten Bandes der neuen Auflage des in den weitesten Kreisen verbreiteten Lehrbuches der Physik von weil. Prof. Dr. Joh. Müller angezeigt; wir haben auch daselbst berichtet, dass nach dem Tode des Verfassers der durch seine physikalischen Forschungen bekannte Innsbrucker Universitäts-Professor Dr. L. Pfaundler es übernommen hat, die achte Auflage dieses vorzüglichen physikalischen Werkes zu bearbeiten. Es ist nunmehr der zweite Band (1. Abtheilung), enthaltend die Optik, erschienen. Wenn man diesen, vom Prof. Dr. Pfaundler bearbeiteten, Band mit der entsprechenden Partie in der siebenten Auflage vergleicht, so zeigt sich uns sogleich, dass eine strengere wissenschaftliche Methode Platz gegriffen hat, ohne dass die Leichtfasslichkeit irgend etwas verloren hätte. Ueberdies finden wir sehr beträchtliche Vermehrungen und Bereicherungen des Stoffes; wir erwähnen in dieser Beziehung besonders des Zuwachses bei der Lichtgeschwindigkeit (vier Methoden), bei der Lichtintensität, bei den Spiegelablesungen, bei der Lichtbrechung, bei den Linsen, bei dem Stereoskope, bei den Reflectoren und Projectionsapparaten, bei den mechanischen Darstellungen der Reflexions- und Brechungsgesetze, bei dem Newton-

---

*) IX, 45 u. f. D. Red.

schen Farbenglas, bei den Lichtpolarisations-Apparaten, bei der elliptischen und circularen Polarisation, bei den Wellen-Apparaten u. s. w. kurz wir finden alle bedeutenden Fortschritte der Optik berücksichtigt. Nach alledem empfehlen wir nunmehr diesen zweiten Band der Müller-Pfaundler'schen Physik auf das Wärmste, wie wir bereits den ersten Band empfohlen haben; wir setzen nur noch hinzu, dass auch bereits die 1. Hälfte der Wärmelehre erschienen ist; über letztere werden wir jedoch erst berichten, wenn sie uns vollendet vorliegen wird. P.

Wüllner, Dr. A. (Prof. der Physik am k. Polytechnikum in Aachen etc.), Compendium der Physik für Studirende an Universitäten und polytechnischen Hochschulen. I. Bd. Allgemeine Physik, Akustik und Optik. VIII und 659 S. nebst 255 Holzschnitten und einer Spectraltafel. II. Bd. Die Lehre von der Wärme, dem Magnetismus und der Electricität. 692 S., 182 Figuren und Sachregister. Leipzig. Druck und Verlag von B. G. Teubner. Pr. 19 ℳ 20 ₰.

Wer von den Fachgenossen sollte nicht das vorzügliche vierbändige Lehrbuch der Physik von Wüllner, das bereits in dritter Auflage existirt und vermuthlich bald einer vierten entgegensieht, kennen? Wer wüsste nicht, dass dieses Werk das Studium der Physik, welches vordem von den Studirenden meist nach dem sonst vortrefflichen Buche von Müller (Pouillet) — jetzt in 8. Auflage von Pfaundler bearbeitet — getrieben wurde, auf eine höhere wissenschaftliche Stufe gehoben hat, eine Etappe in der Geschichte des physikalischen Studiums bezeichnend? Von diesem für ein tieferes Studium bestimmten Werke nun hat der Verfasser, „einem mehrfach und von verschiedenen Seiten ausgesprochenem Wunsche nachkommend", denjenigen Studirenden, denen Knappheit der Zeit und mathematische Vorbildung ein tieferes Eindringen in die Physik verwehren, hier einen Auszug des Nöthigsten gegeben, immer noch umfangreich genug, um von Medicinern, Technikern, Chemikern etc., überhaupt von allen denen, welche die Physik als Hilfswissenschaft brauchen, die ganze Kraft eines jungen Mannes und ein gut Zeittheil des akademischen Studiums zu beanspruchen. Die Ansprüche an die mathematischen Kenntnisse sind die gewöhnlichen, die an jeden Realschüler und an einen in der Mathematik gutgeschulten Gymnasiasten gemacht werden. Die wenigen Sätze aber aus der Differential- und Integral-Rechnung, welche bei einer wissenschaftlichen Behandlung der Physik unentbehrlich sind, findet man an den betreffenden Stellen des Buches kurz abgeleitet. Details, Literaturangaben und Zahlentabellen sind vermieden und die Methoden der Untersuchung nur soweit behandelt, „dass der Studirende erkennen kann, wie die Resultate gewonnen worden sind".

Auch den Lehramtscandidaten, und insbesondere dem zukünftigen Physiker, wird dieses Buch, ohne dass er deshalb das grössere Lehrbuch des Verfassers wird entbehren können, für seine Repetitionen und zur Uebersicht gute Dienste leisten. Da wir z. Z. noch kein Werk besitzen, welches in allen Partieen und consequent die Physik mit höherer Mathematik behandelt, etwa so, wie es das Buch von Waltenhofen*) für einen Theil der Physik leistet, so dürfte dem Verfasser nun Gelegenheit gegeben sein, in künftigen Auflagen des grösseren Lehrbuchs, welches mit Rücksicht auf die mathematische Vorbildung mancher Studienclassen in der 1. Auflage noch elementarmathematische Begründung bot, der höheren mathematischen Behandlung noch grösseren Spielraum zu gestatten, als es in der 3. Auflage schon geschehen ist.

Die Ausstattung des Buchs ist ähnlich der des grösseren Werkes, die bekannte vorzügliche der Verlagshandlung. Wir empfehlen das Buch der Berücksichtigung und Kenntnissnahme aller unserer Fachgenossen, und behalten uns eine eingehendere Besprechung über den Umfang und die Auswahl des Stoffes für eine spätere Zeit vor.

H.

Volz, Dr. B. (Director des Gymnasiums zu Potsdam), Lehrbuch der Erdkunde, vornehmlich für Gymnasien, mit 114 Holzschnitten. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner, 1876. Preis 5 *M.*

Ein starker Band von 566 Seiten dürfte selbst für Gymnasien die Ausdehnung eines Lehrbuches überschreiten. Die Aufgabe aber, die sich der Verfasser bei der Bearbeitung seines Lehrbuches setzte, liess wol eine grössere Beschränkung nicht zu. Die nähere Begründung dieser Aufgabe gibt er in der Vorrede durch den Hinweis auf die Conferenzverhandlungen an den Gymnasien zu Wittstock und Potsdam in den Jahren 1872—75. Wir sind mit den in den Resultaten dieser Verhandlungen niedergelegten Grundsätzen für die Eintheilung und Behandlungsweise des geographischen Unterrichtes vollständig einverstanden und finden dieselben in dem Buche möglichst durchgeführt. Dasselbe zerfällt in drei Theile. Der erste Theil, den der Verfasser den „propädeutischen" nennt, behandelt in gedrängter, hie und da etwas knapper Fassung zuerst die Vorbegriffe zur Geographie, die kartographischen Elemente und einen Ueberblick über die Erdoberfläche. Der zweite Theil, als monographischer" bezeichnet, behandelt zuerst die aussereuropäischen Länder, dann Europa in eingehender Weise. Im dritten „eidographischen" Theil wird dann die mathematische Erdkunde, die

*) Grundriss der allgemeinen mechanischen Physik für Studirende an Hochschulen und für Lehramtscandidaten. Leipzig. Teubner 1875.

Atmosphäre, die Bildung der Erdoberfläche, die Configuration des Landes, das Wasser und der Einfluss der Beschaffenheit der Erdoberfläche auf die organischen Wesen besprochen. Diese drei Theile schliessen sich genau den drei Stufen des Gymnasialunterrichtes an. Im ersten werden die Schüler in einfacher, aber keineswegs oberflächlicher Weise in die Geographie eingeführt, und ihnen von der Heimath ausgehend die Erdoberfläche in grossen Zügen bekannt gemacht. Der zweite Theil bildet nicht blos das geographische Wissen des Schülers an und für sich durch die eingehende Beschreibung der einzelnen Theile der Erdoberfläche aus, sondern unterstützt auch durch die geschickte Einfügung der alten Geographie bei den einzelnen Ländern das sprachliche Studium. Im dritten Theile treten dann diejenigen Momente in den Vordergrund, welche die Denkkraft des gereiften Schülers in entsprechender Weise anregen. So zieht durch das ganze Buch ein einheitlicher Geist.

Was wir anerkennend erwähnen müssen, das sind die vielfachen Holzschnitte zur Erläuterung des Textes, das ist die gewählte Sprache und die öftere Einschaltung von Schilderungen einzelner geographischer Objecte, ferner ganz besonders die Hinweise auf den innigen Zusammenhang eines Landes mit seiner politischen und Culturgeschichte, sodann die Beigabe der Aussprache der fremden Namen. Auch die Anwendung verschiedener Druckschrift dürfen wir als empfehlendes Moment nicht unerwähnt lassen.

Wenn trotzdem einige Stellen und Punkte uns als nicht ganz entsprechend und mit der Trefflichkeit des ganzen Buches als disharmonirend erscheinen, so sind dieselben nicht zahlreich und alle mehr oder weniger formeller Natur. Beispielsweise würden wir den Ausdruck „grössere Hälfte" (S. 28) nicht gebrauchen; wir würden auch gelinden Zweifel daran hegen, dass man (S. 179) den Donner des Niagara-Falles „zehn" Meilen weit hört, wobei auch nicht gesagt ist, ob es englische oder deutsche Meilen sein sollen. Die Lage Passau's (S. 369) am Inn hat wol einen anderen Grund als den angegebenen; weshalb die Pegnitz (S. 372) der Quellfluss der Regnitz sein soll, ist nicht näher begründet. Dass die Mosel (S. 374) in grossen Windungen dahinfliesst, „so dass der Schiffer nach meilenlanger Fahrt in demselben Wirthshaus mitunter Abends einkehrt, von dem er Morgens ausgefahren war", haben wir mit ganz denselben Worten schon in mehreren Lehrbüchern der Geographie gelesen, uns aber bei jedem eines gelinden Zweifels nicht erwehren können*). Wenn (S. 427) „die Bergfahrt durch das eiserne Thor auf der Donau unmöglich ist", was geschieht mit den Dampfern, die von Wien aus das eiserne Thor in der Thalfahrt passiren? — Doch es sind das gegenüber den Vorzügen des Buches un-

*) Das müssten doch diejenigen Collegen genau wissen, die an oder nahe der Mosel wohnen! D. Red.

bedeutende Punkte, sie können dem Werthe desselben keinen Eintrag thun.

Wir sind der festen Ueberzeugung, dass nicht sowol die Schüler, als besonders die Lehrer der Geographie an unseren deutschen Mittelschulen aus dem Buche lernen können, was man in der Geographie und wie man es zu lehren hat. Für ein Lehrbuch in der Hand der Schüler erscheint es uns in vielen Partien zu ausführlich, als ein Handbuch für den Lehrer ist es aber nachdrücklich zu empfehlen. Wir wünschen nur, dass bald eine neue Auflage nöthig wird, in der dann die neuesten Entdeckungen und Forschungsreisen näher berücksichtigt werden können.

Würzburg. J. LAMPERT.

Kalender-Schau.

Wiederum dürfte es beim Jahreswechsel angezeigt sein, den „Schulkalendern" als den Geschäfts- und Taschen-Büchern des Lehrers an jenen höheren Schulen, für die unsere Zeitschrift bestimmt ist, und zugleich jenen Kalendern für Hochschulen unsere erneute Aufmerksamkeit zuzuwenden. Wir führen demnach hier folgende Bücher dieser Gattung an:

I. Mushacke's deutscher Schulkalender XXVIII. Jahrgang, 1879. II. Thl. Historisch-statistische und Personal-Nachrichten, nach amtlichen Quellen zusammengestellt.

1. Abtheilung. Preussen, Waldeck-Pyrmont und Elsass-Lothringen. XXVI und 36 S. mit Nachtrag und Berichtigungen.

2. Abtheilung. Die übrigen deutschen Staaten, Luxemburg und die Schweiz. II und 169 S.

Anhang: Programm-Verzeichniss der Gymnasien, Real- und höheren Bürgerschulen Deutschlands und der Gymnasien Oesterreichs vom J. 1878 (S. 171—195). Alphabetisches Namensverzeichniss (S. 197—269). Alphabetisches Städteverzeichniss (S. 270—290). Leipzig. Teubner. 1879.

II. Fromme's Oesterreichischer Professoren- und Lehrer-Kalender für das Studienjahr 1879/80. XII. Jahrgang redigirt von Joh. E. Dassenbacher, k. k. Gymnasialdirector in Arnau (Böhmen) Druck und Verlag der k. k. Hofbuchdruckerei von Karl Fromme in Wien. Pr. 1 fl.

III. Schematismus der österreichischen Mittelschulen und der Fachschulen gleichen Ranges. Von demselben Verfasser und in demselben Verlage. Wien. 1879. Pr. 1 fl.

IV. a) Deutscher Universitätskalender: 16. Ausgabe. Wintersemester 1879/80. II. Theil. Die Universitäten im Deutschen Reich, in der Schweiz, den russischen Ostseeprovinzen und Oesterreich-Ungarn. Pr. 1,50 M.

b) Kalender für polytechnische Hochschulen. Jahrgang 1877/78. Beide herausgegeben von Dr. F. Ascherson in Berlin. Verlag von L. Simion. Ebenda. Pr. 1,50 M.

V. Mathematische und geodätische Hilfstafeln mit **Kalendarium** für das Jahr 1880. 7. Aufl. herausgegeben von Dr. W. Jordan, Prof. der Geodäsie am Grossherzoglichen Polytechnikum in Karlsruhe. Verlag von K. Wittwer in Stuttgart. Pr. 2,50 M.

I. Wir hatten in unserer Anzeige des ersten obenangeführten Kalenders (X, 50) die Rücksichtslosigkeit gerügt, die Verfasser und Verlagshandlung bei Abfassung und Herstellung dieses wichtigen statistischen Hilfsmittels, seitens vieler dabei Interessirten, namentlich vieler Directoren, erfahren

mussten. Auch im Vorworte zu vorliegendem Jahrgange beklagen sich Redaction und Verlagshandlung, dass die Fertigstellung des Buches durch das geringe Entgegenkommen vieler Anstalten verzögert worden sei*). Wir müssen das auf's Neue rügen und empfehlen unsern Herren mathematischen Fachgenossen, da ihnen ja als Mathematikern die (Schul-) Statistik sehr nahe liegt, diese Angelegenheit ohne Säumen in die Hand zu nehmen und den etwa nachlässigen Directoren einen sanften Rippenstoss zu geben, eventuell, wenn dies vergeblich sein würde oder Lücken und Fehler im Kalender-Verzeichniss sich finden sollten, gleich selbst durch Berichte an die Verlagshandlung helfend einzugreifen. Insbesondere möchte jener Rippenstoss den Herren Directoren höherer Töchterschulen, von denen „verhältnissmässig nur wenige die Ausfüllung der Fragebogen für werth gehalten haben", in minder gelinder Form zu Theil werden**). Vielleicht rechnen sich diese Herren noch zu den „Volksschullehrern", für die natürlich dieser Kalender nicht bestimmt ist.

Zu dem genannten Buche selbst übergehend heben wir hervor: Die „Vorbemerkungen" (VII—XV) enthalten die Bestimmungen des preussischen Normal-Etats über Wohnungsgeldzuschuss, Umzugs- und Reisekosten, Pensionirung, Geltung der Schulzeugnisse im Civil- und Militärdienst, Eintheilung der Lehranstalten bezüglich des Prüfungsrechts für einjährig Freiwillige. Dann folgen die Ministerial- und Provinzial-Unterrichtsbehörden mit den Prüfungs-Commissionaren und einige akademische Seminare (für Gelehrtenschule, Kirchenmusik, Turnen)***). Hierauf folgt in extenso die Schulstatistik der höheren Schulen für die einzelnen preussischen Provinzen und die anderen deutschen obengenannten Landestheile. Den Schluss bilden jene Schulgattungen, die als Specialschulen zwischen (oder seitwärts von) den höheren Schulen und den Hochschulen (Akademien und Universitäten) stehen [Gewerbe-, Landwirthschafts-, Taubstummen-, Blinden-, höhere Töchter-, Kadetten-Schulen und Lehrerbildungsanstalten (Seminare)].

Die 2. Abtheilung behandelt nach einer Mittheilung über die Reichsschulcommission von Nr. II—XXVI in ähnlicher, wenn auch minder ausführlicher Weise die übrigen obengenannten deutschen Staaten. Das Programmverzeichniss (S. 171—195), das sich jetzt selbstverständlich von der Centralstelle aus leicht geben lässt, gibt Zeugniss von der rührigen Thätigkeit der Lehrer an höheren Schulen und wird Manchem eine willkommene Zugabe sein. Das Personen- und Orts-Register aber, das bei den fortlaufenden Bewegungen (Versetzungen, Veränderungen etc.) im Schulwesen und im Lehrerpublikum natürlich nicht auf mathematische Genauigkeit Anspruch machen kann, ist eine wesentliche und nothwendige Zugabe des Buches.

Die praktischen Bedürfnisse des Lehrers befriedigt der 1. Theil, welcher, wie der österreichische Professoren-Kalender, ein Notizbuch und Tabellen enthält; ob derselbe seine bisherige Einrichtung beibehalten hat, ist uns nicht bekannt, da wir ihn nicht zu Gesicht bekamen.

Was nun unsere bereits früher (X, 50) ausgesprochenen Wünsche betrifft, so fehlt abermals eine statistische Uebersicht der höheren Schulen Deutschlands, wie sie im Jahrgange 1876 (S. 248) dieses Kalenders für das Königreich Preussen zu finden war. Ebenso vermisst

---

*) Dies scheint u. A. auch bei Hamburg der Fall gewesen zu sein. Hier sind nicht nur viele Lücken, sondern auch Ungenauigkeiten und Irrthümer.

**) Sollten an diesen Anstalten vielleicht „Mathematiker" nicht angestellt sein, sondern nur „Rechenlehrer" — denn „wozu brauchen die „höheren Töchter" Mathematik?" — dann können dies ja die Lehrer der Naturwissenschaften thun. Denn diese werden schon eher an „Mädchenschulen" gelehrt, wenn auch nur, wie wir manchmal hören mussten, „der Mode halber".

***) Unter diesen ist wol nur das sub 2) (S. XXXII) angeführte „Institut zur Ausbildung der Lehrer der Mathematik und Physik für Gymnasien und Realschulen", das „mit dem Königl. Friedrich-Wilhelms-Gymnasium in Verbindung steht", von einiger Bedeutung für unsere Zwecke.

man ungern die Ferienbestimmungen und eine Zusammenstellung der wichtigsten Gesetze und Verordnungen für höhere Schulen, wie sie der österreichische Professoren-Kalender bietet. An eine Zusammenstellung pädagogischer Vereine und Zeitschriften ist gleich gar nicht zu denken, diese liesse sich auch allenfalls noch entbehren.

Nach einem Ueberblick über dieses schulstatistische Werk tritt dem Freunde des Schulwesens, insbesondere der Schulstatistik, leider die unerquickliche Thatsache entgegen, dass auf dem Gebiete des Schulwesens, im Gegensatze zum Justiz- und Militärwesen, Einheit resp. einheitliche Gesetzgebung immer noch mangelt. Hierin ist uns Oesterreich voraus. Denn die wenigen Bestimmungen über die einjährig Freiwilligen-Prüfungen und die dafür eingesetzte Behörde sind nur ein winziger Anfang hierzu. Und doch ist dieser Anfang als Keim für eine weitere Entwicklung zur Einheit im Schulwesen freudig zu begrüssen und zu pflegen.

II. Ist ähnlich eingerichtet, wie wir es bereits in X, 51 berichtet haben. Das statistische Material ist wiederum ausgeschieden und in einem besondern Bande von gleichem Format unter dem oben sub III. angegebenen Titel zusammengestellt. Der Kalender enthält: 1) Die Geburtstage Sr. Majestät des Kaisers und der kaiserlichen Familie. 2) Die Ferientabelle für die österreichischen Mittelschulen — sogar die Gerichtsferien (?) im Kalendarium! S. 9. — 3) Kalendarisches (Mondscheibe. Kalendarium vom 1. X. 1879 bis 31. XII. 1880, durchschossen). 4) Kalender der alten Römer (für Gymnasien). 5) Werthe der Coupons von Staatspapieren und Actien etc. 6) Ziehungsliste der österreichisch-ungarischen und der concessionirten ausländischen Lotterie-Effecten vom J. 1880. 7) Stempelscalen (für Oesterreich sehr wichtig). 8) Post- und Telegraphentarife (auch der pneumatischen Post in Wien). 9) Maass- und Gewichts-Tabellen. 10) Unterrichtsbehörden: Centralleitung und Landesschulbehörden. 11) Repertorium aller im Verordnungsblatte für den Dienstbereich des Cultus- und Unterrichts-Ministeriums von 1869 bis 1879 enthaltenen Erlässe, alphabetisch geordnet. Endlich 12) Schemata zu Stundenplänen und Schulcatalogen nebst Notizblättern für das Schuljahr 1879/80 mit dem sog. „Nationale" der Schüler (welches enthält: Tag und Ort der Geburt, Wohnung, Eltern, Religion, Schulgeldbefreiung und Stipendien des Inhabers).

Dieser Kalender enthält sonach Manches, was wir auch dem Mushacke wünschen möchten, z. B. Nr. 2), Nr. 11) dem II. Theil und die Nummern 8) und 9) dem I. Theil (Notizbuch). Die übrigen Nummern enthalten mehr oder weniger österreichische Specialitäten, sind aber für die dortigen Verhältnisse sehr brauchbar, wie z. B. Nr. 5) und 6) so sogar nothwendig, wie z. B. Nr. 7*).

III. Enthält 1) die schon in II. gegebenen Unterrichtbehörden, nämlich die „Centralleitung für Cultus und Unterricht", die Landesschulräthe mit den Landes und Bezirks-Schulinspectoren. — 2) Das Personalverzeichniss der einzelnen Schulen, geordnet nach den 13 Ländern (Provinzen). Jeder Schule ist vorangesetzt eine kurze „Chronik" mit Angabe des Schülerstatus im letzten Schuljahre. Die dort gebrauchten Angaben und Abkürzungen möchten wir im Allgemeinen auch dem Mushacke empfehlen. Es ist nämlich bei jedem Lehrer (Professor) angegeben: Geburtsort, Geburtsjahr, Lehrfach, Prüfungstag (Termin der Approbation), z. B.: Müller, Friedr., Wien, 26. M. Nl. 5. October 63. (d. h. geb. zu Wien im Jahre 1826, geprüft für Mathematik und Naturlehre = Physik, am 5. October 1863). Man

---

*) Wir bemerken noch, dass die Verlagshandlung von Fromme in Wien auf dem Umschlage nicht weniger als 25 allgemeine und 21 Specialkalender anzeigt, also in Summa 46 inclus. Notizbücher).

weiss hier also gleich, welches Fach der Mann an seiner Schule vertritt. — 3) Uebersicht der ungarischen Mittelschulen. — 4) Verzeichniss der examinirten (approbirten) Lehramtscandidaten von 1878 (dem letztverflossenen Schuljahre). 5) Todesfälle (Nekrologie) von 1877/78. — 6) Nachträge und Berichtigungen und 7) Alphabetisches Orts- und Namens-Register.

Da die beiden Bändchen Nr. 2) und Nr. 3) sehr compendiös sind, so dürfte die bereits in X, 50 von uns — und gewiss auch von vielen österr. Collegen — gewünschte Vereinigung beider Bändchen zu einem (wobei das doppelte Verzeichniss der Unterrichtsbehörden selbstverständlich einmal wegfallen müsste), sich nicht schwer ausführen lassen, zumal da dann auch der Preis (für beide je 1 fl.) etwas niedriger gestellt werden könnte. Bemerkt sei noch, dass ausser diesem Lehrer-Kalender auch ein österreichischer Lehrerinnen-Kalender in demselben Verlage erschienen ist.

IV. a) Für den Universitätslehrer. Enthält in seinem 1. Theile unter dem Titel „Agenda" hinter einer Stundeneintheilungs-Tabelle ein Notizbuch, welches für jeden Jahrestag ein geräumiges Fach hat. Der 2. Theil enthält ein Verzeichniss der Universitäten des Deutschen Reichs, der Schweiz, der russischen Ostseeprovinzen und Oesterreich-Ungarns. Man findet hier von den Universitäten: das Stiftungsjahr, Beginn und Schluss des Cursus (Semesters), die ordentlichen und ausserordentlichen Professoren, die Docenten, nach Facultäten geordnet, das Vorlesungsverzeichniss für das laufende Semester, Preisaufgaben, Bibliotheken, akademische Vereinigungen (Verbindungen), statistische Tabellen über Lehrer- und Studentenzahl (Frequenz) der Universitäten, aber auch Statistisches über die Universitätsstädte, z. B. Preise der Wohnungen, der Lebensbedürfnisse, Immatriculations- und Exmatriculations-Kosten, sogar — wahrscheinlich wegen der Einjährig Freiwilligen — die Garnisonen, überhaupt Angabe über alle jene materiellen Verhältnisse der Universitätsstädte, welche einen Docenten oder Studirenden interessiren müssen.

IV. b) Der ähnlich eingerichtete und für „technische Hochschulen" bestimmte oben unter IV. b) angegebene Kalender, der uns nur im Jahrgang 1877/78 vorliegt, hat leider — nach einer Mittheilung der Verlagshandlung — zu erscheinen aufgehört. Das ist zu bedauern, weil dadurch ein den Verkehr zwischen beiden Hochschulgattungen begünstigendes statistisches Hilfsmittel verloren geht. Sollte es sich, da das statistische Material dieses Kalenders nur ca. 60 Seiten beträgt, nicht ermöglichen lassen, denselben mit dem Universitätskalender zu verbinden?

V. Gehört streng genommen unter eine andere Gattung von Hilfsbüchern des Mathematiklehrers, nämlich unter die Formel- und Tafel-Sammlungen. Da es aber ebenfalls ein — wenn auch weniger geräumiges — Almanach enthält, übrigens aus einem Kalender („Kalender für Vermessungskunde oder Geometer-Kalender mit astronomischen Ephemeriden*) hervorgegangen ist und in seiner gegenwärtigen compendiösen Form die nothwendigen und guten Eigenschaften eines Taschenkalenders und Vademecums des Mathematikers in sich vereinigt, so hielten wir seine Aufnahme in diese Kalenderschau für gerechtfertigt.

Es enthält hinter einem Almanach für das J. 1880, das sogar für jeden Jahrestag die Nummer angibt, eine Anzahl sehr brauchbarer (im Inhaltsverzeichniss leider etwas ungenau angegebener) Tafeln, besonders für den praktischen Geometer. Dieselben sind:

a) Aus der Mathematik: Logarithmentafel, vierstellige (10—99), fünfstellige (100—1000), siebenstellige (2—134, 1000—1118); — vierstellige log.-trigonometrische Tafeln — trigonometrische Tafeln (wol zu allge-

*) Zuletzt als 4. Jahrgang 1877 erschienen.

mein bezeichnet. Es ist die wirkliche Länge der trigonometrischen Linien gemeint) — Potenzen- und Kreis-Tafeln; — Tafel der Länge der Kreisbögen für $r = 1$; — Quadrat-Tafeln von $0{,}01^2$ bis $10{,}00^2$; — Producten-Tafel; — Maassvergleichungen; — Verwandlungs-Tafeln (alte preussische in metrische Maasse, alte [Sexagesimal-] Kreistheilung in neue [Centesimal-Theilung] und umgekehrt).

b) Aus der niederen Geodäsie: Tafeln zur Division von Winkelsummen durch 4 (für Nonienablesungen); — Reduction schiefer Längen auf den Horizont; — Kreisbogenabsteckung mit rechtwinkligen Coordinaten; — desgl. mit Sehnenwinkeln, Sehnenlänge s für den Peripheriewinkel α ($s = 2r \sin \alpha$); — Uebergangscurven; — Thermometerscalen; — Capillardepression in Barometerröhren; — Verwandlung von p''' und p'' in Millimeter (mm) und umgekehrt; — Reduction des Barometerstandes auf 0^0 C.; — Barometrische Höhentafel für die Normaltemperatur der Luft ($+ 15^0$ C.). — Tafel der einer Lufttemperatur τ entsprechenden Correction ($\pm$ je nachdem $\tau \gtrless 15^0$ C.). — Höhendifferenz für die Barometerdifferenz von 1 Millimeter.

c) Aus der höheren Geodäsie: Die Hauptmaasse des Erdellipsoids; — die Längen- und Breitengrade und die Flächen der Gradabtheilungen des Erdellipsoids; — Parallelkreisbögen desselben; — Coefficienten verschiedener geodätischer Formeln; — Quadrattfl. von $0{,}010^2$ *) bis $10{,}000^2$ auf vier Stellen (abgekürzt) berechnet. Tafel für $\sqrt{x^2 + y^2}$ mit der Nährungsformel $\sqrt{x^2 + y^2} = 0{,}95\,x + 0{,}40\,y$, ferner für $\frac{w}{\sqrt{L}}$ und für $\frac{v^2}{s}$ **).

Eine sehr werthvolle Beigabe bieten die auf dem Umschlage abgedruckten „Bestimmungen der Postordnung".

Manches, was im „Kalender für Vermessungskunde" stand, vermissen wir ungern; darunter gehört besonders ein Abschnitt, welcher die „Hauptformeln aus der reinen Mathematik" enthielt, die einen jeden Theoretiker, zu denen die meisten „Lehrer" zu zählen sein dürften, nöthig und nützlich sind und von denen im obengenannten Kalender S. 130 u. f. eine ausgewählte Anzahl stand. Nicht minder vermissen wir unter dem Astronomischen die jeden interessirenden Sonnen- und Mondfinsternisse des laufenden Jahres, sowie den Planetenlauf. Wenn sich daher der Herr Verfasser entschliessen könnte, in den nächsten Auflagen diese nothwendige Zugabe zu bieten, so würde er gewiss seinem Buche eine weitere Verbreitung unter dem Lehrerpublikum sichern. H.

Bibliographie.

October.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Selak, Zur Reform des Gymnasiums als einer Universalschule. (32 S.) Agram, Suppan. 1.

Strümpell, Prof., Psychologische Pädagogik. (368 S.) Leipzig, Böhme. 5,40.

Griesbach, Lehrer Dr., Nochmals Gymnasium und Realschule. (33 S.) Berlin, Burmester. 0,60.

Führer durch die pädagogische Literatur. Eine Auswahl der gediegensten Werke aus dem Gebiete der Erziehungs- und Unterrichtsliteratur. Wien, Pichler. 0,60.

---

*) Im „Inhalt" steht 0,001.

**) Hier fehlen leider die näheren Angaben (Definitionen) der Bezeichnungen w, L, v, s, die errathen werden müssen.

Guttmann, Die ästhetische Bildung des menschlichen Körpers. 2. Aufl. (312 S.) Leipzig, Weber. 5.
Kolb, Nutzen und Einrichtung des Schulgartens. (36 S.) Stuttgart, Ulmer. 0,70.
Lederer, Prof. A., Die Methodik der Gewöhnung. (56 S.) Wien, Pichler. 1.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Junghänel, Oberl., Cursus zur Einführung in die Geometrie. (47 S.) Berlin, Hempel. 0,60.
Schüler, Rector, Lehrbuch der analytischen Geometrie des Punktes, der Geraden und der Kegelschnitte. (237 S.) München, Ackermann. 4,80.
Schubert, Oberl. Dr., Kalkül der abzählenden Geometrie. (349 S.) Leipzig, Teubner. 9,60.
Mikoletzky, Prof., Construction algebraischer Ausdrücke und deren Anwendung in der Elementargeometrie. (52 S.) Prag, Kosmak.
Rossmanith, Geometrische Formenlehre. Eine Anleitung zur Betrachtung geometr. Körper als Vorbereitung zur Geometrie. Mit Uebungsaufgaben. (70 S.) Wien, Pichler. 1,20.
Schubert, Das Flächenmodell beim Unterricht in der geom. Formenlehre. (46 S.) Ebda. 0,80.

2. Arithmetik.

Scholarius, Die algebraischen Gleichungen 1. und 2. Grades mit besonderer Behandlung ihrer Auflösungsmethoden und der Theorie der Determinanten. Zum Selbststudium bearbeitet. (212 S.) Paderborn, Schöningh. 2.
Ohlert, Dir. Dr., Lehrbuch der Mathematik. 2. Abth. Lehrbuch der Arithmetik. (262 S.) Elbing, Neumann. 3. (I. u. II. 14.)
Quitzow, Die Reform im Rechenunterricht. (19 S.). Güstrow, Opitz. 0,40.
Meyer, Prof. Dr., Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung. Deutsch von Emanuel Czuber. (554 S.) Leipzig, Teubner. 12.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Schmick, Prof. Dr., Der Planet Mars, eine zweite Erde, nach Schiaparelli gemeinverständlich dargestellt. (64 S.) Leipzig, Georgi. 3.

Physik.

Gretschel und Wunder, Jahrbuch der Erfindungen und Fortschritte auf dem Gebiete der Physik und Chemie etc. 15. Jahrgang. (460 S.) Leipzig, Quandt und Händel. 6.
Netoliczka, Prof. Dr., Methodik des physikalischen Unterrichts an Volks- und Bürgerschulen. (183 S.) Wien, Pichler. 2.
——, Experimentirkunde. (164 S.) Ebenda. 2.
Wallentin, Gymn.-Prof., Privatdoc., Lehrbuch der Physik für die oberen Classen der Mittelschulen. (343 S.) Ebenda. 3,40.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Knauer, Dr. F., Die fremdländischen Amphibien und Reptilien. Frankreich, Spanien, Italien, Griechenland, Russland, Afrika. (87 S.) Wien, Pichler. 0,70.

2. Botanik.

Vacat.

3. Mineralogie.

Groddeck, Bergr. Dir. Dr., Die Lehre von den Lagerstätten der Erze. Ein Zweig der Geologie. Mit 119 Abb. (351 S.) Leipzig, Veit & Co. 8.

Knop, Hofr. Prof. Dr., Uebersicht über die geol. Verh. der Umgebung von Baden-Baden, verf. zur Orientirung der hier vom 26.—28. Sept. tagenden Vers. der deutschen geol. Ges. (38 S.) Karlsruhe, Braun. 0,50.

Zittel und Haushofer, Prof., Paläontologische Wandtafeln und geol. Landschaften, zum Gebrauch an Universitäten und Mittelschulen herausgegeben. Imp.-Fol. 1. Lfg. 6 Chromolith. Kassel, Fischer. Jede Lfg. 12, aufgezogen 27.

Kayser, Dr., Untersuchungen über natürliche Asphalte. (33 S.) Nürnberg, Korn. 1.

Geographie.

Mayer und Luksch, Prof. Prof., Weltkarte, als Behelf für das Studium geographischer Entdeckungen und Forschungen zusammengestellt. Wien, Artaria. 13.

Oesterreicher, v., Aus fernem Osten und Westen. Skizzen aus Ostasien, Nord- und Süd-Amerika. Wien, Hartleben. 6.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Pahnsch, Gymn.-Oberl., Arithm. Aufgaben. 8. Aufl. (164 S.) Reval, Kluge. 2.

Schweder, Gymn.-Dir., Lehrbuch der Planimetrie zum Schulgebrauch. 3. Aufl. (65 S.) Riga, Brutzer. 1,25.

Bardey, Methodisch geordn. Aufgabensammlung. 8. Aufl. Leipzig, Teubner. 2,70.

Lieber und Lühmann, Leidfaden der Elementar-Mathematik. 2. Arithm. 3. Trigon. u. Stereometrie. 2. Aufl. à 1,25.

November.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Lange, Oberl. Dr., Ueber Apperception. Eine psychologisch-pädagog. Monographie. (112 S.) Plauen, Neupert. 1,50.

Graef, Zuchtruthe für einen pädagogischen Redacteur. Ein Beitrag zum Streite zwischen Ziller und Dittes. (96 S.) Leipzig, Matthes. 1,25.

Netoliczka, Prof. Dr., Ueber Kurzsichtigkeit in der Schule und über Erhaltung der Sehkraft. Wien, Pichler. 0,40.

Fixlein II., Wohlanständige Reflexionen über Schulen und Lehrer, Erziehung und Unterricht. 2. Aufl. Augsburg, Lampart. 2,50.

Huyssen, 5 Capitel zur idealen Seite der Pädagogik. (339 S.) Barmen, Klein. 4.

Menge, Gymn.-L. Dr., Der Kunstunterricht im Gymnasium. (30 S.) Langensalza, Beyer. 0,50.

Verhandlungen der Directoren-Versammlungen in den Provinzen des K. Preussen seit d. J. 1879. 1. Bd. 7. Vers. in Pommern. (428 S.) 2. Bd. 2. Vers. der Prov. Hannover. (336 S.) 3. Bd. 5. Vers. in Posen. (258 S.) Berlin, Weidmann. à 5, 4 u. 3.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Reishaus, Gymn.-Oberl. Dr., Vorschule zur Geometrie. (220 S.) Leipzig, Teubner. 3,20.

2. Arithmetik.

Hertzer, Prof. Dr., Fünfstellige Logarithmen-Tafeln für Schule und Praxis. (93 S.) Berlin, Gärtner. 1.

Ruland, Praktische Anleitung zum gründl. Unterr. in der höh. Math. Ausführliche Auflösung der in Heis' Sammlung etc. enth. Aufgaben. 3. Thl. Kettenbrüche u. s. w. (524 S.) Bonn, Cohen. 6.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Jordan, Prof. Dr., Mathematische und geodätische Hülfstafeln, mit Kalendarium pr. 1880. (130 S.) Stuttgart, Wittwer. 2,50.

Redtenbacher, F., Geistige Bedeutung der Mechanik u. geschichtliche Skizze der Entdeckung ihrer Principien. (112 S.) München, Bassermann. 2,40.

Somoff, Prof., Theoretische Mechanik. 2. Thl. Einleitung in die Statik u. Dynamik. (407 S.) Leipzig, Teubner. 6,80.

Physik.

Krebs, Praktische Physik. (86 S.) Langensalza, Schulbuchh. 0,75.

Dühring, Dr. E., Robert Mayer, der Galilei des 19. Jahrh. Eine Einführung in seine Leistungen und Schicksale. (228 S.) Chemnitz, Schmeitzner. 4.

Siegmund, Die Wunder der Physik und Chemie. Wien, Hartleben. 20 Lfgn. à 0,60.

Reis, Gymn.-Prof. Dr., Elemente der Physik, Meteorologie und mathematischen Geographie. Hülfsbuch für den Unterricht an höheren Lehranstalten. Mit zahlreichen Uebungsfragen u. -Aufgaben. (411 S.) Leipzig, Quandt u. Händel. 4,50.

Chemie.

Rau, Die Lehre von der chemischen Valenz u. ihr Verh. zur elektrochemischen Theorie. Eine histor.-krit. Studie. (34 S.) Leipzig, Barth. 0,60.

Post, Dr. J., Ein chemischer Experimentalvortrag vor Arbeitern. (40 S.) Bremen, Volksschriftenverlag. 0,50.

Schiff, Prof. H., Einführung in das Studium der Chemie. (328 S.) Berlin, Hofmann. 6.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Schulze, Dr., Der Bau des menschl. Körpers. Für den Schulgebrauch. (24 S.) Berlin, Friedberg u. Mode. 0,30.

Bachmann, Leitfaden zur Anfertigung mikroskopischer Dauerpräparate. (196 S.) München, Oldenbourg. 4.

Jaeger, G., Wanderungen durch das Thierreich aller Zonen. (97 S. mit 25 Taf. Abb.) Stuttgart, Kröner. 6,50.

Semper, Prof. Karl, Die natürlichen Existenzbedingungen der Thiere. 2 Thle. (299 S., 296 S.) Leipzig, Brockhaus. 11.

2. Botanik.

Koch, Prof. Dr., Die Bäume u. Sträucher des alten Griechenlands. (207 S.) Stuttgart, Enke. 8.

3. Mineralogie.

Falb, Rud., Grundzüge zu einer Theorie der Erdbeben und Vulkanausbrüche. 2. Ausg. (526 S.) Graz, Leykam. 10.
Hochstetter, F. v., 30 geologische Bilder der Vorwelt und der Jetztwelt. 24 farbige Doppelfolio-Taf. Esslingen, Schreiber. 4,50.

Geographie.

Herz, Landesschulinsp., Lehrbuch der vergl. Erdbeschreibung für die unteren u. mittleren Classen der Gymnasien etc. Wien, Gräser. 4.
Stössner, Dir. Prof. Dr., Elemente der Geographie. Annaberg, Rudolphi. 4,40.
Woldermann, Die ganze Erde plastisch dargestellt, in 6 Bl. nach Reliefs. Leipzig, Eckerlein. 2,50.
——, dass. in 24 Bl. Ebenda. 7.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Gauss, F. G., 5stellige log. u. trig. Tafeln. 12. Aufl. Zeitz. 2.
Löw, Oberl. Dr., Aufgaben zum Rechnen mit Decimalbrüchen, unter Mitwirkung v. Dr. Müller u. Ohrtmann zus. 3. Aufl. Berlin, Weidmann. (93 S.) 1,20.
Reye, Prof. Dr., Die Geometrie der Lage. Vorträge. Mit einer Aufg.-Sammlg. 2. Aufl. (292 S.) Hannover, Rümpler. 7.
Krafft, Gymn.-Prof., Sammlung arithmetischer Beisp. u. Aufg. 5. Aufl. (122 S.) Nürnberg, Korn. 1,80.
Mink, Oberl., Lehrbuch der Geometrie als Leitfaden beim Unterricht. 7. Aufl. (236 S.) 3.
Wiegand, Dr. A., 1. Cursus der Planimetrie. 12. Aufl. 1.
——, Lehrbuch der ebenen Trigonometrie. 7. Aufl. 1.

NB. Die Programmenschau musste diesmal wegen Raummangel leider ausfallen.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dgl.)

Bericht über die Thätigkeit der mathematisch-naturwissenschaftlichen Section der 34. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner zu Trier. (September 1879.)

Von Dr. S. Günther.

Im Verhältniss zu den Arbeiten der seiner Zeit von dem gleichen Berichterstatter in diesen Blättern besprochenen Wiesbadener Versammlung*) kann unserer Section in diesem Jahre eine gleiche Activität nicht nachgerühmt werden. Nicht als ob es an dem guten Willen der Mitglieder gefehlt hätte, allein erstlich war diesmal die Anzahl der Fachgenossen keine so beträchtliche, und zweitens wurde deren Interesse anderweit absorbirt. In der von Director Dr. Dronke geleiteten pädagogischen Section, deren Arbeiten um ihres Stoffes willen (Einheitsschule etc.) denen aller anderen Abtheilungen erheblichen Eintrag thaten**), waren begreiflicherweise auch stets viele Mathematiker zu finden; des Ferneren zog die mit reichen Erinnerungen an Alterthum und Mittelalter ausgestattete Stadt Trier mehr denn anderswo die rauschendsten Feste von der streng-wissenschaftlichen Thätigkeit ab, und endlich boten die allgemeinen Sitzungen gerade auch nach der mathematisch-naturwissenschaftlichen Seite hin ungewöhnliche Anregung. Es sei in dieser Beziehung nur erinnert an den Vortrag von Prof. Nissen (Strassburg) über das italienische Klima, welcher in geistreicher Weise das Gebiet der physikalischen Geographie mit demjenigen der Culturgeschichte verknüpfte, sowie an denjenigen des Prof. Rohde (Tübingen) über Demokrit und Leucipp als die angeblichen Begründer der materialistischen Atomistik; nach den hier gegebenen Aufschlüssen würde Ersterer vollständig gegen den allein als origineller Denker anzuerkennenden Leucippus zurücktreten. Auch den vom Gymnasialdirector Dr. Schmitz vorgeführten tironischen Noten der Römer (Urbild unserer modernen Stenographie) steht eine gewisse geschichtlich-mathematische Bedeutung zur Seite (Cantor's math. Beitr. z. Culturl. d. Völker, S. 167).

Die Section constituirte sich am Mittwoch, den 24. September, Vormittags 11 Uhr im Refectorium des Dominikanerklosters (höhere städtische Töchterschule); zum ständigen Vorsitzenden ward durch Acclamation der Einführende, Director Dr. Renvers von Trier, gewählt, und auf gleiche Weise wurden ihm als Schriftführer die Herren Gymnasiallehrer Aussem und Schüller, beide von Aachen, beigegeben.

---

*) S. IX, 80. 163. 284. D. Red.

**) Leider traten sämmtliche sechs Sectionen stets zur nämlichen Stunde zusammen. Dass diesem Misstande sich abhelfen lässt, beweist die Naturforscherversammlung, wo die Sectionen für Mathematik, Physik und Pädagogik niemals zeitlich collidiren dürfen.

Erste Sitzung.

Donnerstag, den 25. September, 8 Uhr.

Erster Vortrag.

von Prof. Reuschle (Stuttgart)*).

Genetische Entwicklung der Wurzel- und Logarithmensätze aus den Potenzsätzen und deren Verwerthung für Schulzwecke.

Redner erörtert die verschiedenen Methoden, welche beim Unterrichte in der allgemeinen Arithmetik Platz greifen können. Der euklidischen Synthese steht die seit Lagrange besonders von den Franzosen cultivirte analytische Methode entgegen; man kann am besten von einer Lehrsatz-Beweis-Methode und von einer genetisch-heuristischen sprechen. In der Regel pflegt der Lehrer sich der erstgenannten zu bedienen, denn in der That passt sie sich dem Fassungsvermögen des Durchschnittsschülers am besten an, empfiehlt sich durch Kürze und hat auch dadurch vor der anderen einen gewissen Vorsprung, dass es für diese noch sehr an literarischen Hülfsmitteln gebricht. Gleichwol sollte der Vortrag womöglich ein gemischter sein und je nach den Umständen den einen oder anderen Weg einschlagen; insbesondere eignet sich die genetische Entwickelung für die Wurzeln- und Logarithmen-Sätze aus den Potenzsätzen.

Anstatt nämlich jedes einzelne Theorem für sich hinzustellen und nachträglich dann mit einem Beweise zu versehen, thut man viel besser, aus den Potenzsätzen alle übrigen unmittelbar herzuleiten. Man hat es hier mit einem Umkehrungsprobleme für gegebene Functionen zu thun, und dieses lässt sich auf eine ganz allgemeine Weise lösen.

Der Vortragende hat drei Darstellungsweisen für die Entwickelung der Wurzel- und Logarithmensätze aus den Potenzsätzen:

1) eine elementare für Schulzwecke,

2) eine wissenschaftlichere etwa für Polytechniker,

3) eine erschöpfend wissenschaftliche Darstellung, die alle überhaupt denkbaren und möglichen Relationen zwischen Potenzen, Wurzeln und Logarithmen, deren es ausser den gewöhnlich angewandten Sätzen noch eine ganze Reihe gibt, aus den Potenzsätzen durch Verknüpfung der bereits gewonnenen herleitet.

Gelegentlich erwähnt Redner, dass in dem grösseren Werke von Reuschle sen. 45 derartige Relationen incl. der umformungslosen Ausdrücke, synthetisch aufgestellt seien; daselbst sei der Ausdruck $\overset{a}{\log}(\overset{b}{\log} p)$ umformungslos genannt, was aber nicht der Fall sei.

Nunmehr wird das vertheilte Schema auseinandergesetzt. Es wird gezeigt, wie man auf Grund der Definition von Wurzel und Logarithmus $\left(\text{aus } a^m = p \text{ wird definirt } a = \sqrt[m]{p} \text{ und } m = \overset{a}{\log} p\right)$ sogleich für beide die Definitionsgleichungen:

$$\left(\sqrt[m]{p}\right)^m = p\,,\quad \sqrt[m]{a^m} = a\,;\quad a^{\overset{a}{\log} p} = p\,;\quad \overset{a}{\log} a^m = m\,,$$

*) Da in der systematischen Zusammenstellung aller irgendwie in Betracht kommenden Formeln der eigentliche Nerv dieses Vortrags gelegen war, so hatte der Vortragende diese Formeln auf einen Foliobogen übersichtlich niedergeschrieben und sein Manuscript mittelst des Hektographen vervielfältigt, so dass jeder der Anwesenden mit einem solchen Schema betheilt werden konnte. Zur besseren Erläuterung jenes Verfahrens circulirte auch eine hektographisch reproducirte geometrische Zeichnung, ein Dreieck mit den vier Berührungskreisen der drei Seiten darstellend. Fraglicher Apparat dürfte sonach auch für Unterrichtszwecke eine gewisse Bedeutung besitzen.

sowie auch die Wurzel und Logarithmus verkettenden Definitionsgleichungen:

$$\log_{\sqrt[a]{p}} p = a \quad \text{und} \quad \log_{\sqrt[m]{p}} p = m$$

erhält.

Von den Sätzen:

$$a^m\, a^n = a^{m+n}\,; \qquad a^m\, b^m = (ab^m)\,; \qquad (a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$$

werden die beiden ersten als I. und II. Multiplicationssatz der Potenz (entsprechend zwei Divisionssätze), der dritte als Potenz-Potenzsatz bezeichnet. Aus ihnen werden die Wurzel- und Logarithmensätze genetisch entwickelt und dabei hervorgehoben, wie der zweite den Fundamentalsatz für die Wurzeln, für die Logarithmen dagegen keinen, wenigstens keinen Satz von Belang liefert, während umgekehrt der erste den Fundamentalsatz für die Logarithmen, dagegen keinen Satz von Belang für die Wurzeln gibt. Im Gegensatz hierzu liefert der Potenz-Potenzsatz für die Wurzeln sowohl als für die Logarithmen zunächst je drei Sätze, die sich dualistisch gegenüberstehen.

Die Umkehrung der Multiplications- und Divisionssätze kann nur in einer Weise stattfinden, die zugleich vollständig elementar d. h. schulgemäss ist. Die Umkehrungen des Potenz-Potenzsatzes waren auf dem Schema in der wissenschaftlicheren Form ausgeführt, wobei eben der Dualismus klar zu Tage tritt.

Es würde den Rahmen dieses Berichts überschreiten, wollten wir die vollständige Entwickelung hier reproduciren, wir verweisen in dieser Beziehung auf den eigens gedruckt erscheinenden Bericht der Philologenversammlung und erwähnen nur noch, dass der Redner als besonders von Interesse hervorhob, dass dem Satze von der Wurzel aus der Wurzel der Satz vom Uebergang von einem Logarithmensystem auf ein anderes entspricht.

Dafür, dass in der That die Didaktik durch diesen Lehrgang gewinne, führt Redner aus seiner eigenen Erfahrung die Thatsache an, dass ein grosser Theil seiner Schüler, nachdem sie die wichtigsten Lehrsätze über Wurzeln als Umkehrungen der bezüglichen Lehrsätze über Potenzen, sowie den Begriff des Logarithmus kennen gelernt, unmittelbar die Gleichung $\log pq = \log p + \log q$ zu entwickeln und mit Worten zu interpretiren im Stande war.

Die Discussion über eine von Prof. Reuschle vorgeschlagene These wird wegen vorgeschrittener Zeit vertagt.

Zweite Sitzung.

Zweiter Vortrag.

Von Prof. S. Günther.

Eine didaktisch wichtige Auflösung trinomischer Gleichungen*).

Unter einer trinomischen Gleichung im allgemeinsten Sinne versteht man die folgende:

$$x^{m+n} + a\, x^m = b\,,$$

wo a und b willkürliche Zahlen sind. Dieselben sind schon seit geraumer Zeit ein Lieblingsgegenstand der Analytiker gewesen, insbesondere seit-

*) Diese Reduction ist besonders bei den Gleichungen fünften Grades berühmt geworden als Tschirnhaus'sche, Jerrard'sche, oder, wie man wol am correctesten sagen würde, Bring'sche Transformation. Natürlich hält es nicht schwer, auch noch α und β durch eine einzige bekannte Grösse zu ersetzen, ohne den Charakter der Gleichung zu ändern.

dem Gauss in seinen berühmten „Beitr. z. Theorie d. algebr. Gleichungen"[1]) deren Theorie auf eine feste Basis gestellt hatte. Da man aber wusste, dass jede derartige Gleichung sich auf die sogenannte „reducirte Form"

$$x^p \pm \alpha x = \beta$$

zurückführen lässt[2]), so wendete sich die allgemeine Aufmerksamkeit letzterer zu. Lambert[3]) und Malfatti[4]) lehrten deren reelle Wurzeln durch rasch convergirende unendliche Reihen ausdrücken, Gauss (a. a. O.) dehnte dies Verfahren auch auf die complexen Wurzeln aus, Gebhardt[5]) bediente sich zu gleichem Zwecke einer auf den Gammafunctionen beruhenden Tabelle, Guldberg[6]) endlich arbeitete nach anderen Principien eine ähnliche Tafel aus. Es braucht kaum bemerkt zu werden, dass dem Schulmann als solchem alle derartigen Methoden transscendent sein müssen, und so muss er sich denn nach anderen umsehen, welche einerseits völlig elementar sind und dabei doch wieder die Wurzel in independenter, für Näherungsrechnungen leicht zugänglicher Form liefern. Derartige sind nun aber wirklich vorhanden.

Einen schon von Jacob Bernoulli angedeuteten Gedanken verfolgend hat neuerdings Astrand[7]) für die obige reducirte Gleichung die sofort einleuchtende Auflösung

$$x = \sqrt[p]{\beta \mp \alpha \sqrt[p]{\beta \mp \alpha \sqrt[p]{\beta \mp \ldots}}}$$

gegeben. Die Wurzel ist somit durch einen übersichtlichen Algorithmus, ein in's Unendliche sich fortsetzendes Radikal, dargestellt. Auf den innigen Zusammenhang dieser Gebilde mit den goniometrischen Functionen hat unlängst Édouard Lucas[8]) aufmerksam gemacht, und gewiss wird denselben Niemand das volle Bürgerrecht in der Mathematik versagen wollen, umsoweniger, da Astrand die praktische Verwendbarkeit seiner Idee selbst nachgewiesen hat. Nur das Eine könnte dagegen eingewendet werden, dass die Convergenz keine sehr rasche ist; schneller würde dieselbe fortschreiten, wenn es gelänge, die Wurzeln in Bruchform sich an einander anreihen zu lassen. Damit käme man zu Formen, wie sie Stern[9]) zuerst bemerkt hat und wie sie Herrmann[10]) und Reidt[11]) mit grossem Vortheile zur Behandlung des irreduciblen Falles der kubischen Gleichung verwendeten.

Der Vortragende nun ist der Ansicht, dass die Beschränkung auf die reducirte Form durchaus nicht geboten sei, sobald man sich entschliesst, von gebrochenen Wurzelexponenten Gebrauch zu machen, und stellt somit für die Eingangs angegebene Gleichung folgende Lösung auf. Es ist

$$x^m = \frac{b}{a + x^n},$$

$$x^n = \sqrt[\frac{m}{n}]{\frac{b}{a + x^n}},$$

1) Göttingen 1849 (Werke, 2. Band).
2) Gerhardt, Geschichte der Mathematik in Deutschland, München 1878. S. 194.
3) Acta Helvetica physico-mathematica, Vol. III.
4) Vgl. seine Correspondenz, Boncompagni's Bullettino, Tomo IX. S. 469.
5) Programm, Leipzig 1873.
6) Christiania Videnskabs-Selbskab. 1871.
7) Astronomische Nachrichten, Nr. 89.
8) Lucas, Sur la théorie des fonctions numériques simplement périodiques, Bruxelles 1878. S. 44 ff.
9) Journal f. d. reine u. angew. Mathem., 11. Band.
10) Nouv. Annal. de Mathém., II. série, tome 6.
11) Zeitschr. f. Math. u. Phys., 17. Jahrgang.

und somit bei Fortsetzung dieses Substitutionsverfahrens in's Unendliche

$$\text{I.}\quad x = \sqrt[m]{\frac{b}{a + \sqrt[\frac{m}{n}]{\frac{b}{a + \sqrt[\frac{m}{n}]{\frac{b}{a + \ldots}}}}}}$$

Man überzeugt sich, dass diese Endformel, welche man als eine doppelte Verallgemeinerung der Reidt'schen bezeichnen mag, alle denkbaren Fälle in sich schliesst.

Ist z. B. die trinomische Gleichung auf eine quadratische reducirbar, so wird $\frac{m}{n} = 1$, also

$$\text{II.}\quad x = \sqrt[m]{\frac{b}{a + \frac{b}{a + \frac{b}{a + \ldots}}}}$$

oder, wenn dieser periodische Kettenbruch in bekannter Weise bestimmt wird,

$$x = \sqrt[m]{-\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}}.$$

Hat man dagegen die übliche reducirte Form, so ist $m = 1$, also

$$\text{II.}\quad x = \frac{b}{a + \sqrt[\frac{1}{n}]{\frac{b}{a + \sqrt[\frac{1}{n}]{\frac{b}{a + \ldots}}}}}$$

Liegt endlich die Gleichung

$$x^{m+1} + a_1 x^m = b_1$$

vor, so wird $n = 1$, und es folgt

$$\text{III.}\quad x = \sqrt[m]{\frac{b_1}{a_1 + \sqrt[m]{\frac{b_1}{a_1 + \sqrt[m]{\frac{b_1}{a_1} + \ldots}}}}}$$

Dieser letzte Fall ist es nun gerade auch, der in der Schulpraxis berücksichtigt zu werden verdient. In der Rentenrechnung nämlich, wo es sich um die Behandlung der Gleichung

$$r\,\frac{q^n - 1}{q - 1} = a\,q^n$$

handelt (a Mise, r Rente, q Zinsfuss, n Zeit), entsteht, wenn der Zinsfuss gesucht wird, stets die Unmöglichkeit, dies in einer für den Schüler verständlichen Weise zu thun. Nun aber finden wir

$$q^{n+1} - \frac{a+r}{a}\,q^n = -r,$$

$$q = \sqrt[n]{\cfrac{-r}{-\cfrac{a+r}{a} + \sqrt[n]{\cfrac{-r}{-\cfrac{a+r}{a} + \dots}}}}$$

Praktische Versuche, welche sich bei Anwendung Gauss'scher Additions- und Subtractionslogarithmen noch vereinfachen lassen, ergeben, dass schon der dritte, eventuell vierte Näherungswerth ein brauchbares Resultat liefert.

Dem gegenüber ist es Pflicht, auf die vorläufig noch bestehenden, keineswegs jedoch principiellen Mängel des skizzirten Verfahrens hinzuweisen. Ein geringerer Missstand ist es, dass die allerdings von vorn herein wahrscheinliche Convergenz des Algorithmus nicht von selbst erhellt, indess wird sich der noch ausstehende Nachweis wenigstens für die Grenzfälle durch Generalisirung des von Reidt betretenen Weges erbringen lassen. Sodann hat in neuerer Zeit Seidel[1]) für die Untersuchung ähnlich construirter Ausdrücke Directiven gegeben. Schlimmer ist es, dass über die Frage, welche reelle Wurzel durch unseren Algorithmus geliefert werde, zunächst nichts ausgesagt werden zu können scheint. Eine reducirte trinomische Gleichung hat, wenn sie ungeraden Grades ist, drei, im anderen Falle zwei reelle Wurzeln, wie u. a. von Serret[2]) und Regis[3]) gezeigt worden ist, und wie sich mit besonderer Leichtigkeit bei Zugrundelegung eines älteren Theoremes v. Ettingshausen's[4]) darthun lässt. Dass sonach die durch die Bedingungen geforderte mit der durch unseren verallgemeinerten Kettenbruch gelieferten Wurzel einerlei ist, kann vorläufig nur als eine empirische Thatsache gelten.

Der Elementarmathematik in Schulen sind zwei grosse Ziele gesteckt. Sie muss suchen, möglichst ihre von Alters überkommenen Grenzen zu erweitern, soweit dies eben mit den allgemeinen Zeitumständen sich verträgt; sie muss aber auch dahin trachten, jede etwa noch vorhandene Lücke in ihrem Aufbau ausfindig zu machen und auszufüllen. Hierzu soll auch dieser Vortrag das Seinige beitragen.

Der Vorsitzende eröffnet die Discussion. Director Dr. Heilermann bemerkt, dass die Gleichung II. (s. oben) durch die Substitution $x = \frac{1}{\xi}$ in Gleichung III. übergeführt werde, sodass strenge genommen für beide Gleichungsformen ein und derselbe Auflösungsmodus bestehe. In der That beruht auf diesem reciproken Verhalten die interessante Identität

$$\cfrac{b}{a + \sqrt[\frac{1}{n}]{\cfrac{b}{a + \sqrt[\frac{1}{n}]{\cfrac{b}{a} + \dots}}}} = \sqrt[n]{\cfrac{b}{a + \sqrt[n]{\cfrac{b}{a + \sqrt[n]{\cfrac{b}{a} + \dots}}}}}$$

die übrigens auch sehr leicht direct deducirt werden kann. Dr. Heilermann und Oberlehrer Dr. Budde (Duisburg) betonen noch, dass bezüglich der Rentenformel das unendliche Radical nicht die selbstverständliche Wurzel $q = 1$ liefern dürfe, was denn auch durch die Structur des Ausdruckes ausgeschlossen erscheint.

---

1) Abhandl. der k. bayer. Akad. d. Wissensch. 1870.

2) Serret, Handbuch d. höheren Algebra, deutsch von Wertheim. 1. Band. Leipzig 1868. S. 90.

3) Battaglini's Giornale, tomo VIII.

4) Zeitschr. f. Phys. u. Math. von Baumgärtner u. v. Ettingshausen, 2. Band.

Im Uebrigen erklären sämmtliche Anwesende, von einer ähnlichen allgemeinen Näherungslösung der trinomischen Gleichungen keine Kenntniss zu besitzen. —

Director Dr. Krumme (Braunschweig) erläuterte an einem sehr netten Modell, wie man in denkbar einfachster Weise den Satz, dass jedes beliebige Parallelepipedum sich in ein rechtwinkliges von gleicher Grundfläche und Höhe überführen lässt, ad oculos demonstriren könne.

Dritter Vortrag.

Von Director Heilermann.

Ueber den dritten Regenbogen.

Der Vortragende wirft zunächst einen kurzen geschichtlichen Rückblick auf die allmälige Entwickelung unseres Wissens vom Regenbogen, skizzirt die noch sehr rudimentären Anschauungen eines Aristoteles und Seneca, welch Letzterer das Phänomen aus einer Reflexion des Sonnenlichtes an einer hohlen Dunstmasse herleiten wollte, und zeigt dann, wie allmälig Theodorich, Antonio de Dominis, Kepler u. s. w. die richtige Erklärung fanden. Diese letztere wird reproducirt. Will man die Theorie sämmtlicher (an und für sich unendlich vieler) Regenbögen, resp. speciell die Theorie des $m$ten Regenbogens studiren, so hat man nachzusehen, unter welchen Umständen die Ablenkung

$$\varphi = m\pi - 2(m+1)y + 2x, \quad \sin x = n \sin y,$$

wo x der Einfalls-, y der Brechungswinkel, n der Brechungsindex ist, ein Grösstes wird. Für $m = 1$ tritt dies ein, wenn für rothe Strahlen φ den Werth 42°, für violette Strahlen den Werth 40° hat; für $m = 2$ sind ebenfalls die Werthe bereits bekannt, für $m = 3$ findet man, wenn wieder resp. rothes und violettes Licht in Betracht gezogen wird, die Grenzen 41° und 46°, also eine Breite des dritten Regenbogens von 5°. Die Theorie lehrt nun ferner, dass die Farben-Anordnung in diesem dritten genau dieselbe ist, wie im Haupt-Regenbogen, dass derselbe jedoch nicht auf einer der Sonne gegenüberliegenden Wolkenschicht erscheint, sondern auf einer zwischen Sonne und Auge befindlichen. Die meisten Beobachter suchten ihn also wol am falschen Orte; nur so erklärt es sich, dass nach Radicke's Optik bis jetzt nur eine einzige Beobachtung desselben, von Bergmann (schwedischer Physiker des vorigen Jahrhunderts) bekannt ist und dass Jacob Bernoulli den Ausspruch thun konnte: „Luchse und Adler möchten ihn vielleicht wahrnehmen können, aber das schwache menschliche Auge sei hierzu nicht im Stande."

Redner nun war so glücklich, die seltene Erscheinung zu Gesichte zu bekommen. Am 4. Sept. 1878 von Köln nordwärts reisend bemerkte er, der seinen Sitz im Coupé nach Westen hatte, dass vor die anfänglich hell scheinende Sonne eine dünne Wolke getreten war. Als die Sonne (späterer Nachrechnung zufolge) gerade noch 10° vom Horizont entfernt war, entstand plötzlich rechts oben von derselben ein kreisförmiges rothes Segment im richtigen Abstande von circa 40°, und dieses dehnte sich allmälig rings um die Sonne aus, während auch nach und nach die übrigen Farben, der Theorie gemäss, hervortraten. Schliesslich reichten die Ränder des Kreisbogens bis nahe an den Gesichtskreis herab, und jeder Zweifel, dass man es hier thatsächlich mit dem dritten Regenbogen zu thun habe, schwand dem Beobachter und seinem, gleichfalls sachverständigen, Reisegefährten. Die lange Dauer des Phänomens hat vielleicht darin ihren Grund, dass Wolke und Bahnzug mit nahe gleicher Geschwindigkeit parallel fortschritten; als letzerer in Neuss angekommen war, hielt die Sichtbarkeit noch immer an.

Nachdem man solchergestalt über die Himmelsgegend, auf welche

sich unter günstigen Verhältnissen die Beobachtung zu richten hat, genauer orientirt ist, darf man wol auf häufigere Nachrichten über geglückte Wahrnehmungen rechnen. —

Zum Schluss deutet Director Dr. Langguth (Iserlohn) ein sehr nettes Verfahren an, die Breite des Spectrums zu berechnen; wir wünschen, dass derselbe seiner kurzen Mittheilung eine ausführlichere in diesen Blättern nachfolgen lassen möge.

Dritte Sitzung.

Sonnabend, den 27. September, 8 Uhr.

Zur Besprechung wird zunächst die Reuschle'sche These gestellt. Director Heilermann ertheilt derselben folgende sowol vom Antragsteller als auch von den übrigen Anwesenden gebilligte Form:

Für Realschulen I. Ordnung und Realgymnasien, eventuell auch für humanistische Lehranstalten wäre es sehr erwünscht, wenn nach Absolvirung der Lehre von den Wurzeln und Logarithmen in der bisher üblichen Weise die bezüglichen Sätze den Schülern nochmals in ihrem genetischen Zusammenhange vorgeführt, resp. die Wurzel- und Logarithmensätze aus den Potenzsätzen entwickelt würden.

Hierauf verbreitet sich Director Heilermann über die von ihm beim Vortrage der Kegelschnittslehre befolgte Methode. Er leitet dieselben direct aus dem Kegel her und bedient sich bei Entwickelung der Brennpunkteigenschaften des (Dandelin'schen) Satzes, wonach eine Ellipse oder Hyperbel von den beiden ihre Ebene und zugleich die Kegelfläche tangirenden Kugeln gerade in den Brennpunkten tangirt wird.

In der hieran sich anschliesenden Discussion vertritt Director Langguth, mit Bezugnahme auf das bekannte Schriftchen Du Bois-Reymond's, auch die Rechte einer analytischen Behandlung der Curven zweiter Ordnung; Referent lenkt die Aufmerksamkeit der Section auf das kürzlich erschienene treffliche Schulbuch von Milinowski-Simon hin und erläutert kurz das Wesen der darin innegehaltenen Methodik. Auf Prof. Günther's Antrag einigt man sich über nachstehende These:

Beim Unterrichte in den Kegelschnitten empfiehlt es sich, für die Realschul-Prima, eine Combination aus der Cartesischen mit der einen oder anderen synthetischen Methode zur Anwendung zu bringen.

Ein vom Herausgeber der „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" an die Section gerichtetes und zur Bildung eines deutschen Mathematiklehrer-Vereins aufforderndes Schreiben*) kann angesichts der Thatsache, dass bereits die meisten Mitglieder Trier verlassen haben, nur mehr registrirt und, auf Vorschlag des Präsidiums, der Fachsection der 35sten, in Danzig zusammentretenden Versammlung als Erbschaft überwiesen werden.

In der letzten Plenarsitzung ($^1/_2$11 Uhr) legte Director Renvers die Ergebnisse der Sections-Arbeiten der Allgemeinheit vor. Hiermit findet auch die Thätigkeit des Berichterstatters ihren Abschluss.

---

*) S. unser Schreiben Jahrg. X, S. 478. D. Red.

Zur Journalschau.

Nouvelles Annales de Mathématiques. Deuxième série, tome dix-huitième. (1879.)

(Forts. von X, 307.)

Juli-Heft. Hioux (Rennes) lehrt die symmetrische Determinante, welche der Bézout-Cauchy'schen Eliminationsmethode entspricht, darstellen und discutiren. — Realis (Turin) untersucht diejenigen Formen der kubischen und biquadratischen Gleichungen, welche eine Darstellung ihrer Wurzelwerthe ohne kubisches Resultat gestatten. — Lionnet beschäftigt sich mit den vollkommenen Zahlen erster und zweiter Art, welche resp. gleich der Summe und dem Product ihrer Theiler sind. — Sehr zahlreich sind in diesem Hefte die gelösten und gestellten Aufgaben; auch ein verhältnissmässig ausführliches Publicationsverzeichniss findet sich vor.

August-Heft. Tissot lehrt die Darstellung kleinerer Theile eines Drehungsellipsoides in der Ebene, so dass die Deformation mit Bezug auf einen vorher bestimmten Punkt möglichst klein wird. — Lionnet beantwortet die von Euler gestellte Frage, ob jede gerade Zahl sich als Summe zweier ungeraden Primzahlen darstellen lasse, im verneinenden Sinne. — Concursaufgaben, Bibliographie.

September-Heft. Tissot führt seine kartographischen Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die Karten von Frankreich und Spanien, sowie auf äquivalente Abbildung, weiter fort. — Ein Gleiches gilt von Desboves' Abhandlung über unbestimmte Analytik. — Den Rest des Heftes nehmen gestellte und gelöste Aufgaben ein.

October-Heft. Desboves wendet seine allgemeinen Betrachtungen auf die Gleichung $aX^4 + bY^4 = cZ^n$ an. — Jung (Mailand; die Arbeit ist aus dem Italienischen übersetzt) behandelt die Theorie der Polarsysteme ohne Zuziehung der sonst üblichen mechanischen Anschauungen. — Dostor (Paris) wendet die Methode der unbestimmten Coëfficienten auf die Summe $1^\alpha + 2^\alpha + 3^\alpha + \dots + n^\alpha$ an. — Ein Schreiben von Jonquières betrifft gewisse Eigenschaften der Zahlen. — Publicationsverzeichniss; Aufgaben.

November-Heft. Desboves beendigt seine mehrerwähnte grössere Abhandlung. — Realis stellt einige Theoreme über den zahlentheoretischen Charakter gewisser Zahlen auf. — Lionnet beschäftigt sich mit den verschiedenen Werthen, welche die Summe der Reihe $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots$ annimmt, wenn eine andere Anordung der Glieder eintritt. — Dostor führt seinen Aufsatz über die independente Berechnung der Summe $1^\alpha + 2^\alpha + 3^\alpha \dots$ weiter fort. — Lionnet stellt gewisse orthosymmetrische Determinanten, deren Elemente die natürlichen Zahlen sind, durch geschlossene Ausdrücke dar. — Anzeige eines Buches. — Lösung einer Aufgabe durch Lionnet. — Neue Problemstellungen von Ebendiesem und Dostor.

Zeitschrift für Mathematik und Physik. XXIV. Jahrg. (1879.)

(Forts. von X, 308.)

Heft 4. Abhandlungen. Wittwer (Regensburg) sucht die Abhängigkeit der specifischen Wärme von der Temperatur mittelst seiner molekularphysischen Ansichten zu erklären. — Rachmaninoff (Kiew) beschäftigt sich mit dem Zusammenhang zwischen dem Princip der kleinsten Wirkung und den anderen mechanischen Grundgesetzen. — Thieme definirt die geometrischen Gebilde durch Construction ihrer Polarsysteme. — Giesen berechnet die kleinen Bewegungen einer Flüssigkeit, die von deren Oberflächenspannung herrühren.

Kleinere Mittheilungen. Graetz (Breslau) entwickelt einige Sätze

über Wirbelbewegungen. — Günther (Ansbach) beweist, dass die dialytische Resultante der Function $x^{m+1} + x^m + x^{m-1} + \ldots + 1$ und ihrer ersten Ableitung den Werth $(2 + m)^m$ habe. — A. Weiler (Zürich) gibt elementare Beweise für zwei Theoreme von Desargues. — Küttner (Burgk) lehrt die Bernoulli'schen Zahlen durch Summen-Ausdrücke darstellen. — Heymann (Dresden) integrirt die Differentialgleichung $x\varphi(y') + y\psi(y') + \chi(y') = 0$. — Holzmüller (Hagen) beweist synthetisch einen Lehrsatz aus der Theorie der Drehung. — Enneper (Göttingen) führt die isometrischen Kugelcoordinaten ein.

Hist.-liter. Abtheilung. E. Wiedemann (Leipzig) rectificirt einige biographische Daten, den arabischen Astronomen Abul Wâfa betreffend.

Recensionen. Antikritik von Lippich gegen Bohn (Das Brachy-Teleskop von Fritsch); Hultsch, 3. Band der Pappus-Ausgabe (M. Cantor); Biadego, Lebensbeschreibung von Maggi (M. Cantor); Ludwig, Gedächtnissrede auf E. H. Weber (M. Cantor); Pochhammer, Gleichgewicht des elastischen Stabes (Prix); Hoüel, Calcul infinitésimal, Tome I. (M. Cantor); Bunkofer, Zahlbüschel (M. Cantor); Roentgen, Analytische Geometrie (M. Cantor); J. Müller, desgleichen (M. Cantor); Ott, Das graphische Rechnen (M. Cantor); Brill, Gypsmodelle (Noether); Münch, Physik (Zech); La Cour, La roue phonique (Zech); Koppe, Hygrometrie (Zech); Eichhorn, Interferenzen isochron schwingender Lichtcentren (Zech).

Heft 5. Abhandlungen. Mehmke entwickelt ein Kreis-Coordinatensystem in der Ebene. — Niemöller (Eisenach) bestimmt die Deformation einer erwärmten dünnen Kreisplatte. — Thieme setzt seinen Aufsatz aus Heft 4 fort. — Hagen (S. J.) untersucht theoretisch und experimentell die Stimmgabelcurven. — Matthiessen (Rostock) bestimmt die Lichtbrechung in einem System continuirlich geschichteter Linsen. — Frenzel (Berlin) stellt die eindeutigen analytischen Functionen im Weierstrass'schen Sinne durch Factorenfolgen und Partialbruchreihen dar.

Kleinere Mittheilungen. Schwering (Coesfeld) gibt das Enoncé eines neuen elementaren Schliessungsproblemes. — Einladung zur Trierer Versammlung.

Hist.-liter. Abtheilung. Röthig (Berlin) zeigt an geschichtlichen Beispielen, welche Wege eine correcte Begründung des Foucault'schen Pendelversuchs einzuschlagen habe.

Recensionen. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde (Fuhrmann); Günther, Studien zur Geschichte der math. u. phys. Geographie (M. Cantor); Heiberg, Quaestiones Archimedeae (M. Cantor); Sawitsch-Peters, Abriss der praktischen Astronomie (Valentiner); Maxwell-Fleischl, Substanz und Bewegung (Kötteritzsch); Langer, Grundprobleme der Mechanik (Kötteritzsch).

Heft 6. Abhandlungen. Geisenheimer (Tarnowitz) studirt die Erzeugung affiner Figuren durch ähnlich veränderliche Systeme. — Hauck (Berlin) liefert, den Einwänden Sturm's gegenüber, einen Nachtrag zu seinem bekannten Aufsatze im 21. Jahrgang, um das Dasein einer gleichstimmigen und einer ungleichstimmigen Collineation im Raume nachzuweisen. — Börsch (Berlin) löst die Aufgabe, die Determinante $\Sigma \pm 1\, x_{1,1}\, x_{2,2} \cdots x_{n,n}$, deren Elemente durch $(n + 1)$ Bedingungsgleichungen einer besonderen Art unter einander verknüpft sind, zu einem Maximum zu machen.

Kleinere Mittheilungen. Boeklen (Reutlingen) beweist eine Reihe von Sätzen über die Wellenfläche zweiaxiger Krystalle. — Schwering (Coesfeld) lehrt die Aequatorealprojection einer kürzesten Linie auf dem Drehungsellipsoid als Mantelsaum eines bekannten elliptischen Kegels darzustellen. — Horst (Hamburg) theilt mittelst einer festen archimedischen Spirale jeden Winkel in beliebig viele gleiche Theile.

Hist.-liter.-Abtheilung. Heiberg (Kopenhagen) stellt alle die planimetrischen und stereometrischen Hilfssätze zusammen, welche von Archi-

medes, ohne sich besonders damit zu beschäftigen, angewandt wurden. — Cantor (Heidelberg) bespricht drei Briefe von Lagrange. — Recensionen: Antikritik von Ott gegen Cantor. — Schlesinger, der geodätische Tachygraph und der Tachygraph-Planimeter (Bohn). — Bierens de Haan, Fest-Gave van het Wiskundig Genootschap te Amsterdam (Günther). — Foglini, Invarianti, covarianti e contravarianti delle funzioni omogenee (Günther). — Odstrčil, Kurze Anleitung zum Rechnen mit den (Hamilton'schen) Quaternionen (Günther). — Goebel, Die wichtigsten Sätze der neueren Statik (Koetteritzsch). — Trappe, Schul-Physik, 8. Aufl. (Koetteritzsch). — Opusculum de multiplicatione et divisione sexagesimalibus, ed. Henry (Hultsch). — Reye, Synthetische Geometrie der Kugeln und linearen Kugelsysteme (Milinowski). Angefügt ist **Mathematisches Abhandlungsregister.** 1878 1. Juli bis 31. December.

Deutsche Rundschau für Geographie und Statistik unter Mitwirkung hervorragender Fachmänner herausgegeben von Prof. Dr. Carl Arendts in München. A. Hartleben's Verlag in Wien. Monatl. Hefte à 3 Bg. Pr. 70 ₰ pr. Heft. 12 Hefte also 8 ℳ incl. Zusendung.

Diese junge, erst im 2. Jahrgange stehende geographische Zeitschrift, welche die Mitte hält zwischen einem rein wissenschaftlichen Fachblatt und einem seichten sogenannten „populären" Flugblatt, liegt uns in ihren drei ersten Heften des 2. Jahrgangs vor. Sie enthält in

Heft 1. Columbus auf den Canarischen Inseln. Von Franz v. Löher. — Begleitworte zur Karte von Central-Asien von Dr. J. Chavanne, von der das südwestliche Blatt (Section IV) dem Hefte beiliegt. — Geschichte und Geographie des Sclavenhandels in Afrika, von Prof. Dr. Franz Czerny, worin gezeigt wird, dass zur Zeit Afrika „noch immer isolirt und in sich verschlossen zu Füssen des indifferenten Europas daliegt." — Die Wolga und die Kama, ein Beitrag zur Kenntniss Russlands. Von Albin Kohn. Mit einer Ansicht des Bazars in Nischni-Nowgorod. — Der Martologio, eine Schiffsrechnung der mittelalterlichen Nautiker und Geographen. Von Prof. Dr. S. Günther. — Visegrád an der Donau. Von A. F. Heksch. Mit einer Ansicht.

Es folgen dann noch kleinere Mittheilungen: Astronomie und physikalische Geographie (Venus im grössten Glanz) von Dr. Holetschek. — Reisen und Polarfahrten (schwedische, englische und amerikanische Nordpol-Expeditionen). Prschewalski's Reisen in Hochasien. Politische Geographie und Statistik. (Volkszählungen, Staats- und Gemeinde-Haushalt, Militär und Marine, Handel, Bergbau, Industrie, Landwirthschaft, Verkehrsanstalten). Dann folgen noch biographische Skizzen (C. v. Scherzer) und Nekrologie (F. v. Brandt, B. v. Cotta u. A.) mit photogr. Porträts. Endlich noch kleinere Notizen über geogr. Vereine, Curorte, Ehrenbezeigungen und Bücher.

Heft 2 enthält: Die Nordost-Durchfahrt von Chavanne, mit einer Karte des Curses der Nordenskjöld'schen Expedition. — Die Wolga und die Kama (Fortsetzung) mit Ansichten von Saratow. — Geschichte und Geographie des Sclavenhandels in Afrika (Schluss). — Ein Spaziergang in der Hauptstadt des Kaukasus von Serena, mit kaukasischen Volkstypen. — Astronomie und physikalische Geographie (die ersten zweihundert Asteroiden) von Holetschek. — Polit. Geographie und Statistik wie im 1. Heft. Berühmte Geographen, Naturforscher und Reisende: Emil Holub und B. v. Cotta mit Portrait u. A.

Heft 3. Ueber vieljährige Perioden der Witterung. Von Dr. Köppen. — Geologische Untersuchungen am 40. Parallel (Nord-Amerikas) von P. Toula nach dem Werke von Clarence King, mit der Ansicht einer Sandstein-Säule in den Washakie Bad-Lands (Wyoming) und dem Lal-See und Agassizberg in Utah. — Die Nordost-Durchfahrt (Fortsetzung), mit der

Ansicht des Ostcap. — Die Wolga und die Kama (Schluss), mit der Ansicht von Astrachan. — Die böhmische Schweiz von R. Manzer, mit mehreren Felsansichten. — Astronom., physikal., polit. Geographie und Statistik ähnlich, wie in den früheren Heften. — Berühmte Geographen, Naturforscher und Reisende: Gustav Radde mit Portrait. — Nekrologie: G. F. Angas, Hauptgründer der Colonie Südaustralien mit Portrait. Beigegeben ist eine Karte von Centralasien von Chavanne.

Man sieht, es ist ein ausserordentlich reicher, allseitiger und interessanter Inhalt. Dazu ist das Format (Lexicon-Format) sehr zweckmässig, Druck und Papier ansprechend, die Bilder sind sauber, deutlich und nett, und die grösseren Aufsätze erhalten durch die beigegebenen Notizen und Citate ein wissenschaftliches Gepräge.

Wir wüssten nicht, falls wir Lehranstalten für Lehrer- und zugleich Schülerbibliotheken eine passende geographische Zeitschrift zu empfehlen hätten, welche wir ihnen, selbst nicht den „Globus“ ausgenommen, mehr empfehlen sollten.

Kosmos, Zeitschrift für einheitliche Weltanschauung auf Grund der Entwicklungslehre, in Verbindung mit Darwin und Häckel herausgegeben von Dr. E. Krause (Carus Sterne). Leipzig. Günther's Verlag. III. Jahrgang 1879. Monatliche Hefte. Pr. viertelj. 6 ℳ.

Von dieser naturwissenschaftlich-philosophischen Zeitschrift, die wir schon in VIII, 529 anzeigten und empfahlen; sind uns von der Verlagshandlung wieder Hefte und zwar des III. Jahrgangs gesandt worden.

Heft 7 (October). Ueber Faustsstimmung. Ein Zeitbild von E. Krause, worin der Verfasser über „die nothwendige Selbstbeschränkung menschlicher Forschung“ grosse Todte und zuletzt Plinius reden und hierin zugleich seine eigenen Gedanken aussprechen lässt. — Hoernes, die Chorologie der Sedimente und ihre Bedeutung für Geologie und Descendenzlehre. — Müller, Schützende Aehnlichkeit einheimischer Insekten unter Benutzung von Beobachtungen von Speyer. — Die alten Felsklippen-Bewohner (Cliff-Dwellers) Nord-Amerikas. Nach den Untersuchungen von Hayden, Wilson, Jackson u. A. Mit Illustrationen. — Es folgen noch interessante Kleinere Mittheilungen, Journalschau, Literatur und Kritik. Darunter sind auch: Geschichtliche Bemerkungen über die Mars-Trabanten (Fortsetzung aus Heft 5) und eine Recension des Isenkrahe'schen Buchs „Das Räthsel der Schwerkraft“ aus der Feder unseres Mitarbeiters Dr. S. Günther. (Fortsetzung folgt).

Strack's Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens. Jahrgang VII. (1879.)

(Forts. von Jahrg. X. Hft. 6. S. 473.)

Heft 9. Obschon dieses Heft etwas für unsere Fächer direct Verwendbares nicht enthält, so ist doch sein Inhalt sonst recht interessant. Der Aufsatz von Humbert-Bielefeld „Ein verschollenes Werk von C. Fr. Becker: «Die Dichtkunst aus dem Gesichtspunkte des Historikers betrachtet»“, wird auch dem soeben dem Formelwesen auf einige Stunden entronnenen Mathematiker eine Erholung gewähren. — Schon näher liegt uns der folgende „Beitrag zur Lösung einer der wichtigsten Zeitfragen“, in welchem ein Director N. N., der gleich uns die „Einheitsschule“ für möglich hält, einen Lehrplan für das „deutsche Nationalgymnasium“ entwirft. Neben der Muttersprache herrschen hier noch vier fremde Sprachen (Lat., Gr., Fr., Engl.), in den drei untern Jahrescursen mehr die modernen — mit Englisch wird begonnen —, in den sechs obern mehr die alten. Dies ist also eine Art combinirtes Gymnasium und Realschule. Verf. gibt für die „Einheitsschule“ wichtige Gründe an, sagt aber nicht,

ob einige (und welche) Sprachen facultativ sein sollen, discutirt auch nicht die Frage, ob sein Plan etwa eine „Ueberbürdung" involvire, da gerade IV und III 36 (!) Stunden wöchentlich haben. Unsere Fächer erhalten die wöchentliche Stundensumme:

Mathematik	Naturkunde	Geographie	Zeichnen	Sa.
34	24	14	14	86,

während wir bei unserer „Einheitsschule" (Jahrg. X. Heft 5. S. 325) hatten

36	26	18	10	90.

Es folgen Nachträge zu dem Artikel „Die Realschulen II. O. im Königr. Sachsen" (C.-O. 1877. XI), nach welchem dort gegenwärtig zwanzig Realschulen II. O. sind. In der „Literatur zur Realschulfrage" wird die interessante Schrift des Sanitätsraths Dr. Salomon in Bromberg „Die medicinische Gesellschaft in Berlin und die Realschule I. O." beifällig besprochen. Das Schrader'sche Werk „Die Verfassung der höheren Schulen" erhält neben Lob auch einigen Tadel wegen seiner reservirten und unfreundlichen Stellung zur Realschule. Noch bemerkenswerth sind die Besprechungen von Arendt's „Deutscher Rundschau" etc. und Oberländer's „Der geographische Unterricht etc." 3. Aufl.

Heft 10 enthält für unsere Fächer wenig. Unter den „Beurtheilungen etc." dürften etwa die Pädagogischen Studien von Rein und die von dem Herbartianer Prof. der Pädagogik Strümpell in Leipzig herausgegebenen Abhandlungen von Mitgliedern seines pädagogischen Praktikums von Interesse für unsere Leser sein, letztere deshalb, weil man daraus ersieht, dass auch die Didaktik der mathematisch-naturwissenschaftlichen Lehrfächer dort cultivirt wird*) (z. B. über Herbart's „Pestalozzi's A B C der Anschauung"). In der Recension der Schmähschrift „Gegen die Prügelpädagogen" von Sack hätten wir eine derbere, aus sittlicher Entrüstung hervorgegangene Abfertigung gewünscht.

Heft 11 bietet einen recht interessanten Aufsatz „Wissenschaftlichkeit und Idealismus in der Realschule". Eine Kritik der Gründe der Mediciner gegen eine weitere Berechtigung der Realschule von Isaac-Barmen. [Dies ist, auch abgesehen vom Berechtigungskampf, ein allgemein interessantes Thema, um so mehr, als bislang die Meinung verbreitet war, der wahre Idealismus werde nur auf dem Gymnasium und zwar durch die sogenannten „Geisteswissenschaften" gepflegt, während doch bei genauerer Untersuchung sich's herausstellt, dass das Gymnasium zumeist einen krankhaften, d. h. einen nicht aus dem Realen herauswachsenden Idealismus erzeugt. D. Ref.] — Im Uebrigen sind unter den „Beurtheilungen etc." noch einige auch unsere Fachgenossen interessirende Schriften angezeigt: Hoffmeister, Examenkatechismus (Heft 3. Pädagogik) und Comenius und Pestalozzi als Begründer der Volksschule; Fauth, Die wichtigsten Schulfragen auf dem Boden der Psychologie; Neumann, Ueber die Vorbildung zum medicinischen Studium (aus Volz's badischen ärztlichen Mittheilungen), woraus man lernt, was Alles das Gymnasium für die medicinische Vorbildung nicht leistet; Schwalbe, Kurzes Lehrbuch der Geologie, durch welches „einem oft und allseitig empfundenen Bedürfnisse abgeholfen" werde.

(Fortsetzung folgt.)

Pädagogisches Archiv von Langbein-Krumme. Jahrgang XXI. (1879.)

(Forts. v. Jahrg. X. Heft 6. S. 474.)

Heft 8. Aus dem ersten Aufsatze „Die Ergebnisse der bisherigen Verhandlungen der Directoren-Conferenzen (in Preussen) über das Zeugnisswesen" von Aschen-Braunschweig ersieht man, an

*) Die Lectüre unserer Zeitschrift würde solchen Gesellschaften gewiss recht nützlich werden. D. Red.

welcher Buntscheckigkeit dieser Theil des höheren Schulwesens noch krankt, und dass hier der Ausdruck „Zeugnissunwesen“ weit eher am Platze wäre. Aus diesen „Ergebnissen“ heben wir hervor, dass man — was auch unsere in dieser Zeitschrift oft ausgesprochene Ansicht ist — ziemlich allgemein fünf Abstufungen der Zeugnisse (Censuren) für die Leistungen (Fortschritte) als nothwendig aber auch ausreichend erachtet hat. Aehnlich für das sittliche Verhalten. Ob die Directoren-Conferenzen bezüglich ihrer Ergebnisse resp. Beschlüsse unter sich einen Gesammtbeschluss, der vom Unterrichts-Ministerium zu sanctioniren wäre und der dann in das Censurenwesen Einheit brächte — wenigstens in Preussen — einig geworden sind, das wird nicht gesagt. Angehängt sind sechs Zeugniss- resp. Censuren-Schemata. — Der nun folgende Brief Viehoff's an den Redacteur über „Goethe's Kenntnisse im Griechischen“ ist ausserordentlich interessant und belehrend, indem man deutlich daraus erkennt, dass Goethe zum Erfassen des griechischen Geistes, der uns aus seinen Schriften unverkennbar entgegentritt, nicht durch das Lesen griechischer Schriftsteller in der Ursprache gelangt ist (er wäre, wenn er vor dem Eintritt in die Universitätsstudien einem Abiturientenexamen nach heutiger Art sich „hätte unterziehen müssen“, im Griechischen schmählich durchgefallen). In den „Beurtheilungen etc.“ werden die trigonometrischen Aufgabensammlungen von Gallenkamp (s. uns. Z. X, 281 u. f.) und von Reidt lobend besprochen, erstere als ein Buch bezeichnet, das „die meisten ähnlichen Inhalts an Reichhaltigkeit, Originalität der Behandlung und Wissenschaftlichkeit übertrifft“. In der Recension der bekannteren und längst anerkannten Sammlung von Reidt wird neben einigen Aenderungen der auch in unserer Zeitschrift geführten Controverse über analytische und constructive Methode gedacht. Lieber-Lühmann's geometrische Constructions-Aufgaben werden kurz erwähnt. Stammer's Lehrbuch der Chemie und chemischen Technologie aber wird von Hergt-Bremen als ein nicht zu empfehlendes bezeichnet. Interesse bieten noch die Recensionen einiger geographischen Lehrbücher, Atlanten und Karten (Herr, Andree-Putzger's Schulatlas, Handtke und Lederer's Schulwandkarte) und einige Verhandlungen und Broschüren über geographischen Unterricht. Zuletzt werden Koppe Naturgeschichtlicher Leitfaden (bearb. von Craemer) als „alterndes Werk“ und einer „gründlichen Revision bedürftig“, Buschbaum's Botanische Bestimmungstabellen etc. als „wenig brauchbar“ bezeichnet. In

Heft 9 bringt der Herausgeber, angeregt durch Peschel's bekannten Aufsatz „Die Erdkunde als Unterrichtsgegenstand“, einen für unsere Fachgenossen interessanten Artikel „über einige Modelle zur Erläuterung der gebräuchlichsten Methoden, die Erdoberfläche oder einzelne Theile derselben in einer Ebene darzustellen“. Am Schlusse sind die Preise und Verfertiger von sechs Modellen angegeben. Es folgt der „Bericht der Commission des preussischen Abgeordnetenhauses für das Unterrichtswesen über Petitionen betr. Zulassung der Realschulabiturienten zum Studium der Medicin“. Vom Berichterstatter Gymnasial-Dir. Dr. Hofmann-Berlin. Die Petitionen wurden bekanntlich auf Antrag des Ref. „der Staatsregierung zur Berücksichtigung“ überwiesen. Abgedruckt ist noch: „Le Dictionnaire de l'Académie et l'orthographe“ aus dem Journal des Débats. Eine Anzahl naturgeschichtlicher Schul- und Lehrbücher besonders von Bänitz und Knauer werden noch beurtheilt. (Fortsetzung folgt.)

Zeitschrift für das Oesterreichische Realschulwesen. IV. Jahrgang (1879.)

(Forts. v. Jahrg. X, Heft 6. S. 476.)

Heft 9 bringt „Trigonometrische Berechnung des Körperinhalts des schiefen Parallelepipeds, der geraden Pyramide

und der [illegible] P[illegible], eine Anwendung der Lehr[illegible] der [illegible] von P[illegible]-Teschen, sowie [illegible] Angabe, [illegible] [illegible] [illegible] Arbeit [illegible] [illegible] — [illegible] „Beweise [illegible] Fundamentalsätze der [illegible]" von [illegible], [illegible] des [illegible] von [illegible]. [illegible] — „Die [illegible] Auffassung der [illegible] und der Ausbildung für [illegible] [illegible] speciell [illegible]. [illegible] von Wallentin-[illegible] [illegible] der Physik „[illegible]" und [illegible]. [illegible] Behandlung der [illegible] „[illegible] [illegible] Physik".

Heft 10. [illegible]-[illegible] gibt eine „specielle Behandlung einzelner [illegible] in der darstellenden Geometrie" besonders der [illegible]. — [illegible] über den „[illegible] für Realschulen" im [illegible] werden [illegible]. Im „Archiv" [illegible] der Lehrbücher [illegible] der [illegible] bewiesen. In den [illegible] [illegible], wie es scheint, sehr [illegible] abgefasste Schrift von [illegible] „[illegible] oder [illegible]" derbe [illegible]. Zimmermann's Grammatik der englischen Sprache [illegible] und der Schulatlas von Andree-Putzger für würdig erklärt, auch in Oesterreich eingeführt zu werden. [illegible] erfährt [illegible] „Lehrbuch der Elementarmathematik" (3. Theil, Stereometrie) [illegible] eine eingehende und günstige Beurtheilung.

Heft 11 bringt die Fortsetzung von [illegible] Aufsatz [illegible] regulären [illegible]. — [illegible]-[illegible] gibt „Aufgaben und Lehrsätze über [illegible]", [illegible] „den Leser zur Anwendung der [illegible] Beweisgründe zu [illegible]", dass man mit der allgemeinen [illegible] zur Herstellung [illegible] [illegible] der einfachsten Beweis des [illegible] Lehrsatzes gewinnt. — Es folgt eine Uebersichtstabelle der [illegible] der [illegible] [illegible] für 1878. — Unter den Recensionen bemerken wir die von [illegible]'s Schrift „Die deutsche [illegible]" von Günther.

Blätter für das Bayerische Gymnasial- und Real-Schulwesen.

XV. Band (1879).

(Forts. v. Jahrg. X, Bd. [illegible] Seite [illegible].)

Heft III. Die unsere Leser etwa interessirenden Aufsätze sind: „[illegible]-Lehrmittel aus Nordamerika auf der Pariser Weltausstellung 1878", von Barger, wenn auch Weniges über Mathematik und Naturwissenschaft [illegible]. — In „Noch ein Wort über das Lehrbuch beim [illegible]" spricht sich Bachmeyer-Weissenburg gegen die Einführung eines Lehrbuchs der Mathematik aus, was der Redacteur Herr Dr. Kurz [illegible]. — „Der Zeichnungsunterricht an der Realschule" von Schön[illegible] plaidirt für das „Massenzeichnen". Miller-München gibt eine Berechnung der Schwingungsdauer des mathematischen Pendels bei kleinen Amplituden. Die Arbeit leidet an dem gewöhnlichen Fehler, dass sie die (so zahlreichen!) andern ähnlichen ignorirt und nicht zeigt, worin ihr Vorzug liegt, weshalb auch Kurz auf [illegible] und auf eine seiner [illegible] verweist. — Dietsch-Traunstein spricht „über eine Aufgabe der [illegible] Geometrie", die er anders behandelt wissen will, als das Lehrbuch von Klingenfeld. Unter den Recensionen ist etwa nur die Günther'sche von H. Müller's bekanntem Leitfaden der Geometrie bemerkenswerth.

Heft IV. [illegible]-Düsseldorf spricht im Anschluss an und wol auf Veranlassung von [illegible]'s „Versuch einer Parallelentheorie" (in ebendieser Z. Bd. XX[illegible] S. [illegible] u. f.) „über die Grundsätze der Mathematik".

— Polster-Würzburg gibt „eine neue unendliche Reihe“, welche zur Berechnung der Ludolphine „sehr bequem“ sein soll (?). — Dann setzt Kurz seine Miscellen fort (Nr. 65—70): Das terrestrische Ocular mit vier Linsen, Newton's Farbenringe, Volumbestimmung durch Wasserwägung, Specifische Gewichtsbestimmung, das elastische Pendel mit Längenschwingungen, das Torsionspendel.

Heft V. Döderlein-Memmingen gibt ein Lebensbild von „Gerhard Kremer, genannt Mercator, der deutsche Geograph“ nach der vita Gerardi Mercatoris von Gualterus Ghymmius, ein Thema, das schon in einer Broschüre Herr Dr. Breusing, Director der Bremer Steuermannsschule, behandelt hat. — Schlumberger-Wunsiedel polemisirt in „der Zeichenunterricht an der Realschule“ gegen Schönlaub's (s. o.) Vorschläge und ist für Beibehaltung des gegenwärtigen geltenden Lehrprogramms. Hasenclever-München beschreibt seinen neuconstruirten „Zeichentisch in der Schule“, ein Seitenstück zur Schulbankfrage.

(Forts. folgt.)

Nachschrift der Redaction.

Wir erhielten bezüglich unserer Journalschau (Jahrg. X. Heft 3. S. 232), betr. eine Besprechung der Schmelzer'schen Schrift „Die Ueberbürdung der Schüler des Gymnasiums“, eine Interpellation seitens des betr. Referenten. Unserm Berichterstatter ist nämlich der lapsus calami passirt, dass er den Verf. der Schrift und den Referenten verwechselt hat; es soll Z. 7—8 v. u. heissen „von Gymnasialdirector Schmelzer in Hamm“, statt „von Realschuldirector Preime in C.“ Im folgenden in eine Parenthese eingeschlossenen Satze fehlt sodann das Wörtchen „nun“ hinter „Wenn“. Dieser Satz enthält allerdings eine Unrichtigkeit, da der Referent des Archivs a. a. O. S. 56—57 in einem etwas versteckten (und scheinbar ungern zugegebenen) Satze sagt: „Auf die bei den Gymnasien wahrgenommenen Uebelstände blicken die Realschulen nicht etwa mit einer gewissen Schadenfreude; sie wissen ja, dass auch bei ihnen viele ähnliche Uebelstände bestehen“. Wir wollen dies hiermit berichtigen.

Wir können uns aber hierbei der Bemerkung nicht enthalten, dass dieser Irrthum zweifellos mit herbeigeführt worden ist durch die breite und weitläufige Inhaltswiedergabe der Schmelzer'schen Schrift; bei der Lectüre dieses Referats kann man sich doch des Eindrucks nicht erwehren, als ob hinter den Coulissen einige „Schadenfreude“ hervorlugte, oder als ob zwischen den Zeilen zu lesen wäre „ich danke dir, Gott, dass ich nicht bin etc.“ Es sei ferne von uns, dem Herrn Berichterstatter Unrecht zu thun, aber wir konnten uns selbst nach wiederholter, unbefangener Lectüre des Referats dieses Eindrucks nicht erwehren und frugen unwillkürlich: warum nicht gleich sagen „das ist bei uns gerade so oder noch schlimmer!“ Denn es ist auch unsere Ansicht, wie die unseres Referenten, dass die Ueberbürdung an der Realschule I. O. verhältnissmässig schlimmer ist als auf dem Gymnasium, weil — von der Muttersprache abgesehen — hier nur zwei Sprachen, dort aber drei mit voller Energie getrieben werden; denn man wird doch nicht etwa das Französische auf dem Gymnasium mit aufzählen wollen! Dazu kommen aber für die Realschule I. O. noch der Druck der weit intensiveren Mathematik in Verbindung mit dem Zeichnen, und die Ansprüche der Naturwissenschaften.

Was endlich die Schmelzer'sche Schrift, die wir unterdessen gelesen haben, anlangt, so ist ihr Verfasser von dem Fehler der Uebertreibung doch wol nicht ganz frei zu sprechen. Selbst die (nach seiner Ansicht durch das Regulativ herbeigeführte) Ueberbürdung in den untern und mittlern Klassen zugegeben, muss doch bemerkt werden erstens, dass der Director einer Lehranstalt — und zumal bei seinen weiten Machtbefugnissen ein preussischer! — jederzeit in der Lage ist, diese Ueberbürdung, wenn nicht zu beseitigen, so doch wenigstens zu mildern, und zweitens, dass die viel-

besprochene Ueberbürdung in den oberen Klassen unsern Erfahrungen nach zumeist nur dadurch herbeigeführt wird, dass die Schüler derselben durch allerhand Zerstreuungen, die dem Universitätsleben (und zwar leider noch!) angehören, sich von den Studien abhalten lassen. Deswegen, und weil nun trotz der berühmten „Ueberbürdungsverordnungen" (s. VII, 326) so oft und fast zum Ueberdruss dieser Uebelstand (nämlich die Ueberbürdung) besprochen und beklagt — um nicht zu sagen bejammert — worden ist, brauchten wir den Ausdruck „Lamentation".

Bei der Redaction eingelaufen.

(Anfang November.)

Mathematik.

Reye, Die Geometrie der Lage. 2. Abtheilung. 2. verm. Aufl. Hannover, Rümpler. 80.
Schüler, Lehrbuch der analytischen Geometrie etc. München, Ackermann. 79 (neu).
Bardey, Methodisch geordnete Aufgabensammlung. 8. (unveränderte) Aufl. Leipzig, Teubner. 79.
Genau, Leitfaden der elementaren Geometrie für Lehrer-Seminare. 2. Aufl. Büren i. W., Friedländers B. 79.

Naturwissenschaften.

Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, herausgegeben von Pfaundler. 8. Aufl. 2. Bd. II. Abth.
Püschel, Ueber die latente Wärme der Dämpfe. Wien, Hölder. 79 (neu).
Schlechtendal und Wünsche, Die Insecten. 2. Abth. Leipzig, Teubner. 79.
Taschenberg, Praktische Insectenkunde. I. Einführung in die Insectenkunde.

Zeitschriften.

Kosmos, Zeitschrift für einheitliche Weltanschauung auf Grund der Entwickelungslehre. III. Jahrg. (1879). 7. Heft. (Oct.) Leipzig, Günther.
Blätter f. bayer. Gymnasial- u. Realschul-Wesen, XV. 7, 8.
Zeitschr. f. (österr.) Realschulwesen. IV. 10.
Revue de l'instruction publique. T. XXII. 4. Livr.
Mushacke's deutscher Schulkalender auf das Jahr 1879/80. (XXVIII. Jahrg.) Leipzig, Teubner. 79.

(8. XII. 1879.)

Mathematik.

Junghans, Lehrbuch der ebenen Geometrie etc. 1. und 2. Thl. Berlin. Weidmann. 1879. (neu).
— — Sammlung von Lehrsätzen und Aufgaben aus der Planimetrie etc. 4. Aufl. Berlin. Weidmann. 1879.
Reishaus, Vorschule zur Geometrie. 1. Abth. Lehrbuch. 2. Abth. Wiederholungs- und Aufgabenbuch. Lpz. Teubner. 1879 (neu).
Boymann, Lehrbuch der Mathematik etc. 2. Thl. Trigonometrie und Stereometrie. 5. Aufl. besorgt von Dr. Werr. Düsseldorf. Schwann. 1880.
Glinzer, Lehrbuch der Elementargeometrie. 1. Thl. Planimetrie. Hamburg. Nestler-Melle. 1880. (neu).
Büttner, Die Elemente der Buchstabenrechnung und Algebra. 5. Aufl. Berlin. Stubenrauch. 1880.

Hauck, Die subjective Perspective und die horizontalen Curvaturen des dorischen Styls. Festschrift zur 50 jähr. Jubelfeier der technischen Hochschule zu Stuttgart. Stuttgart. Wittwer. 1879 (neu).

Naturwissenschaften.

Wetzel, Kleines Lehrbuch der astronomischen Geographie. 2. Aufl. Berlin. Stubenrauch. 1879.

Schlemüller, Der Zusammenhang zwischen Höhenunterschied, Temperatur und Druck. Prag. Dominicus. 1880 (neu).

Gretschel-Wunder, Jahrbuch der Erfindungen. XV. Jahrg. Lpz. Quandt-Händel. 1879 (Forts.).

Orschiedt, Lehrbuch der anorganischen Chemie und Mineralogie an der Hand des Experiments. Schlettstadt-Leipzig. Gross. 1879 (neu).

Planck, Ueber den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. München. Ackermann. 1879 (neu).

Zeitschriften.

Kosmos, Zeitschrift für einheitliche Weltanschauung etc. III. Jahrg. (1879). November-Heft.

Zeitschrift für Mathematik und Physik. XXIV. Jahrg. 6. Heft.

Central-Organ f. d. Inter. d. R.-W. VII, 10. 11.

Paedagog. Archiv etc. XXI, 9.

Blätter f. d. bayerische Gymnasial- und Realschulwesen. XV, 9.

Zeitschrift für österr. Realschulwesen. IV. 11.

Pädagogik.

Wohlanständige Reflexionen über Schulen und Lehrer, Erziehung und Unterricht von Quintus Fixlein II. 2. Aufl. 1. und 2. Lief. Augsburg. Lampart u. Co. 1879.

Berichtigung.

Jahrg. X., 372 ist der Preis von Poggendorff, Geschichte der Physik, mit 5,60 *M.* angegeben. Dies ist der Preis einer Lief. Das complete Werk kostet 16,80 *M.*

Briefkasten.

A) Allgemeiner.

1) Man wolle die Beiträge auf dünnes Briefpapier schreiben, weil für den Fall der Aufnahme schweres Papier die Portis der doppelten Versendung (an die Druckerei und an den Verfasser zur Correctur) vertheuert. Es wird wiederholt: nur eine Seite beschreiben!

2) An mehrere Frager: Abdrücke der Beiträge gibt die Verlagshandlung resp. Druckerei. Man wolle sich dorthin wenden!

3) Künftig wird die Redaction bei Citaten, wo das Heft mit anzugeben ist, sich folgender Bezeichnung bedienen: X_5, 46. (= 10. Jahrgang, 5. Heft, Seite 46).

4) Wir bitten die Herren Programm-Referenten dringend um rechtzeitige Einsendung ihrer Referate.

B) Specieller.

Herrn D. i. E. Quadrat. Gleichungen mit 2 Unbek. erh., desgl. III. Th. ds. L. u. Ueb.-B. — Danke.

Herrn Dr. T. [Tollhaupt?] Bautzen i. S. Ihre Lösung der Aufgabe 83, sowie auch Ihre Namensunterschrift waren unlesbar; auch beide Seiten beschrieben! Senden Sie ein ander Mal ein lesbares Manuscript ein! Ihre Lösungen scheinen — soweit man sie entziffern kann — mit den von den Herren Stoll und Weinmeister eingesandten im Wesentlichen übereinzustimmen und sind daher nicht besonders besprochen.

Herrn Prof. Dr. J. i. Karlsruhe. Also die Broschüren werthlos. Dachte es gleich. Eine Arbeit über „die Verwerthung der praktischen Geometrie (Geodäsie) beim geometr. Unterricht“ wäre uns erwünscht. Verschiedene Schul-Programme könnten dabei zur Besprechung kommen.

Herrn S. i. Königsberg i. Pr. Ihre Arbeit „Geradlegung des Kreises“ lässt die geforderte geschichtliche Kritik der Vorarbeiten vermissen (s. unser Vorwort!) und kann daher, und auch weil sie nur Bekanntes gibt, nicht Aufnahme finden. In einer Universitätsstadt, wie K., kann es doch nicht so schwer sein, sich vom Dilettanten zu einem wirklichen Mathematiker heraufzuarbeiten! Lesen Sie die betreffenden Artikel in Klügel's mathematischem Wörterbuche und die dort citirte Monographie von Montucla, sowie die Lehrbücher von Worpitzki und Kruse!

Zur Behandlung der Lehre von der gleichförmig beschleunigten Bewegung.*)

Von Prof. Dr. K. L. Bauer in Karlsruhe.

Im Frühjahr 1875 ersuchte mich Herr Dr. Paul Reis um Vorschläge zu Verbesserungen seines Lehrbuchs der Physik. Weil ich das Reis'sche Werk hoch schätze, so kam ich der genannten Aufforderung gern nach; und die 3. Auflage (1876) liess erkennen, dass Herr Reis meine Vorschläge wohl verwerthet hatte.

Ein Theil meiner Bemerkungen bezog sich auf die wichtige Lehre von der gleichförmig beschleunigten Bewegung. Unterdessen habe ich bezüglich dieses Gegenstandes noch weitere Erfahrungen gemacht, die mir, im Hinblick auf gar manches physikalische Lehrbuch, der Veröffentlichung nicht unwerth scheinen. Es sollte mir zur Freude gereichen, wenn die nachfolgenden Zeilen eine recht ausgedehnte Verwendung fänden.

§ 1.

Gleichförmige Bewegung.

Eine Bewegung heisst gleichförmig, wenn in beliebig kleinen gleichen Zeiten gleiche Wege zurückgelegt werden. — Ist eine Bewegung, bei der in jeder Secunde derselbe Weg gemacht wird, nothwendig gleichförmig?

Bei der gleichförmigen Bewegung versteht man unter Geschwindigkeit den Weg, welcher in jeder Secunde wirklich gemacht wird. — Bei jeder gleichförmigen Bewegung ist die Geschwindigkeit constant (unveränderlich).

*) Wir machen die Leser d. Z. aufmerksam auf die ähnlichen physikalischen (optischen) Aufsätze des Herrn Verf. VI, 367 ff. d. Z. u. Carl's Repert. Bd. XVI, S. 28 ff.

Man bedient sich bei der gleichförmigen Bewegung folgender Bezeichnungen:

c = celeritas = Geschwindigkeit, erinnert zugleich an constant.
t = tempus = Zeit in Secunden.
s = spatium = Weg in t Secunden; warum sagen wir nicht: in den t ersten Secunden?

Die Grössen c und s werden meist in Metern angegeben, t in mittleren Sonnensecunden.

Formeln. Weil nach der Voraussetzung in jeder Secunde der Weg c gemacht wird (Geschwindigkeit), so ist der in t Secunden gemachte Weg t mal so gross:

$$s = c \, . \, t; \qquad t = s : c; \qquad c = s : t.$$

Bedeutet s' den bei gleicher Geschwindigkeit in t Secunden gemachten Weg, so ist:

$$s : t = s' : t' = c; \qquad s : s' = t : t';$$

bei constanter Geschwindigkeit verhalten sich die Wege wie die entspreehenden Zeiten.

§ 2.

Ungleichförmige Bewegung.

Eine Bewegung heisst ungleichförmig, wenn in gleichen Zeiten ungleiche Wege zurückgelegt werden.

Bei der ungleichförmigen Bewegung muss zwischen der wahren Geschwindigkeit in einem bestimmten Augenblicke und der Mittelgeschwindigkeit während eines gegebenen Zeitraums unterschieden werden.

Unter der wahren Geschwindigkeit in einem bestimmten Augenblicke versteht man den Weg, welcher von da an in jeder Secunde zurückgelegt würde, wenn der Bewegungszustand sich nicht weiter veränderte. — Plötzliche Beseitigung des Uebergewichts bei der Atwood'schen Fallmaschine. Plötzlicher Uebergang einer Kugel von einer schiefen auf eine horizontale Ebene. — Was versteht man unter der Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers am Ende der ersten Secunde?

Unter der Mittelgeschwindigkeit während eines gegebenen Zeitraums versteht man den Weg, welcher während dieser Zeit durchschnittlich in einer Secunde gemacht wird. — Bedeutet s den in t Secunden gemachten Weg, so ist die

$$\text{Mittelgeschwindigkeit} = s : t.$$

Eine ungleichförmige Bewegung heisst gleichförmig beschleunigt, wenn die wahre Geschwindigkeit in beliebig kleinen gleichen Zeiten um gleichviel wächst.

Bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung versteht man unter Acceleration oder Beschleunigung die Zunahme, welche die wahre Geschwindigkeit in jeder Secunde wirklich erfährt. Bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist die Geschwindigkeit variabel, aber die Beschleunigung constant. Je nachdem die letztere > 0, $= 0$, < 0, ist die Bewegung beschleunigt im engeren Sinne, oder gleichförmig, oder verzögert; die gleichförmige Bewegung ist demnach ein Specialfall der gleichförmig beschleunigten.

Bezüglich der gleichförmig beschleunigten Bewegung werden am zweckmässigsten folgende Bezeichnungen gebraucht:

c = Anfangsgeschwindigkeit;
a = acceleratio = Beschleunigung;
t = Zeit in Secunden;
v = velocitas = wahre Geschwindigkeit am Ende der $t$ten Secunde; erinnert zugleich an variabel.
s = Weg in den t ersten Secunden; warum sagen wir nicht: in t Secunden?

Die Beschleunigung der Schwere wird speciell mit g (gravitas) bezeichnet.

§ 3.

Formeln der gleichförmig beschleunigten Bewegung, wenn die Anfangsgeschwindigkeit gleich Null und die Beschleunigung positiv ist.

$$(c = 0; \qquad a > 0.)$$

1) Die Geschwindigkeit am Ende der ersten Secunde ist = der Acceleration a; die Geschwindigkeit am Ende der $t$ten Secunde ist t mal so gross als diejenige am Ende der ersten Secunde:

$$v = a \cdot t.$$

Beweis. Der Satz folgt unmittelbar aus der Voraussetzung, wonach die Geschwindigkeit am Anfang der ersten Secunde $= 0$ ist, und aus der Definition der gleichförmig beschleunigten Be-

wegung, wonach die Geschwindigkeit in jeder Secunde um den unveränderlichen Betrag a zunimmt.

Wenn, bei gleicher Acceleration, v' die Geschwindigkeit am Ende der t'ten Secunde bedeutet, so ist

$$v' : t' = v : t = a; \qquad v' : v = t' : t.$$

Die Geschwindigkeiten am Ende der ersten, der zweiten, der dritten, der $t$ten Secunde verhalten sich wie die successiven ganzen Zahlen 1, 2, 3, $\cdots t$.

2) Der in den t ersten Secunden zurückgelegte Weg ist = dem halben Product aus der Endgeschwindigkeit in die Zeit:

$$s = \frac{1}{2} v \cdot t.$$

Beweis. Denken wir uns die Zeit t in n gleiche Zeittheilchen zerlegt, jedes $= \frac{t}{n}$ Secunden; während jedes solchen Theilchens wird die Geschwindigkeit um $\frac{v}{n}$ zunehmen; denn in den t ersten Secunden wächst die Geschwindigkeit von 0 bis v, d. h. um v, im $n$ten Theil dieser Zeit aber um einen $n$mal so kleinen Betrag (Definition der gleichförmig beschleunigten Bewegung). Hieraus ergibt sich folgende Geschwindigkeitstabelle:

Geschwindigkeit	am	Anfang	des	1. Zeittheilchens	$= 0 \cdot \frac{v}{n}$
„	„	Ende	„	1. „	$= 1 \cdot \frac{v}{n}$
„	„	„	„	2. „	$= 2 \cdot \frac{v}{n}$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
„	„	„	„	$(n-1)$ten „	$= (n-1) \cdot \frac{v}{n}$
„	„	„	„	$n$ten „	$= n \cdot \frac{v}{n}$.

Macht man jetzt die Annahme, während irgend eines der Zeittheilchen sei die Bewegung gleichförmig gewesen, so fällt der für jenes Theilchen sich ergebende Weg (Geschwindigkeit mal Zeit) zu klein oder zu gross aus, je nachdem man die Anfangs- oder Endgeschwindigkeit des Zeittheilchens benutzt; jedes der beiden Resultate aber wird dem wirklich gemachten Wege

um so näher kommen, je kleiner man das Zeittheilchen, d. h. je grösser man n wählte. Wegtabelle:

	zu klein	zu gross
Weg im 1. Zeittheilchen =	$0 \cdot \frac{v}{n} \cdot \frac{t}{n}$	$1 \cdot \frac{v}{n} \cdot \frac{t}{n}$
„ „ 2. „ =	$1 \cdot \frac{v}{n} \cdot \frac{t}{n}$	$2 \cdot \frac{v}{n} \cdot \frac{t}{n}$
. . . . .	. . .	. . .
. . . . .	. . .	. . .
„ „ $n$ten „ =	$(n-1) \cdot \frac{v}{n} \cdot \frac{t}{n}$	$n \cdot \frac{v}{n} \cdot \frac{t}{n}$.

Durch Summation der für die einzelnen Zeittheilchen erhaltenen Wege ergeben sich zwei Grössen s_1, s_2, von welchen die erste kleiner, die zweite grösser als der in den t ersten Secunden wirklich zurückgelegte Weg s ist:

$$s_1 = \frac{vt}{n^2} \cdot \left\{0 + 1 + 2 + \cdots + (n-1)\right\}$$

$$s_2 = \frac{vt}{n^2} \cdot \left\{1 + 2 + 3 + \cdots + n\right\}.$$

Nach Anwendung einer bekannten und leicht zu beweisenden Summationsformel verwandeln sich diese Ausdrücke in:

$$s_1 = \frac{vt}{n^2} \cdot \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2} vt \left(1 - \frac{1}{n}\right);$$

$$s_2 = \frac{vt}{n^2} \cdot \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{2} vt \left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

Es besteht daher die Ungleichung:

$$\frac{1}{2} vt \left(1 - \frac{1}{n}\right) < s < \frac{1}{2} vt \left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

Lassen wir jetzt die Zahl n der gleichen Theilchen, in welche die t ersten Secunden zerlegt wurden, fortwährend wachsen, wobei die Grösse jedes Theilchens beständig abnimmt, so wird $\frac{1}{n}$, und folglich die Differenz der Grössen s_2 und s_1 stets kleiner; der wahre Weg s wird in immer engere Grenzen eingeschlossen. Wächst n ins Unendliche, wobei die einzelnen Zeittheilchen verschwindend klein werden, so wird $\frac{1}{n} = 0$, und $s_1 = s_2 = \frac{1}{2} vt$; jeder der die Grösse s einschliessenden Werthe s_1, s_2 muss jetzt in s selbst übergegangen sein, weshalb genau:

$$s = \frac{1}{2} vt.$$

Der hiermit scharf bewiesene, höchst wichtige Satz lässt sich auch in folgender Form aussprechen:

3) Die Mittelgeschwindigkeit (§ 2) während der t ersten Secunden ist = dem arithmetischen Mittel aus Anfangs- und Endgeschwindigkeit:

$$\frac{s}{t} = \frac{1}{2} v = \frac{1}{2}(0 + v).$$

4) Der in der ersten Secunde zurückgelegte Weg ist = der halben Acceleration, $= \frac{1}{2} a$; der in den t ersten Secunden gemachte Weg ist t^2 mal so gross, als der in der ersten Secunde gemachte:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2.$$

Beweis. Eliminire aus der oben bewiesenen Formel $s = \frac{1}{2} vt$ die Variabele v mit Hilfe von 1).

Wenn, bei gleicher Acceleration, s' den in den t' ersten Secunden gemachten Weg bedeutet, so ist:

$$s' : t'^2 = s : t^2 = \frac{1}{2} a; \qquad s' : s = t'^2 : t^2.$$

Die in der ersten, in den 2 ersten, in den 3 ersten, ·· in den t ersten Secunden zurückgelegten Wege verhalten sich wie die Quadrate 1^2, 2^2, 3^2, ·· t^2 der successiven ganzen Zahlen.

5) Die Mittelgeschwindigkeit für die Zeit vom Ende der t'ten bis zum Ende der $t$ten Secunde ist = dem arithmetischen Mittel aus der Anfangsgeschwindigkeit v' und der Endgeschwindigkeit v. Vgl. 3).

$$\frac{s - s'}{t - t'} = \frac{1}{2}(v' + v).$$

Beweis. Aus $s' = \frac{1}{2} at'^2$ und $s = \frac{1}{2} at^2$ folgt, dass $s - s' = \frac{1}{2} a(t^2 - t'^2)$, oder $(s - s') : (t - t') = \frac{1}{2} a(t + t')$; nach 1) darf aber $at' = v'$, $at = v$ gesetzt werden.

Wird $t' = t$, folglich $s' = s$ und $v' = v$, so erhält man:

$\lim. \frac{s - s'}{t - t'} = \frac{0}{0} = v =$ Geschwindigkeit am Ende der $t$ten Sec. Vgl. die Definition der wahren Geschwindigkeit in einem bestimmten Augenblicke (§ 2).

6) Der vom Ende der t'ten bis zum Ende der $t$ten Secunde zurückgelegte Weg wird gefunden, wenn man das arithmetische Mittel aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit jenes Zeitraumes mit der Dauer der Bewegung multiplicirt:

$$s - s' = \frac{1}{2}(v' + v)(t - t').$$

Folgt sofort aus dem vorausgehenden Satze, wonach $\frac{1}{2}(v' + v)$ die Mittelgeschwindigkeit des fraglichen Zeitraumes ist, d. h. der während dieser Zeit durchschnittlich in 1 Secunde gemachte Weg. — Welchen Weg macht ein im leeren Raume frei fallender Körper vom Ende der 3. bis zum Ende der 7. Secunde?

7) Der in der $t$ten Secunde gemachte Weg ist = dem arithmetischen Mittel aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit dieser Secunde, oder = der Differenz aus der Endgeschwindigkeit und der halben Beschleunigung:

$$s_t = \frac{1}{2}(v' + v) = v - \frac{1}{2}a.$$

Ist ein besonderer Fall von 6); weil der in der $t$ten Secunde gemachte Weg vom Ende der $(t - 1)$ten bis zum Ende der $t$ten Secunde zurückgelegt wird, so hat man in 6) die Substitution $t' = t - 1$, oder $t - t' = 1$ zu machen; ferner $v' = v - a$.

8) Der in der $t$ten Secunde gemachte Weg ist $t + (t - 1) = (2t - 1)$ mal so gross, als der in der ersten Secunde zurückgelegte:

$$s_t = \frac{1}{2}a \cdot (2t - 1) = \frac{2t - 1}{2}a.$$

Folgt aus 7), wenn man für die Geschwindigkeiten v' und v am Ende der $(t - 1)$ten und der $t$ten Secunde die Substitutionen $v' = a(t - 1)$, $v = at$ macht. — Andere Ableitung: $s_t = \frac{1}{2}at^2 - \frac{1}{2}a(t - 1)^2 = \cdot\cdot$; vgl. 4). — Welchen Weg durcheilt ein im leeren Raume frei fallender Körper in der 7. Secunde, wenn man näherungsweise $g = 10$ m setzt?

Die in der 1., in der 2., in der 3., ·· in der $t$ten Secunde zurückgelegten Wege verhalten sich wie die successiven ungeraden Zahlen 1, 3, 5, ·· $(2t-1)$.

Anmerkung. Aus 8) und 4) folgt, dass:

$$\frac{1}{2}a + \frac{3}{2}a + \frac{5}{2}a + \cdots + \frac{2t-1}{2}a = \frac{1}{2}at^2;$$

oder, wenn man beide Seiten durch $\frac{1}{2}a$ theilt:

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2t-1) = t^2,$$

die Summe der t ersten ungeraden Zahlen ist $= t^2$, was sich freilich sehr einfach auf andere Art ableiten lässt und schon im Alterthum bekannt war; vgl. die gnomonischen Zahlen der Pythagoräer!

9) Der bis zur Erlangung der Geschwindigkeit v zurückgelegte Weg wird gefunden, wenn man das Quadrat der Endgeschwindigkeit durch die doppelte Acceleration theilt:

$$s = \frac{v^2}{2a}.$$

Zum Beweise eliminire aus der oben bewiesenen Formel $s = \frac{1}{2}vt$ die Variabele t vermittelst 1). — Ferner ist:

$$s' : v'^2 = s : v^2 = \frac{1}{2a}; \quad s' : s = v'^2 : v^2.$$

10) Die nach Zurücklegung des Weges s erlangte Geschwindigkeit wird gefunden, wenn man das doppelte Product aus Acceleration und Weg durch 2 radicirt:

$$v = \sqrt{2as}.$$

Folgt sofort aus 9); auch ist:

$$v' : v = \sqrt{s'} : \sqrt{s}.$$

11) Zusammenstellung der zwischen a, t, v, s stattfindenden Beziehungen:

$$\text{I)}\quad v = at;$$

$$\text{II)}\quad s = \frac{1}{2}vt;$$

$$\text{III)}\quad s = \frac{1}{2}at^2;$$

$$\text{IV)}\quad s = \frac{v^2}{2a}.$$

Jede der zwei ersten Formeln wurde besonders abgeleitet (siehe oben!); die zwei letzten sind nur Umgestaltungen der 2., bewirkt mit Hilfe der 1., weshalb die Formeln I) und II) in erster Linie dem Gedächtniss eingeprägt werden müssen. Die vier Formeln erscheinen indessen als gleichberechtigt, weil jede derselben 3 der 4 Grössen a, t, v, s enthält. Löst man jede der vier Gleichungen nach jeder der 3 in ihr vorkommenden Grössen, so entstehen im Ganzen 12 Formeln:

$$\text{I)}\ v = at; \qquad t = v : a; \qquad a = v : t;$$

$$\text{II)}\ s = \frac{1}{2}vt; \qquad t = 2s : v; \qquad v = 2s : t;$$

u. s. w. Die zweckmässige Anwendung dieser Formeln beim Lösen von Aufgaben erhellt aus folgenden Beispielen, welche speciell die Nützlichkeit der allzusehr vernachlässigten Formel II) hervortreten lassen.

12) Aufgaben. — 1. Aus dem 1 *m* langen Rohre einer Büchse tritt eine Kugel mit 400 *m* Geschwindigkeit aus. Welche Zeit brauchte die Kugel, um bei constantem Gasdruck das Rohr zu durchlaufen? — Vgl. Emsmann, physik. Aufg., Leipzig 1873, S. 7, Nr. 18.

a	t	v	s
	?	400*m*	1*m*

Weil die Grösse a weder gegeben, noch gesucht ist, so benutzt man die Formel, welche jene Grösse gleichfalls nicht enthält: $s = \frac{1}{2}vt$, woraus

$$t = \frac{s}{\frac{1}{2}v} = \frac{1}{200} = 0{,}005 \text{ Sec.}$$

2. Bei gleichförmig beschleunigter Bewegung und der Anfangsgeschwindigkeit 0 legt ein Körper in der 1. Minute einen Weg von 660 *m* zurück. Wie gross ist die Geschwindigkeit desselben am Ende dieser Zeit; welches wird die Geschwindigkeit am Ende der 2. Minute sein, und welcher Weg wird in der 2. Minute zurückgelegt werden? — Vgl. Emsmann, a. a. O., S. 7, Nr. 17.

a	t	v	s
	60	?	660*m*

$$v = \frac{s}{\frac{1}{2}t} = \frac{660\,m}{30} = 22\,m$$

= Geschwindigkeit am Ende der 1. Minute; bei andauernder Beschleunigung ist am Ende der 2. Minute die Geschwindigkeit $= 2 \cdot 22\,m = 44\,m$; der in der 2. Minute gemachte Weg wird $= 3 \cdot 660\,m = 1980\,m$.

3. Es wird angenommen, eine 24pfünderkugel brauche 0,0156 Sec. um das Rohr zu durchlaufen, und trete mit einer Geschwindigkeit von 780 m aus; wie lang wäre das Rohr? — Vgl. Reis, Physik, Leipzig 1876, S. 35, Aufg. 14 und 15, sowie S. 17, Zeile 10 v. u. — Man erhält:

$$s = \frac{1}{2} vt = \frac{1}{2} \cdot 780 \cdot 0{,}0156 = 6{,}084\,m,$$

eine Länge, welche Herrn Collegen Reis vermuthlich überraschen wird, da es sich hier doch nur um Geschosse von 24 Pfund handelt. (Bei den neuen Schiffs-Monstregeschützen soll die Länge des Rohres 10 m, die Weite zwischen 40 und 50 cm betragen, das Gewicht des Geschosses ungefähr 1 Tonne = 1000 kg, die Pulverladung etwa 200 kg.)*)

§ 4.

Formeln der gleichförmig beschleunigten Bewegung, wenn die Anfangsgeschwindigkeit und die Beschleunigung beide positiv sind.

$$(c > 0; \quad a > 0).$$

An die Stelle der in 11) des vorigen § zusammengestellten Formeln treten jetzt die folgenden:

$$\text{I)}\ v = c + at;$$

$$\text{II)}\ s = \frac{1}{2}(c + v)\,t;$$

$$\text{III)}\ s = ct + \frac{1}{2}at^2;$$

$$\text{IV)}\ s = \frac{v^2 - c^2}{2a};$$

$$\text{V)}\ s = vt - \frac{1}{2}at^2.$$

Die Formeln I) und II) lassen sich auf dieselbe Art begründen, wie die gleichnumerirten des vorigen §. Man kann indessen

*) In der 4. Aufl. der Reis'schen Physik sind, nach einer mir gewordenen Mittheilung des Verf., derartige Aufgaben zeitgemäss umgestaltet worden.

den jetzigen Fall auch auf den zuerst betrachteten zurückführen, indem man sich vorstellt, die gleichförmig beschleunigte Bewegung habe schon früher mit der Geschwindigkeit 0 begonnen; hierdurch wird der Anfangspunkt der Zeit um $\frac{c}{a}$ Secunden, der Anfangspunkt des Weges um die Strecke $\frac{c^2}{2a}$ zurückverlegt. Setzt man nun:

$$\tau = \frac{c}{a}; \qquad \sigma = \frac{c^2}{2a},$$

so wird:

$$\text{I}')\ v = a(\tau + t);$$

$$\text{II}')\ \sigma + s = \frac{1}{2} v(\tau + t);$$

$$\text{III}')\ \sigma + s = \frac{1}{2} a(\tau + t)^2;$$

$$\text{IV}')\ \sigma + s = \frac{v^2}{2a}.$$

Die Formeln III), IV), V) sind nur Umgestaltungen von II), vorgenommen mit Hilfe von I). Jede der fünf Gleichungen enthält 4 der 5 Grössen c, a, t, v, s. Wird jede Gleichung nach jeder der in ihr vorkommenden Grössen gelöst, wovon der nächste § ausführlicher handelt, so entstehen im Ganzen 20 Formeln. — Dass in V) das zweite Glied rechts **negativ** sein muss, ergibt sich sofort aus der Bedeutung des ersten Gliedes und dem Umstande, dass $v > \frac{1}{2}(c + v)$.

Aufgabe. Bei einer Anfangsgeschwindigkeit von $8{,}5\,m$ durcheilte eine Kugel, gleichförmig beschleunigt, eine $164\,m$ lange Strecke und erlangte eine Endgeschwindigkeit von $32{,}5\,m$. Welche Zeit war zur Zurücklegung des Weges erforderlich? — Vgl. Emsmann, a. a. O., S. 10, Nr. 37b.

c	a	t	v	s
$8{,}5m$		?	$32{,}5m$	$164m$

$$t = \frac{2s}{c+v} = \frac{2 \cdot 164}{41} = 2 \cdot 4 = 8 \text{ Sec.}$$

Weil die Aufgabe a weder als gegebene, noch als gesuchte Grösse enthielt, so war Formel II) anzuwenden, in welcher a gleichfalls nicht vorkommt.

§ 5.

Formeln der gleichförmig beschleunigten Bewegung, wenn die Anfangsgeschwindigkeit positiv, die Beschleunigung negativ ist (gleichförmig verzögerte Bewegung).

In diesem Falle gelten die Formeln des vorigen §, wenn a den algebraischen Werth der Acceleration bedeutet; damit jedoch a die Bezeichnung für den absoluten Werth der Beschleunigung (oder die Verzögerung) vorstelle, setzen wir in den Formeln des vorigen § an die Stelle von a den Werth $(-a)$, wodurch zugleich $(-\tau)$ und $(-\sigma)$ an die Stelle von τ und σ treten:

$$\text{I)}\quad v = c - at$$

$$\text{II)}\quad s = \frac{1}{2}(c + v)t$$

$$\text{III)}\quad s = ct - \frac{1}{2}at^2$$

$$\text{IV)}\quad s = \frac{c^2 - v^2}{2a}$$

$$\text{V)}\quad s = vt + \frac{1}{2}at^2.$$

Weil jetzt $v < \frac{1}{2}(c + v)$, so ist in V) das zweite Glied rechter Hand nothwendig positiv.

So lange $v > 0$, erfolgt die Bewegung vorwärts; wenn $v = 0$, geht die Vorwärts- in die Rückwärtsbewegung über; wenn $v < 0$, erfolgt die Bewegung rückwärts. Umgekehrt ist v mit dem Zeichen $+$, oder $-$, zu benutzen, je nachdem die Bewegung noch vorwärts, oder bereits rückwärts geht.

s bedeutet die Strecke von der ursprünglichen Ausgangsstelle bis zu dem in Bewegung begriffenen Körper. So lange $s > 0$, befindet sich der Körper jenseits der ursprünglichen Ausgangsstelle, er ist von der letztern im Sinne der Anfangsgeschwindigkeit entfernt; wenn $s = 0$, befindet sich der Körper in der ursprünglichen Ausgangsstelle; wenn $s < 0$, hat man den Körper diesseits der ursprünglichen Ausgangsstelle zu suchen, von der letztern aus entgegengesetzt dem Sinne der Anfangsgeschwindigkeit.

Die Dauer der ganzen Vorwärtsbewegung soll mit τ, der

grösste Weg vorwärts mit σ bezeichnet werden; oder mit andern Worten:

$$\text{wenn } v = 0, \text{ so sei } t = \tau,\ s = \sigma.$$

Vermöge dieser drei gleichzeitigen Substitutionen erhält man aus den aufgestellten Formeln fünf Specialformeln, von welchen I) den Werth für τ und IV) den Werth für σ als Functionen von c und a liefern:

$$\tau = \frac{c}{a}; \qquad \sigma = \frac{c^2}{2a};$$

die Dauer der Vorwärtsbewegung wird gefunden, wenn man die Anfangsgeschwindigkeit durch die Verzögerung theilt; der grösste Weg vorwärts ist = dem Quadrate der Anfangsgeschwindigkeit, getheilt durch die doppelte Verzögerung. Vgl. die Formeln $t = \frac{v}{a}$ und $s = \frac{v^2}{2a}$ des § 3.

Die Grössen a, τ, c, σ sind genau durch die nämlichen Gleichungen verknüpft, wie die Grössen a, t, v, s des § 3, indem:

$$1)\ c = a\tau; \qquad \tau = \frac{c}{a};$$

$$2)\ \sigma = \frac{1}{2}c\tau; \qquad \tau = \frac{\sigma}{\frac{1}{2}c};$$

$$3)\ \sigma = \frac{1}{2}a\tau^2; \qquad \tau = +\sqrt{\frac{2\sigma}{a}};$$

$$4)\ \sigma = \frac{c^2}{2a}; \qquad c = +\sqrt{2a\sigma}.$$

Durch Einführung der Grössen τ und σ lassen sich die vier ersten der oben zusammengestellten fünf Formeln in die folgenden umwandeln:

$$\text{I}')\ v = a(\tau - t); \qquad \tau - t = \frac{v}{a};$$

$$\text{II}')\ \sigma - s = \frac{1}{2}v(\tau - t); \qquad \tau - t = \frac{\sigma - s}{\frac{1}{2}v};$$

$$\text{III}')\ \sigma - s = \frac{1}{2}a(\tau - t)^2; \qquad \tau - t = \pm\sqrt{\frac{2(\sigma - s)}{a}};$$

$$\text{IV}')\ \sigma - s = \frac{v^2}{2a}; \qquad v = \pm\sqrt{2a(\sigma - s)}.$$

Die ursprünglichen Gleichungen III) und V) sind bezüglich t unrein quadratisch; kennt der Schüler die betreffende Auflösungsformel noch nicht, so kann er zunächst bei III) diese Schwierig-

keit dadurch beseitigen, dass er diese Formel durch III') ersetzt, woraus

$$t = \tau \mp \sqrt{\frac{2(\sigma - s)}{a}}.$$

Ein anderes Auskunftsmittel besteht darin, statt III) zunächst I) nach t zu lösen und v vermittelst IV) zu eliminiren:

$$t = \frac{c - v}{a} = \tau - \frac{v}{a};$$

$$v = \pm \sqrt{c^2 - 2as} = \pm \sqrt{2a(\sigma - s)}.$$

Der absolute Werth der Wurzelgrösse

$$\pm \sqrt{\frac{2(\sigma - s)}{a}} = \frac{v}{a} = \tau - t$$

bedeutet die zur Zurücklegung der Strecke $\sigma - s$ erforderliche Zeit, sei es im Vorwärtsgehen, wobei die Geschwindigkeit von $(+ v)$ auf 0 sinkt, oder in der Rückwärtsbewegung, wobei die Geschwindigkeit um ebensoviel abnimmt, nämlich von 0 bis $(- v)$.

Die Gleichung V) lässt sich ebenfalls vermittelst I) und IV) nach t lösen:

$$t = \frac{c - v}{a} = - \frac{v}{a} + \frac{c}{a}$$

$$c = + \sqrt{v^2 + 2as}$$

$$t = - \frac{v}{a} + \sqrt{\left(\frac{v}{a}\right)^2 + \frac{2s}{a}}.$$

Der nämliche Werth ergibt sich aus dem Auflösungsresultate von III), wenn man bedenkt, dass Gleichung III) in V) übergeht, indem v an die Stelle von c, und $(- a)$ an die Stelle von a tritt, wodurch $\tau = \frac{c}{a}$ in $- \frac{v}{a}$, und $\sigma = \frac{c^2}{2a}$ in $- \frac{v^2}{2a}$ übergeht. — Auch kann man der Formel $\tau = + \sqrt{\frac{2\sigma}{a}}$ die Gestalt

$$(\tau - t) + t = + \sqrt{\frac{2\{(\sigma - s) + s\}}{a}}$$

geben und hierauf die zwei Substitutionen machen:

$$\tau - t = \frac{v}{a}; \qquad \sigma - s = \frac{v^2}{2a}.$$

Aufgaben.

1) Der Formel IV) kann man die Gestalt geben:

$$s = \frac{c+v}{2} \cdot \frac{c-v}{a};$$

was bedeutet auf der rechten Seite der erste, was der zweite Factor?

2) Bei welchen Werthen von v ist $s = 0$?

3) Der Formel III) kann man die Gestalt geben:

$$s = \frac{1}{2} at (2\tau - t);$$

bei welchen Werthen von t ist demnach $s = 0$?

4) Welche Werthe hat s in den Fällen: $t = \tau - t'$ und $t = \tau + t'$? Vgl. III').

5) Welche Werthe hat v in den nämlichen Fällen? Vgl. I').

6) Bei welchen negativen Werthen von v ist s positiv?

7) Welches ist der einzige positive Werth von s, bei welchem der Ausdruck für v eindeutig ist? Vgl. IV').

8) Was lässt sich über das Vorzeichen und die absolute Grösse von v sagen, wenn s negativ ist?

9) Ein Körper wird im leeren Raume mit einer Geschwindigkeit von 50 *m* vertical aufwärts geworfen (Verzögerung durch die Schwere zur Vereinfachung der Rechnung = 10 *m*);

α) welche Geschwindigkeit besitzt der Körper noch, nachdem er den fünften Theil der Steighöhe zurückgelegt hat, und

β) nachdem er von der höchsten Stelle wieder um $\frac{1}{5}$ der Steighöhe hinabgefallen ist?

	c	a	t	v	s
α)	50*m*	10*m*	$<\tau$	?	$\frac{1}{5}\sigma$
β)	50*m*	10*m*	$>\tau$	?	$\frac{4}{5}\sigma$

$$\sigma = \frac{c^2}{2a} = \frac{50^2}{2 \cdot 10} = 25 \cdot 5 = 125m$$

α) $v = +\sqrt{2a(\sigma - s)} = +\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 100} = +44{,}7 \cdot\cdot m.$

β) $v = -\sqrt{2a(\sigma - s)} = -\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 25} = -22{,}3 \cdot\cdot m.$

γ) Welche Zeit braucht der Körper zur Zurücklegung der ersten und welche zur Zurücklegung der zweiten Hälfte seiner ganzen Bahn nach oben?



Zur ersten Hälfte $= s$ sei die Zeit t erforderlich; dann ist die zur zweiten Hälfte $= \sigma - s$ nöthige Zeit $= \tau - t$.

c	a	t	v	s
$50m$	$10m$	?	> 0	$\frac{1}{2}\sigma$

$$t = \tau - \sqrt{\frac{2(\sigma - s)}{a}} = 5 - \sqrt{12,5} = 5 - 3,5 \cdot\cdot$$

$= 1,4 \cdot\cdot$ Sec. $=$ Zeit zur Zurücklegung der 1. Hälfte von σ,
$\tau - t = 3,5 \cdot\cdot$ „ $=$ „ „ „ „ 2. „ „ σ.

δ) Welche Zeit vergeht vom Beginn der Bewegung, bis der Körper wieder um die Hälfte der Steighöhe gefallen ist?

c	a	t	v	s
$50m$	$10m$	?	< 0	$\frac{1}{2}\sigma$

$$t = \tau + \sqrt{\frac{2(\sigma - s)}{a}} = 5 + 3,5 \cdot\cdot = 8,5 \cdot\cdot \text{ Sec.}$$

ε) Welche Zeit braucht der Körper, um das 1., 2. und 3. Drittel der Steighöhe zurückzulegen?

ζ) In welcher Höhe befindet sich der Körper, nachdem die erste Hälfte der Steigdauer verstrichen ist? —

Schlussbemerkung. Schwachen Schülern ist eine einfache graphische Veranschaulichung der jeweils gestellten Frage anzurathen. Man zieht eine Strecke $= \sigma$, gibt in derselben den fraglichen Ort des in Bewegung begriffenen Körpers an und macht neben diese Stelle einen starken Punkt nebst Pfeil, der die Bewegungsrichtung andeutet; hierdurch ist das Vorzeichen von v bestimmt, sowie ferner angegeben, ob $t < \tau$, oder $t > \tau$. Von den zwei Theilen der Strecke σ wird der an die ursprüngliche Ausgangsstelle des Körpers stossende mit s, der andere mit $\sigma - s$ bezeichnet.

Kleinere Mittheilungen.

Ein Fehler in physikalischen Lehrbüchern.

Von Dr. Stolzenburg in Kiel.

In die mir vorliegenden Lehrbücher der Physik von Wüllner, Eisenlohr, Jochmann, Müller und, wie ich vermuthe, in viele andere hat bei Erklärung der Aberration des Lichtes eine Ungenauigkeit Eingang gefunden, auf welche ich hiermit aufmerksam machen möchte.

Sei $AC = C$ die Geschwindigkeit des von einem Fixstern ausgehenden Lichtstrahls, $CD = c$ die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn um die Sonne; durch die Pfeile werde die Richtung beider Bewegungen angedeutet. Wenn nun $AB = CD$ und $BD \parallel AC$ gezogen wird, so ist BC die Richtung, in welcher das Licht in das Auge des Beobachters gelangt, also ist $\sphericalangle ACB = \alpha$ der Aberrationswinkel. Wird ferner $\sphericalangle ACD$ mit φ bezeichnet, so ist

$$\frac{c}{C} = \frac{\sin \alpha}{\sin(\varphi - \alpha)},$$

also

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{c \sin \varphi}{C + c \cos \varphi}.$$

α wird ein Maximum, wenn

$$\cos(180^0 - \varphi) = \frac{c}{C}.$$

Verlängert man CD über C hinaus um sich selbst bis E und zieht AE, so ist $\sphericalangle ACE = 180^0 - \varphi$; also ist α ein Maximum, wenn $AE \perp CE$ oder $BC \perp CD$ oder wenn $\varphi - \alpha = 90^0$, d. h. die Aberration ist am grössten, wenn die aus der Bewegung des Lichtes und der Bewegung der Erde resultirende scheinbare Bewegungsrichtung des Lichtes senkrecht zu der Richtung ist, in welcher sich die Erde bewegt, und nicht, wenn $\varphi = 90^0$, also nicht, wenn die Bewegung der Erde senkrecht zur wirklichen Bewegung des Lichtes, wie in den Lehrbüchern steht.

Hiernach kann also für einen im Pole der Ekliptik stehenden

Stern, der während des ganzen Jahres um denselben Winkel verschoben erscheint, die Verschiebung niemals den Maximalwerth erreichen, weil die von diesem ausgehenden Lichtstrahlen die Richtung, in welcher die Erde sich bewegt, stets senkrecht treffen.

Der Maximalwerth von α, der durch Bradley's Beobachtungen = 20,25″ bestimmt wurde, ergibt sich aus der Gleichung

$$\sin\alpha = \frac{c}{C},$$

aus welcher folgt

$$C = \frac{c}{\sin\alpha}.$$

Handelt es sich also darum, aus der Grösse der Aberration und der Geschwindigkeit der Erde um die Sonne die Geschwindigkeit des Lichtes zu finden, so ist die Formel $C = \frac{c}{\sin\alpha}$ zu Grunde zu legen, wenn man für α den Maximalwerth des Aberrationswinkels setzt, und nicht $C = \frac{c}{\operatorname{tang}\alpha}$, wie es die Lehrbücher thun.

Da α ein sehr kleiner Winkel, so erhält man allerdings aus jener Formel keinen anderen Werth von C wie aus dieser; gleichwol scheint es mir geboten, dass der betreffende Abschnitt in den Lehrbüchern eine Aenderung erfahre.

Zu den Lehrmitteln.

Die Wickersheimer'sche Conservirungsflüssigkeit.

Der preussische Unterrichtsminister hat sich allem Anscheine nach ein grosses Verdienst um den zoologischen und botanischen Unterricht erworben, indem er für Deutschland das Patent der Wickersheimer'schen Conservirungsflüssigkeit auf Staatskosten (als Preis werden 5000 ℳ genannt) ankaufte und die Patentbeschreibung*) im

*) Die Patentbeschreibung lautet: „Ich bereite eine Flüssigkeit, mit der ich die zu conservirenden Stoffe je nach ihrer Natur und dem Zwecke, den ich im Auge habe, auf verschiedene Weise imprägnire, oder in welcher ich sie aufbewahre. Die Leichen von Menschen und Thieren behalten durch diese Behandlung vollkommen ihre Form, Farbe und Biegsamkeit. Nach Jahren können an denselben noch wissenschaftliche oder criminalgerichtliche Sectionen vorgenommen werden; die Fäulniss und der dadurch verursachte üble Geruch fallen ganz fort; das Muskelfleisch zeigt beim Einschneiden ein Verhalten wie bei frischen Leichen; die aus einzelnen Theilen gefertigten Präparate, wie Bänderskelette, Lungen, Gedärme und andere Weichtheile behalten ihre Weiche und Biegsamkeit, so dass Hohltheile, wie Lungen, Gedärme u. s. w. selbst aufgeblasen werden können; Käfer, Krebse, Würmer u. s. w. bleiben ohne Herausnahme der Eingeweide beweglich; die Farben bleiben, wenn gewünscht, vollkommen erhalten,

Reichs- und Staatsanzeiger zu allgemeiner Benutzung veröffentlichte. Sind die Leistungen dieser Flüssigkeit wirklich derart, wie die Zeitungen seit Jahr und Tag in einzelnen Notizen sie schildern und wie sie praktisch ausgeführt in Berlin ausgestellt waren, so steht der Aufbewahrungsweise vieler naturkundlicher Anschauungsmittel eine völlige Umwälzung bevor, und es wird in leichter Weise eine grosse Zahl von Präparaten der Aufbewahrung zugänglich, welche bisher nur ad hoc oder doch nur für kurze Dauer gemacht werden konnten.

---

sowol bei animalischen als vegetabilischen Körpern. Die Conservirungsflüssigkeit wird folgendermassen bereitet: In 3000 g kochendem Wasser werden 100 g Alaun, 25 g Kochsalz, 12 g Salpeter, 60 g Pottasche und 20 g arsenige Säure (nicht 10 g, wie es ursprünglich lautete) aufgelöst. Die Lösung lässt man abkühlen und filtriren. Zu 10 l der neutralen farb- und geruchlosen Flüssigkeit werden 4 l Glycerin und 1 l Metylalkohol zugesetzt. Das Verfahren, mittelst derselben Leichen von Menschen, todte Thiere jeder Art und Vegetabilien, sowie einzelne Theile derselben zu conserviren, besteht im Allgemeinen in der Tränkung und Imprägnirung jener Körper. Im einzelnen Falle führe ich dasselbe aber nach der Natur der zu behandelnden Körper und nach dem Zwecke, den ich dabei im Auge habe, in verschiedener Weise aus. Sollen Präparate, Thiere u. s. w. später trocken aufbewahrt werden, so werden dieselben je nach ihrem Volumen 6 bis 12 Tage in die Conservirungsflüssigkeit gelegt, dann herausgenommen und an der Luft getrocknet. Die Bänder an Skeletten, die Muskeln, Krebse, Käfer u. s. w. bleiben dann weich und beweglich, so dass an ihnen jederzeit die natürlichen Bewegungen ausgeführt werden können. Hohlorgane, wie Lungen, Därme u. s. w. werden vor der Einlage in die Conservirungsflüssigkeit erst mit derselben gefüllt. Nach dem Herausnehmen und Ausgiessen ihres Inhaltes werden sie getrocknet, wobei es rathsam ist z. B. Därme aufzublasen. Kleinere Thiere, wie Eidechsen, Frösche, Vegetabilien u. s. w., bei denen es darauf ankommt, die Farben unverändert zu erhalten, werden nicht getrocknet, sondern in der Flüssigkeit aufbewahrt. Sollen Leichen oder Kadaver von Thieren für längere Zeit liegen bleiben, ehe sie zu wissenschaftlichen Zwecken gebraucht werden, so genügt schon ein Injiciren derselben mit der Conservirungsflüssigkeit, und zwar wende ich je nach der Grösse des Objects dazu $1\frac{1}{2}$ l (zweijähriges Kind) bis 5 l (Erwachsener) an. Das Muskelfleisch erscheint dann, selbst nach Jahren, beim Einschneiden wie bei frischen Leichen. Werden injicirte Leichen an der Luft aufbewahrt, so verlieren sie zwar das frische Ansehen und die Epidermis wird etwas gebräunt; es kann aber selbst das vermieden werden, wenn die Leiche äusserlich mit der Conservirungsflüssigkeit eingerieben und dann möglichst luftdicht verschlossen gehalten wird. Diese letztere Behandlungsweise empfiehlt sich für Leichen, welche öffentlich ausgestellt oder doch längere Zeit erhalten werden sollen, ehe sie begraben werden, da letztere, anstatt den gewöhnlichen abstossenden Anblick zu gewähren, dann die Gesichtszüge und Farben unverändert und frisch zeigen und nicht den geringsten Geruch haben. Zum wirklichen Einbalsamiren injicire ich die Leiche zuerst, lege sie dann einige Tage in die Conservirungsflüssigkeit, reibe sie ab und trockne sie, schlage sie in ein mit Conservirungsflüssigkeit angefeuchtetes Leinen oder Wachstuch und bewahre sie in luftdicht schliessenden Gefässen auf. Die Behandlung in den einzelnen Fällen wird sich ganz nach den Umständen richten; die Zusammensetzung der Conservirungsflüssigkeit aber bleibt dieselbe."

Die Angaben über die Bereitungsweise der Flüssigkeit machen freilich nicht ganz den Eindruck chemischen Sachverständnisses; sie erinnern vielmehr an die Recepte mancher Aerzte, welche mehrere einzeln recht wirksame Stoffe behufs combinirter Wirkung zusammenmischen lassen, dabei aber übersehen, dass die gegenseitige chemische Zersetzung die Stoffe in andere Verbindungen umwandelt und sie wirkungslos macht. Von dem durch seine conservirende Wirkung bekannten Alaun wird z. B. schwerlich noch eine Spur in der Flüssigkeit bleiben; in Folge des Zusatzes von Pottasche wird er in schwefelsaures Kali umgewandelt; die Kohlensäure entweicht unter Brausen und das ausgeschiedene Thonerdehydrat bleibt als mächtige Kleistermasse beim Filtriren im Trichter. Weshalb man sich diesen Process nicht erspart, indem man statt des Alauns und der Pottasche gleich schwefelsaures Kali zusetzt, ist mir nicht ersichtlich. Oder sollte doch etwas Thonerdehydrat gelöst bleiben? *)

Etwas Pottasche muss freilich zugesetzt werden, weil die sonst sehr schwer lösliche arsenige Säure in kohlensaurem Kali leicht und bequem in Lösung gebracht wird. Da ich fürchtete, der Thonerdekleister könne die arsenige Säure z. Th. so einhüllen, dass sie nicht völlig zur Lösung käme, und bei nicht hinreichendem Auswaschen der Thonerde könne zu viel von der jedenfalls wirksamsten Substanz auf dem Filtrum bleiben, so zog ich vor, die 20 g arsenige Säure apart zu lösen und erst nach der Filtration der Flüssigkeit zuzusetzen.

Eigenthümlich berührt auch am Schluss der Vorschrift der Uebergang von Gewicht- zu Maassangaben, die überdies an das vorliegende Quantum sich nicht anschliessen; es möchten letzterem etwa 1500 g Glycerin und 250 g Metylalkohol zuzusetzen sein.

Vorstehende Notizen zeigen wol, dass es wünschenswerth ist, jener Vorschrift eine exactere Form zu geben. Sollte Herr Präparator Wickersheimer, der gegenwärtig durch die Firma Paetz u. Flohr in Berlin die unter seiner Aufsicht angefertigte Flüssigkeit vertreiben lässt, nicht geneigt sein, Specielleres über die Herstellung zu veröffentlichen, so hat vielleicht ein sachverständiger Chemiker unter den Collegen die Freundlichkeit, für die weniger erfahrenen Lehrer der Botanik und Zoologie jene Vorschrift in eine präcisere Gestalt zu bringen. — Dies anzuregen, ist der Zweck dieser Zeilen.

Rathenow. G. Weisker.

Nachschrift. Wie ich erfahre, hat Herr Wickersheimer nicht die Absicht, in Folge der von verschiedenen Seiten an ihn selbst und an das Cultus-Ministerium gerichteten Anfragen genauere Angaben über die Herstellung seiner Flüssigkeit zu veröffentlichen,

*) Wir möchten hierüber (wie auch der Hr. Referent am Schlusse dieses Referats wünscht) das Urtheil der sachverständigen Collegen (Chemiker) hören! D. Red.

sondern gedenkt durch Paetz & Flohr in Berlin (W. Unter den Linden 14) sowol die verschiedenen Arten seiner Flüssigkeit als auch Präparate, besonders Skelete und Schädel, im In- und Auslande zu vertreiben. Bewährt sich die Dauerhaftigkeit der Präparate wirklich für lange Zeiträume, so ist der für den Verzicht auf das deutsche Patent gezahlte Preis allerdings zu gering, so dass man es dem Erfinder nicht verdenken kann, wenn er seine Erfindung auszunutzen sucht. Da für die von dem Erfinder selbst gefertigte Flüssigkeit sehr mässige Preise gefordert werden, so kann ich den Herren Collegen nur empfehlen, dieselbe direct zu beziehen: man hat dann wenigstens Garantie für die Güte; bei Detaileinkauf der Materialien stellt sich der Selbstkostenpreis ohnehin nur wenig billiger. Ich werde im Laufe des Sommers erproben, ob die nach den obigen Angaben gefertigte Flüssigkeit dasselbe leistet, wie die von Paetz & Flohr gelieferte.

Es sind drei verschiedene Flüssigkeiten zu haben:

1) zum Injiciren pro Kilo 1,50 *M*, pro 100 kg 100 *M*,
2) zum Hineinlegen „ „ 1,25 *M*, „ „ „ 90 *M*,
3) für mikroskopische Objecte in Flaschen zu $^3/_4$, 1 und 4 *M*

Von Nr. 1 und 2 werden innerhalb Deutschlands und Oesterreich-Ungarns Probesendungen zu 4 kg zum Preise von 7 resp. 6 *M* incl. Emballage und Porto übermittelt.

Bei menschlichen Leichen und grösseren Thiercadavern wird Nr. 1 mittelst einer Spritze oder eines Esmarch'schen Irrigators in die Carotis der linken Seite injicirt.

Einzelne Theile von Thiercadavern, sowie Pflanzen und kleinere Thiere werden durch Hineinlegen in Nr. 2 conservirt. Pflanzen behalten ihre Form, Biegsamkeit und zum grössten Theil ihre Farben; dabei brauchen sie nicht dauernd in der Flüssigkeit zu bleiben, sondern wenn sie einige Tage in derselben gelegen haben, können sie trocken aufbewahrt werden. Algen besonders sollen sich in ihrer Zartheit und Farbenschönheit vortrefflich erhalten. Raupen, Eidechsen, Spinnen u. s. w. behalten vollständig ihren zarten Schmelz und die feinen Haare. Ein vor $2^1/_2$ Jahren präparirter Krebs war vollkommen beweglich und durchaus wohlerhalten.

Aeusserst überraschend sind die von Wickersheimer präparirten Skelete. Sie behalten ihre natürlichen Bänder, welche dauernd beweglich bleiben, so dass man jederzeit im Stande ist, an denselben sämmtliche Bewegungen des lebenden Thieres hervorzurufen, ohne Gefahr zu laufen, sie zu beschädigen. Das Skelet eines Huhnes, welches ich in Händen hatte, gestattete alle Bewegungen des Halses, des Brustkorbes, der Beine und Zehen u. s. w. auszuführen, und schliesslich liess man das Huhn sich zusammenducken, wickelte es in Papier und steckte es in eine Tasche. Unseren zerbrechlichen bisherigen Skeleten gegenüber ein grosser Fortschritt! Ich füge die

Preise für einige solche Skelete bei: Affe von Katzengrösse 45 *M.*, kleiner Affe 25 *M.*, Fledermaus 12 *M.*, Maulwurf 13 *M.*, Igel 21 *M.*, Wiesel 21 *M.*, Hund je nach Grösse 25—40 *M.*, Katze 30 *M.*, Maus 9 *M.*, Schwein 120—160 *M.*, Singvogel 10 *M.*, Hühnervogel 16—30 *M.*, Raubvogel 16—30 *M.*, Schildkröte 16 *M.*, Eidechse 15 *M.*, Schlange 20—100 *M.*, Frosch 9 *M.* Besonders instructiv sind einzelne Extremitäten: Menschen-Arm und -Bein je 35 *M.*, Pferdebein 45 *M.*, Bein vom Hund 9 *M.*, von der Katze 6 *M.*

Die Herren Collegen, welche derartige Anschaffungen zu machen haben, kann ich nicht dringend genug auf diese Präparate hinweisen, denen gegenüber die bisherigen bald ganz veraltet erscheinen werden.

Rathenow. G. Weisker.

Zum Aufgaben-Repertorium.

A. Auflösungen.

83. (Gestellt von Schlömilch X_5 350). An eine Ellipse mit den Halbaxen a und b sind die Tangenten PQ und PR gezogen; der Schwerpunkt von $\triangle PQR$ sei S. Gesucht der Ort von S, wenn P eine ähnliche und ähnlich liegende Ellipse durchläuft.

1. Auflösung. Die Gerade QR wird von der Verbindungslinie MP des Mittelpunkts M der gegebenen Ellipse mit dem Punkte P halbirt. Denn da der Pol P von QR auf MP, der von MP aber auf QR und zwar, weil MP ein Durchmesser ist, im Unendlichen liegt, so sind die Richtungen von MP und QR conjugirte Richtungen, d. h. QR ist dem zu MP conjugirten Durchmesser parallel. Folglich liegt auf MP auch der Schwerpunkt S des Dreiecks PQR, und zwar, wenn L der Mittelpunkt der Strecke QR ist, um $ML + \frac{1}{3} LP = ML + \frac{1}{3}(MP - ML) = \frac{2}{3} ML + \frac{1}{3} PM$ von M entfernt. Nennt man ferner N den Durchschnitt von PM mit der Curve, so ist, weil N und P harmonische Pole sind, $MN^2 = ML \cdot MP$ oder, da ML, wie eben gezeigt wurde, gleich $\frac{1}{2}(3MS - MP)$ ist, $MN^2 = \frac{1}{2} MP(3MS - MP)$, woraus sich $\frac{MS}{MP} = \frac{1}{3}\left[2\left(\frac{MN}{MP}\right)^2 + 1\right]$ findet. Wenn nun P eine der gegebenen Ellipse ähnliche Ellipse durchläuft, so ist das Verhältniss $\frac{MN}{MP}$ constant $= \frac{b}{b_1} = \frac{a}{a_1}$; folglich ist $\frac{MS}{MP} = \frac{1}{3}\left[2\left(\frac{b}{b_1}\right)^2 + 1\right]$ ebenfalls constant, d. h. der Schwerpunkt beschreibt ebenfalls eine der gegebenen ähnliche Ellipse, so dass das Axenverhältniss $\frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{3}\left[2\left(\frac{b}{b_1}\right)^2 + 1\right]$ w. z. b. w.

Dr. Stoll-Bensheim.

2. Auflösung. Man projicire die gegebene Ellipse normal zu einem Kreise mit Radius b. Alsdann projiciren sich die Ellipsentangenten als Kreistangenten, die von P beschriebene Ellipse als Kreis mit Radius b_1 und der Schwerpunkt S von $\triangle PQR$ als Schwerpunkt S_1 der Projection dieses Dreiecks. Die Projection der Schwerlinie ist gleich $b_1 - \frac{b^2}{b_1}$, mithin die Entfernung des Punktes S_1 vom Mittelpunkte des Kreises $b_2 = b_1 - \frac{2}{3}\left(b_1 - \frac{b^2}{b_1}\right) = \frac{1}{3}\left(b_1 + \frac{2b^2}{b_1}\right)$. S_1 beschreibt daher einen Kreis mit Radius b_2 und daher S eine der gegebenen Ellipse concentrische, ähnliche und ähnlich gelegene mit der kleinen Halbaxe b_2 und der grossen Halbaxe $a_2 = \frac{a_1}{b_1} \cdot b_2 = \frac{1}{3}\left(a_1 + \frac{2a^2}{a_1}\right)$.

Leipzig. Dr. WEINMEISTER I.

84. (Gestellt von Schlömilch X_5 350). Gegeben drei Gerade, welche sich in A, B, C schneiden; von einem beweglichen Punkte auf AB fällt man PQ senkrecht CA, und PR senkrecht CB; dann ist QR immer Tangente an eine gewisse Parabel. Wird CF senkrecht AB, FG senkrecht CA, und FH senkrecht CB gefällt, so ist F der Brennpunkt, GH die Scheiteltangente der Parabel.

1. Beweis (neusynthetisch). Ist P_1 ein zweiter Punkt von AB, und sind seine Projectionen Q_1 und R_1, so ist $\frac{QQ_1}{PP_1} = \cos A$ und $\frac{RR_1}{PP_1} = \cos B$; mithin $\frac{QQ_1}{RR_1} = \frac{\cos A}{\cos B} = \text{constant}$. Die durch Bewegung von P entstandenen Punktreihen Q und R sind demnach ähnliche, und es hüllt daher QR eine Parabel ein.

Leipzig. Dr. WEINMEISTER I.

2. Beweis (altsynthetisch). $CRPFQ$ ist ein Kreisfünfeck (Durchmesser CP) und daher $\sphericalangle QRF = \sphericalangle QCF$. Ferner ist $CHFG$ ein Kreisviereck (Durchmesser CF) und mithin $\sphericalangle QCF = GHF$; also, wenn V den Schnittpunkt von QR und GH bezeichnet, ist $\sphericalangle VRF = \sphericalangle VHF$ und demnach $VHRF$ ein Kreisviereck. Hieraus folgt $\sphericalangle FVR = \sphericalangle FHR = 90^0$. Der rechte Winkel FVR bewegt sich nun während der Variation von P so, dass der eine Schenkel FV immer durch F geht, während der Scheitel V die Gerade GH durchläuft; dann muss aber bekanntlich VR eine Parabel einhüllen, welche F zum Brennpunkte und GH zur Scheiteltangente hat.

Kommt R oder Q nach C, so wird AC bezw. AB Tangente; kommt aber P nach A oder B, so wird die Höhe auf BC bezw. AC Tangente. Da nun die Schnittpunkte zu einander senkrechter Parabeltangenten auf der Leitlinie liegen, so erhält man letztere

durch Verbindung der beiden anderen Höhenfusspunkte. Hierdurch ist zugleich der Satz bewiesen: Projicirt man einen Höhenfusspunkt und die beiden benachbarten Ecken eines Dreieckes normal auf die beiden anderen Seiten, so sind die Verbindungslinien der Projectionen zwei Parallele, von welchen die eine von jenem Höhenfusspunkte den doppelten Abstand der anderen hat.

Leipzig. Dr. WEINMEISTER I.

Anmerkung. Dr. Weinmeister weist noch darauf hin, dass sich der Beweis von 77 unmittelbar auf diesen Satz zurückzuführen lässt. Man vergleiche seine Lösung von 77 (XI_1 32).

3. Beweis. Man hat $CQ = CG + FP \cdot \cos A$, und $CR = CH - FP \cdot \cos B$. Da auf der rechten Seite dieser Gleichungen nur FP veränderlich ist, so bilden Q und R auf CA und CB ähnliche Punktreihen; folglich ist QR immer Tangente an eine Parabel, welche auch die Träger der Punktreihen CA und CB berührt. Weil die Winkel bei G und H rechte sind, so lässt sich um das Viereck $CQPR$ ein Kreis beschreiben, der auch durch den Punkt F geht, welche Lage auch P auf AB haben mag; folglich ist F der Brennpunkt der Parabel nach dem Satze, dass der irgend einem Tangentendreiecke CQR der Parabel umschriebene Kreis jedesmal durch den Brennpunkt geht. Ferner liegen bekanntlich die Fusspunkte der Senkrechten vom Brennpunkte auf beliebige Tangenten einer Parabel auf der Scheiteltangente; deshalb ist GH die Scheiteltangente. Dr. STOLL-Bensheim.

B. Neue Aufgaben.

106. $(1 + 3x^2 + x^4)(1 - x + x^2)^2 = c^2x^2(1 + x^2)^2$.

107. $(x - 1)^2(x^2 + 1) = c^2x^2$.

Von Unferdinger (Wien) in Grunert's Archiv Band 42, S. 347 ohne Lösung mitgetheilt.

Lehrsätze über das Sehnenviereck. (Fortsetzung von X_6 421 Nr. 93—95, und XI_1 33 u. 34 Nr. 100—102.)

108. Der umgeschriebene Kreis des eingeschriebenen Vierecks mit dem Mittelpunkte M', der umgeschriebene Kreis des Hauptsehnenvierecks mit dem Mittelpunkte M'' und der umgeschriebene Kreis des umgeschriebenen Vierecks mit dem Mittelpunkte M''' haben eine Centrale, es ist $M'M'' = M''M'''$, in der Verlängerung der Centrale über M' hinaus liegt der Durchschnittspunkt der inneren Diagonalen, wie auch die Durchschnittspunkte der drei Kreise, des ersten mit dem Mittelpunkte des einen Endes der dritten Diagonale (D) und dem Radius gleich der Tangente (t_D) von D an den Kreis

M'', der zweite mit dem Mittelpunkte des anderen Endes der dritten Diagonale (D') und dem Radius gleich der Tangente ($t_{D'}$) von D' an den Kreis M'', und der dritte mit dem Durchmesser der dritten Diagonale. Die Centrale steht in P' senkrecht auf der dritten Diagonale, und es verhält sich $P'D : P'D' = t_D^2 : t_{D'}^2$. Ist das Hauptsehnenviereck zugleich auch ein Tangentenviereck, so fällt, aber nur in diesem Falle, der Diagonalendurchschnittspunkt des umgeschriebenen Vierecks auch in diese Centrale und zwar in den Punkt M', welcher dann der Mittelpunkt des für alle Seiten des Hauptsehnenvierecks gemeinschaftlichen inneren Berührungskreises ist.

109. Die dritte Diagonale eines Sehnenvierecks ist die Potenzlinie der Kreise M', M'' und M''', wobei es gleichgültig ist, ob der Radius des Kreises M' gleich Null ist oder nicht.

(Schluss folgt.)

Karlsruhe. R. O. Consentius.

C. Das Aufgaben-Repertorium der Nouv. Ann. des Mathématiques, Jahrgang 1879.

(Fortsetzung von X, Heft 5, S. 352—356.)

Red. von Dr. H. Lieber (Stettin) und F. v. Lühmann (Königsberg i. d. N.).

Planimetrie.

22. Mai. S. 233. Gegeben sind auf einem Kreise zwei diametral gegenüberliegende Punkte A und B; man nimmt auf diesem Kreise irgend einen Punkt C an und trägt auf der Geraden AC zu beiden Seiten des Punktes C gleiche Längen CD und CD' ab, so dass das Verhältniss einer jeden zur Länge CB einem gegebenen Verhältniss gleich ist. Man lässt nun den Punkt C sich auf dem Umfange bewegen und sucht 1) die Oerter der Punkte D und D'; 2) die Oerter des Durchschnittspunktes der Höhen des Dreiecks ABD und des Durchschnittspunktes der Höhen des Dreiecks ABD'; 3) den Ort für den Mittelpunkt des dem Dreieck BDD' eingeschriebenen Kreises; 4) die Oerter der Mittelpunkte der zu demselben Dreieck BDD' gehörenden äusseren Berührungskreise.

23. Mai. S. 234. In einer Ebene ist ein Kreis O gegeben, ein Punkt A auf dem Umfange dieses Kreises und eine beliebige Gerade D; auf dieser Geraden einen Punkt so zu bestimmen, dass, wenn man von diesem Punkte die beiden Tangenten an den Kreis O zieht und die Berührungspunkte mit dem Punkte A verbindet, die Verbindungslinien untereinander einen gegebenen Winkel α bilden.

Stereometrie.

24. Mai. S. 232. Die Radien der Grundflächen eines Kegelstumpfes zu bestimmen, wenn man kennt: 1) die Höhe h des Stumpfes; 2) das Volumen, welches $\frac{3}{4}$ von dem Volumen der Kugel mit dem Durchmesser h ist; 3) die Seitenfläche gleich dem Inhalt eines Kreises vom Radius a. Es soll dann die Anzahl der Lösungen angegeben werden, welche den verschiedenen Werthen des Verhältnisses $\frac{a}{h}$ entsprechen.

25. Man schneidet eine gegebene dreiseitige Pyramide $SABC$ durch eine Ebene parallel der Grundfläche; diese Ebene schneidet die Seitenkanten SA, SB, SC resp. in A', B', C'; man construirt darauf die Ebenen $AB'C'$, $BC'A'$, $CA'B'$; P sei ihr gemeinschaftlicher Punkt. Zu bestimmen den Ort, welcher durch den Punkt P beschrieben wird, wenn sich die Ebene $A'B'C'$ so bewegt, dass sie parallel ABC bleibt.

26. Mai. S. 233. Auf einem Durchmesser AB einer Kugel vom Radius r einen Punkt X so zu bestimmen, dass, wenn man durch X eine Ebene senkrecht zu dem Durchmesser legt, die Fläche der durch diese Ebene begrenzten Calotte, welche den Punkt A enthält, gleich dem Mantel des Kegels ist, welcher zur Grundfläche den Durchschnittskreis der Kugel und Ebene, und zur Spitze den Punkt B hat. Dann das Verhältniss des Volumens dieses Kegels zum Volumen der Kugel zu berechnen. Aufl. AB ist in X stetig zu theilen.

Physik.

27. Juni. S. 282. Eine Linse von 0,4 m Brennweite ist 2 m von einer weissen Tafel entfernt, auf welcher sie das Bild eines Objectes entwirft. Zwischen dieses Object und die Linse, welche fest ist, bringt man eine zweite mit der Brennweite 0,1 m an, und verschiebt sie und das Object so lange, bis das von den beiden Linsen entworfene Bild sich auf der Tafel befindet. Die bewegliche Linse hat dann den Abstand x von der festen Linse und den Abstand y vom Object. 1) Man soll die Gleichung zwischen x und y finden und sie discutiren. 2) Man soll die Formel für die Vergrösserung aufstellen und discutiren. 3) Man soll den Weg der Lichtstrahlen für $x = 0{,}2$ m finden.

Planimetrie.

28. (Juli.) Wenn man in einem Dreieck ABC hat: $A \pm B = 90^0$, so ist $2c^{\pm 2} = (a \pm b)^{\pm 2} + (a - b)^{\pm 2}$, wo die oberen oder unteren Zeichen zusammen zu nehmen sind. Beweis einfach.

29. (Juli.) In dem um $\triangle ABC$ beschriebenen Kreise zieht man den Durchmesser DE senkrecht zu BC; beschreibt man ferner

um C als Mittelpunkt mit $\frac{1}{2}BC$ als Radius einen Kreis, welcher CE in N trifft, und zieht man durch N eine Parallele NM zu CA, welche AE in M schneidet, so ist $AM = \frac{1}{2}(AC + AB)$.

Arithmetik.

30. (Juli.) Eine Zahl zu finden, welche gleich der Summe der Ziffern ihres Cubus ist.

Auflösung. Die Zahl und ihr Cubus durch 9 dividirt müssen denselben Rest geben. Ein Cubus hat nun eine der Formen $9m$, $9m - 1$, $9m + 1$, deshalb müssen auch die gesuchten Zahlen eine dieser Formen haben. Sie können sich aber nur unter den Zahlen mit ein oder zwei Ziffern finden, denn für den Cubus einer dreiziffrigen Zahl, welcher höchstens 9 Ziffern hat, ist die Quersumme kleiner als 81. Für den Cubus einer zweiziffrigen Zahl, welcher höchstens 6 Ziffern hat, ist die Quersumme kleiner als 54. Es ist aber 53, dessen Cubus auf 7 endigt, auszuschliessen; ebenso müssen 46, 45, 44, deren Cuben aus 5 Ziffern zusammengesetzt, auf 6, 5 oder 4 endigen, ausgeschlossen werden; daher kann die Quersumme 42 nicht überschreiten. Bildet man nun die Cuben der Zahlen von der Form $9m - 1$, $9m$, $9m + 1$ von 1 bis 37, so findet man die folgenden Auflösungen:

Zahlen	1	8	17	18	26	27
Cuben	1	512	4913	5832	17576	19683

Andere Auflösungen gibt es nicht.

31. (October.) Man hat die Reihe 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.... so dass $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ ist. Gesucht wird die Summe der n ersten Glieder der Reihe

$$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{2}{1\cdot 3} + \frac{3}{2\cdot 5} + \frac{5}{3\cdot 8} + \cdots + \frac{u_{n+2}}{u_{n+1}\,u_{n+3}}.$$

Sprech- und Discussions-Saal.

Zu Jahrgang X, Heft 6, S. 436 dieser Zeitschrift.

Eine Entgegnung.

Die Leser dieser Blätter bitte ich zu entschuldigen, dass ich sie mit der Abwehr eines persönlichen Angriffes behellige. Da dieser vor dem Publikum der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht gemacht worden ist, so muss ich auch versuchen, mich diesem Publikum gegenüber zu rechtfertigen.

An der oben bezeichneten Stelle findet sich nämlich der folgende von Herrn Dr. Weinmeister I.-Leipzig herrührende Passus:

„Als Curiosum, dass die Idee des unendlich fernen Schnittpunktes paralleler Linien noch nicht bei allen Mathematikern durchgedrungen zu sein scheint, möge ein Citat aus Reidt's Planimetrie (§ 6) dienen, welche folgende Worte enthält: Parallele Linien sind solche Linien, welche auch bei unendlicher Verlängerung keinen Punkt mit einander gemeinsam haben."

Nach meiner Ansicht hat es bisher für nothwendig (um kein anderes Wort zu gebrauchen) gegolten, dass Jemand, der durch eine solche Bemerkung die Absicht erkennen lässt, einen Autor öffentlich an den Pranger zu stellen*), sich auch die Mühe oder die Kosten verursache, sein Citat aus der neuesten Auflage des betreffenden Werkes und nicht aus einer veralteten zu schöpfen. Insbesondere hätte dies im vorliegenden Falle dem Angreifenden zur Begründung seines „noch nicht" erforderlich erscheinen sollen. Herr Dr. Weinmeister I. ist anderer Ansicht gewesen: er hat es für erlaubt gehalten, die 1. oder 2. Auflage eines Buches an den Pranger zu stellen*), welches zur Zeit seines Angriffes bereits in 4. Auflage erschienen war, und zwar ohne diese Thatsache zu erwähnen oder auch nur die von ihm benutzte Auflage zu nennen, demnach in vollster Allgemeinheit. Uebrigens würde derselbe, wenn er von seinem Exemplare meines Buches nähere Kenntniss genommen hätte, als der Fall gewesen zu sein scheint, in demselben auch den unendlich fernen Punkt erwähnt gefunden, und auch hierdurch die Berechtigung zu der obigen mindestens hart an das Persönliche streifenden Form seines Angriffs verloren haben. Nur kommt dieser Punkt allerdings erst an späteren, für vorgerücktere Schüler bestimmten Stellen, und nicht in dem zum Pensum der Quarta gehörigen § 6 vor. Hätte Herr Dr. Weinmeister I. dasjenige gesagt, wozu allein ein Anschein von Berechtigung vorhanden war, nämlich dass es nicht zweckmässig sei, wenn der Wortlaut der für Quartaner bestimmten Definition der Parallelen der späteren Verlegung des nicht schneiden in das im Unendlichen schneiden äusserlich widerspreche, so würde ich demselben antworten können, dass eben diese Erwägung mich bereits vor Jahren zu einer Aenderung jenes Wortlauts veranlasst habe.

Zur Sache selbst bemerke ich noch Folgendes: Die Berechtigung und der Nutzen der „Annahme" (Fiction, oder um mit Herrn W. selbst zu reden der „Hypothese") des unendlich fernen Durchschnittspunktes paralleler Geraden in der neueren Geometrie sind ja so unzweifelhaft und selbstverständlich, dass es mir ganz gewiss nie einfallen wird, dagegen etwas zu sagen. Die Frage kann nur sein, ob die Einführung des Begriffs des Unendlichen im elementaren

*) Wir glauben nicht, dass dies in der Absicht des Herrn Recensenten gelegen hat. D. Red.

Unterricht bereits in Quarta oder Untertertia gestattet ist. Ich stehe nun auf dem Standpunkte, dass ich diese Frage aus pädagogischen Gründen verneine, und ich glaube diesen Standpunkt für durchaus berechtigt halten zu dürfen. Ich bin wenigstens für meine Person noch niemals in der Lage gewesen, bereits in den angegebenen Classen einen Schüler-Jahrgang zu haben, dem ich irgendwelches einigermassen klare Verständniss jener Annahme des unendlich fernen Punktes glaubte zutrauen zu dürfen, ja bei dem ich nicht die Gefahr hätte befürchten müssen, durch dieselbe Verwirrung anzurichten. Es mag ja sein, und es hat mir zuweilen auch aus anderen Gründen geschienen, dass es Collegen gebe, welche in dieser Beziehung andauernd in einer glücklicheren Lage sind; immerhin darf ich annehmen, dass solche Fälle, wenn sie existiren, gewiss nicht die Regel sein können. Wenn in dieser Beziehung auch die Erfahrung als ein Factor für die Entscheidung angesehen werden muss, so will und kann ich zwar selbstverständlich nicht meine persönliche Erfahrung eventuell gegen diejenige meines Angreifers setzen, da die letztere mir völlig unbekannt ist; doch darf ich wol bemerken, dass die überwiegende Anzahl der erfahrenen praktischen Lehrer der Elementar-Mathematik derselben Ansicht ist, wie ich, denn ich fand unter einer sehr grossen Anzahl der gegenwärtig gebräuchlichen oder mit Anerkennung genannten Schulbücher, welche ich zu diesem Zwecke verglichen habe, nur ein einziges, das die Parallelen von vornherein als Gerade definirt, die einander im Unendlichen schneiden, nämlich das von Gallenkamp. Alle anderen gaben — mit verschiedenen Worten, zum Theil sogar fast ganz genau mit dem oben perhorrescirten Wortlaut — die Erklärung, dass parallele Linien solche seien, die einander, auch bei beliebiger Verlängerung, nicht schneiden.

Die pädagogische Rücksicht auf die Möglichkeit des Verständnisses der Schüler wird freilich niemals hinreichen, um zu rechtfertigen, dass man die letzteren etwas Falsches oder grob Unwissenschaftliches lehre. Ist eine wissenschaftliche Disciplin oder ein Theil einer solchen zu hoch für das Begriffsvermögen einer bestimmten Alterstufe, so kann die Pädagogik eben nur verlangen, dass der betreffende Lehrstoff aus dem Unterrichte dieser Stufe entfernt werde. Aber ist denn eine Erklärung der Parallelen, wie beispielsweise die in meiner Planimetrie benutzte, welche sagt, dass parallele Linien „keinen Punkt gemeinsam haben, auch wenn man sie beliebig weit verlängert denkt", eine falsche und unwissenschaftliche? Nach meiner Meinung besagt die Ausdrucksweise, dass der Durchschnittspunkt im Unendlichen liege, nichts Anderes, als dass man einen solchen durch Verlängerung paralleler Strecken über ihre Endpunkte niemals wirklich erreichen kann, und dies ist sachlich und im Wesentlichen genau dasselbe, wie die obige Erklärung. Ich verzichte auf eine weitere Ausführung, weil ich

fürchte, mir sonst den Vorwurf zuzuziehen, dass ich den Lesern dieser Blätter eine überflüssige Vorlesung über für sie Selbstverständliches geliefert, und weil ich nur wiederholen könnte, was ich bereits an anderem Orte*) und früher über Sinn und Bedeutung der Annahme des unendlich fernen Punktes gesagt habe. Der Zweck dieser Entgegnung war nur, mich gegen den Versuch einer Verunglimpfung zu verwahren, die mir in Form eines gelegentlich im Vorübergehen ausgetheilten Seitenhiebes von einem mir gänzlich Unbekannten in, wie ich glaube, durchaus — unberechtigter Weise zugefügt worden.

Hamm, 8. Januar 1880. F. Reidt.

Erwiderung.

Auf die „Entgegnung" des Herrn Dr. Reidt antworte ich Folgendes: Ich halte die Erklärung, dass parallele Linien solche seien, die sich bei beliebiger Verlängerung nicht schneiden, wissenschaftlich für unvollständig (es fehlt der Zusatz „im Endlichen"), aber aus pädagogischen Gründen für die beste, die man in Quarta geben kann. Die Erklärung, dass parallele Linien solche seien, die sich im Unendlichen schneiden, halte ich wissenschaftlich für correct; aber ich verwerfe sie aus pädagogischen Gründen für den Unterricht in Quarta. Endlich halte ich die Erklärung, dass parallele Linien solche seien, die sich auch bei unendlicher Verlängerung nicht schneiden, wissenschaftlich für falsch und pädagogisch für unzulässig. Letztere findet sich in den beiden ersten Auflagen des Lehrbuches von Herrn Dr. Reidt vor; dass dieselbe später corrigirt wurde, war mir unbekannt; jedenfalls sind aber die ersten Auflagen, die ihr Verfasser jetzt „veraltet" nennt, viel jünger, als die wissenschaftliche Erklärung**) des Parallelismus, die der in jenen Auflagen enthaltenen Erklärung nicht nur äusserlich, sondern auch innerlich widerspricht. Ferner glaube ich ein gutes Recht, um nicht zu sagen die Pflicht, zu haben, meine Collegen auf einen derartigen Fehler aufmerksam zu machen. Dass bei einer solchen Gelegenheit der Verfasser unangenehm berührt wird, bedauere ich sehr, kann's aber nicht ändern. Herrn Dr. Reidt wegen jenes Versehens „zu verunglimpfen" oder „öffentlich an den Pranger zu stellen" ist mir gar nicht in den Sinn gekommen.

Leipzig. Dr. Weinmeister.

---

*) Encyklopädie der Naturwissenschaften, Handbuch der Mathematik, S. 176. Breslau, Trewendt

**) Desargues 1630. Newton 1687.

Bemerkungen zu der Recension von Simon-Milinowski, Kegelschnitte, X. 428 ff.

In der Recension der zweiten Abtheilung der „Kegelschnitte" von Simon und Milinowski, die dem Werkchen im Allgemeinen durchaus günstig ist, sind doch auch einige Bemerkungen gemacht, auf welche ich mir folgende Erwiderung erlaube.

Der Herr Recensent wünscht die Behandlung vermittelst der harmonischen Verwandtschaft, wie sie im genannten Werkchen durchgeführt, durch Centralprojection zu ersetzen. Ohne hierauf näher einzugehen, will ich doch folgenden Grund für die erste Art der Behandlung anführen. Bei der Einrichtung der meisten unserer Schulen, in der Prima zwei Jahrescurse zu vereinigen, würde der eine Theil der Schüler nur im letzten Jahre Stereometrie und darauf Kegelschnitte erhalten, wenn man diese mit Centralprojection behandelte, und bei der grossen Ausdehnung beider Gebiete sich nicht hinreichende Uebung erwerben können, während die andere Art der Behandlung gestattet, die Schüler zwei Jahre hindurch mit Kegelschnitten zu beschäftigen.

Ich komme zur Widerlegung einiger anderer Bedenken. Auf Seite 433 sagt der Herr Recensent: „In § 31 macht sich leider in unangenehmer Weise eine starke Lücke bemerkbar ... dies ist um so auffälliger, als für den Fall, dass die Fluchtlinie den Kreis schneidet, der Hilfskreis, dessen Mittelpunkt auf der Projectionsaxe liegt, versagt. Letzteres ist ein Irrthum. In dem genannten Falle werden allerdings die Punkte D und E imaginär, aber die Kreise über den Punktpaaren BB bilden ein Büschel mit der Potenzlinie AM. Der Beweis muss allerdings folgenden Zusatz erleiden: Für den Fall, dass die Fluchtlinie den Kreis schneidet, lege man durch M_1 denjenigen Kreis, welcher mit dem über BB_1 beschriebenen die Gerade AM zur Potenzlinie hat.

Mit der Beweismethode der Sätze 32 und 33 bin ich in Uebereinstimmung mit der Ansicht des Recensenten selbst nicht einverstanden, was ich auch schon im Vorwort bemerklich gemacht habe. Sie sind durch A. 228 zu ersetzen. Gegen einen Einwand des Recensenten muss ich aber doch Einsprache erheben: er meint nämlich, aus dem Beweise liesse sich folgern, dass durch fünf Punkte unendlich viele Kegelschnitte möglich sind. In 26a. ist aber bewiesen, dass fünf Punkte eines Kegeschnittes alle übrigen bestimmen, dass daher durch fünf Punkte nur ein einziger Kegelschnitt möglich ist. Hiermit ist auch das Bedenken widerlegt, welches der Recensent Seite 436 ausspricht: „ ... im Text will uns der Schluss, dass durch die fünf Punkte ein einziger Kegelschnitt gehe — ohne Benutzung des Pascal'schen Satzes — nicht recht gefallen. ... Warum bringen alle diese Projectionen

immer nur einen Kegelschnitt hervor? Diese Frage bleibt unbeantwortet." Sie ist beantwortet durch 26a. Dadurch aber ist der Beweis evident. Wie man aber den Pascal'schen Satz ohne projectivische Geometrie benutzen soll, kann ich nicht einsehen.

Das beanstandete Wort „Räume" ist dem Sprachgebrauche Steiner's entnommen (s. Schröter, Steiner's Vorlesungen II. Th. II. Aufl. Seite 71, 275, 282 u. a. m.), doch lässt sich dasselbe wohl durch „Gebiete" ersetzen.

Die Hauptbedenken mathematischer Natur habe ich widerlegt. In einer etwaigen zweiten Auflage werde ich den Wunsch des Herrn Recensenten nach Möglichkeit berücksichtigen und der Centralprojection mehr Raum einräumen. Für mannigfache Anregung bin ich dem Herrn Recensenten zu lebhaftem Danke verpflichtet.

Milinowski.

Erwiderung.

Auf Vorstehendes erlaube ich mir Folgendes zu entgegnen. Das praktische Bedenken, welches Hr. Milinowski gegen die Einführung der Centralprojection in der Combination der Prima findet, lag mir persönlich allerdings fern. Gleichwol würde ich es auch in einem solchen Fall vorziehen, die wenigen Grundbegriffe, welche die Centralprojection verlangt, vorher im Unterricht durchzunehmen, als denselben auf die harmonische Verwandtschaft allein zu concentriren. Die Lücke des § 31 ist allerdings durch die neue Bemerkung mathematisch beseitigt, allein ich bezweifle, dass für den Schüler die wenigen Worte ausreichen, da die Construction eines Kreises durch zwei conjugirt imaginäre und einen reellen Punkt eine Bekanntschaft mit der Potenzlinie voraussetzt, die man wol nicht bei jedem Primaner vorfinden wird. Was sodann A. 228 betrifft, so wird bei derselben nirgends auf 26a verwiesen, so dass ich der Ansicht war, der Verfasser glaube diesen Satz hierbei entbehren zu können. So erklärt sich auch meine Bemerkung, die wol missverstanden worden ist, dass mir der ohne Benutzung des Pascal'schen Satzes (26a) vollführte Schluss nicht recht gefalle. Endlich möchte ich noch auf einen Punkt aufmerksam machen, den ich bei der Recension übersah, dass nämlich der Kreis nicht gerade so viel, sondern doppelt so viel Punkte besitzt, als die gerade Linie.

So interessant und lieb es mir war, mit Herrn Milinowski zu gegenseitiger Anregung und Aufklärung in Beziehung zu treten, so unangenehm ist es mir andererseits, mich in einen Streit verwickelt zu sehen, der bei der Evidenz der Thatsache in ein leeres Wortgefecht auszuarten droht.

Leipzig. Weinmeister.

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

HOÜEL, J. (Professeur de Mathématiques pures à la Faculté des Sciences de Bordeaux), Cours de calcul infinitésimal. Tome II. Paris, Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire. 1879. 475 S.

Dem ersten Theile des ausgezeichneten Handbuchs der höheren Analysis, dessen wir vor Kurzem in dieser Zeitschrift gedacht haben*), ist rasch der zweite gefolgt. Derselbe beginnt mit den geometrischen Anwendungen des Infinitesimalcalcüls, und zwar wird man hier Manches sorgfältiger und eingehender abgehandelt finden, als in anderen Werken von verwandtem Charakter. Insbesondere sei in dieser Hinsicht auf die merkwürdigen Curvenpunkte, sowie auf die Berührungen resp. Osculationen höherer Ordnung aufmerksam gemacht. Eine ungewöhnliche aber gewiss dankenswerthe Zugabe bildet die sehr ausführliche Darstellung des von Bellavitis erfundenen und eben durch Herrn Hoüel, der demselben schon früher ein eigenes Buch gewidmet hat, erst recht bekannt gemachten Aequipollenzencalcüls. Die Raumgeometrie geht auf die Theorie des Krümmungsmaasses in seinen verschiedenen Formen, der Krümmungscurven und krummlinigen Coordinaten etc., ziemlich tief ein. Der sehr reich ausgestattete Anhang mit Uebungsbeispielen enthält auch Stoff zu selbstständigen grösseren Arbeiten für angehende Mathematiker, so z. B. die Discussion der „Radiale", d. h. derjenigen Curve, deren Radiusvector dem Krümmungsradius einer anderen gegebenen Curve gleich und parallel ist**). Den Schluss des Werkes, im Ganzen 188 Seiten erfüllend, bildet die Lehre von den Differentialgleichungen, auf welche näher einzugehen an dieser Stelle nicht möglich ist. Nur im Vorübergehen nennen wir die Theorie des Multiplicators und diejenige der singulären Auflösungen als Punkte, welche besonders hervorgehoben zu werden verdienen. Die Klarheit und Durchsichtigkeit der Ausführungen, dieses oft gerühmte Erbtheil französischer Werke, werden in diesem Theile, der doch ungleich schwierigere Materien

*) Man sehe VII, 356 u. f.

**) Warum nicht „äquipollent", da dieser Begriff doch kurz vorher erläutert war? D. Red.

enthält, noch angenehmer empfunden, als in dem vorhergehenden. Auch die stete und für die Erleichterung complicirter Integrationen so wichtige Anwendung der hyperbolischen Functionen müssen wir wiederum rühmend namhaft machen; es werden z. B. mittelst derselben die Länge des Bogens einer archimedischen Spirale und die Krümmungscentra der Parabel und Kettenlinie bestimmt.

Hätten wir nochmals, wie in dem vor vier Jahren geschriebenen Aufsatze, ein Hülfsmittel zum Selbstunterricht in der Differential- und Integralrechnung vorzuschlagen*), wir würden jetzt in erster Linie das Houel'sche Werk nennen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Scholarius, W. J., **Die algebraischen Gleichungen des ersten und zweiten Grades mit besonderer Behandlung ihrer Auflösungsmethoden und der Theorie der Determinanten**, zugleich Schlüssel zu den im Rechenbuche von J. Hoffmann und J. Klein enthaltenen Gleichungen nebst zahlreichen Uebungsbeispielen. Zum Selbststudium bearbeitet. Paderborn, 1879. Druck und Verlag von Ferdinand Schöningh. IV. 212 S.

Da nicht mit Unrecht häufig, zumal auch in den Spalten dieser Zeitschrift, über die Art der Behandlung Klage geführt wird, welche die Mathematik gerade an den Lehrerbildungsanstalten erleidet, so darf jedes speciell für diese Klasse von Lernenden bestimmte Lehrbuch von vornherein auf Beachtung rechnen. Mit einem solchen aber haben wir es hier zu thun. Der Verf. will speciell für Lehrer und junge Leute schreiben, welche sich für diesen Stand vorbereiten, und er schliesst deshalb auch sein eigenes Buch an ein in den Rheinlanden anscheinend sehr verbreitetes Rechenbuch von Klein und Hoffmann an, welches uns ebenfalls zur Ansicht vorgelegen hat und einen recht guten Eindruck macht. Von Kenntnissen darf demnach auch nur ein Minimum vorausgesetzt werden; selbst die ersten Begriffe der Buchstabenrechnung müssen noch zur Sprache kommen. Dieser Umstand rechtfertigt auch die grosse Ausführlichkeit und Breite der Darstellung, welche sich in einem für Mittelschulen bestimmten Werke minder empfehlen würde. Gelehrt werden die Auflösung linearer und quadratischer Gleichungen mit einer und mehreren Unbekannten. Sehr anzuerkennen ist die Berücksichtigung mancher über das unmittelbare Bedürfniss hinausliegender Methoden, so z. B. des Bézout'schen Eliminationsverfahrens, der Determinanten**) und

---

*) Man sehe VII, 356 u. f.

**) Dieser Abschnitt handelt natürlich nur von den ersten Anfängen

der Befreiung einer Gleichung von den in ihr vorkommenden Irrationalitäten. Eine kleine Aufgabensammlung, in der auch einzelne planimetrische und stereometrische Beispiele Platz finden, beschliesst das Werkchen, welches sich für den angestrebten Zweck vollkommen brauchbar erweisen wird.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Petersen, Dr. Jul. (Docent an der polytechnischen Schule in Kopenhagen), Methoden und Theorien zur Auflösung geometrischer Aufgaben, angewandt auf etwa 400 Aufgaben. Unter Mitwirkung des Verfassers nach der 2. Auflage des Originals ins Deutsche übertragen von Dr. R. von Fischer-Benzon (Oberlehrer am Gymnasium zu Kiel). Kopenhagen. Andr. Fred. Høst & Sohn. 1879.

Dieses 108 Seiten in kl. Quart umfassende Buch macht von vornherein einen angenehmen Eindruck. Der Verfasser nennt es einen Versuch, die Studirenden eine Constructionsaufgabe auffassen zu lehren, und man wird schon bei einer flüchtigen Durchsicht bald merken, dass man es, wie schon der Uebersetzer sagt, mit einer gewöhnlichen Aufgabensammlung nicht zu thun hat. Ueberall treten fruchtbare Methoden in den Vordergrund, während Lösungen nur angedeutet sind und vollständige Entwickelungen und Discussionen dem Leser oder Lehrer überlassen bleiben. Figuren sind nur sehr wenige beigegeben, weil man doch am leichtesten einen Ueberblick über die Figur erhält, wenn man sie entstehen sieht.

Das Buch behandelt nach einer 4 Seiten langen Einleitung in 3 Kapiteln I. geometrische Oerter, II. Umformung einer Figur, III. die Drehungstheorie, denen noch einige Zusätze beigegeben sind. Wie diese behandelt sind, wollen wir in möglichster Kürze zeigen.

Im I. Kapitel werden, mit geeigneten Zusätzen versehen, zehn geometrische Oerter für Punkte aufgeführt, an welche sich 55 Aufgaben schliessen, die ohne Weiteres durch geometrische Oerter gelöst werden; dann wird gelehrt, wie man zu verfahren habe, wenn sich geometrische Oerter nicht unmittelbar herausstellen, und hieran schliessen sich die Aufgaben No. 56—116. Von hier an führt der

---

der Theorie, von zwei- und dreireihigen Determinanten*). Wir wollen übrigens beiläufig bemerken, dass der bei der Erklärung des Determinantenbegriffes vorkommende Satz: „die eine Hälfte der Producte ist positiv, die andere negativ", in dieser Form zu viel sagt; diese Thatsache leuchtet keineswegs von vornherein ein, sondern muss erst bewiesen werden.

Ref.

*) Aber gegen die Entwickelung dieser „Anfänge" hegen wir im Hinblick auf die Schülergattung, für welche das Buch bestimmt ist, schwere Bedenken, und werden denselben in einem nächsten Hefte, auch mit Rücksicht auf andere Lehrbücher, Ausdruck geben. D. Red.

Verf. eine neue Bezeichnung ein: „Multiplication von Curven“. Er nennt nämlich die Aufgabe: eine Curve in ähnlicher Lage gegen eine gegebene in Beziehung auf einen Aehnlichkeitspunkt im Verhältniss $\frac{m}{n}$ zu zeichnen, der Kürze wegen, die gegebene Curve mit $\pm\frac{m}{n}$ multipliciren. Auf eine sorgfältige Erläuterung dieser Methode folgen die Aufgaben 117—145. Dieselbe führt zu der allgemeineren sogenannten Aehnlichkeitsmethode, welche erläutert wird an Beispielen a) wenn eine Länge gegeben ist, im Uebrigen aber nur Winkel und Verhältnisse; b) wenn die Figur eine bestimmte Lage mit Beziehung auf gewisse gegebene Linien oder Punkte einnehmen soll. Dazu gehören die Beispiele 146—153 und 154—191. Es folgen nun „inverse Curven“ oder die Transformation einer Curve durch reciproke Radien. Die Methode wird kurz und bündig, aber hinreichend klar und scharf erläutert. Die Aufgaben 192—196 und 197—201 dienen zur weiteren Ausführung. Zum Schluss dieses Unterabschnitts werden noch die geometrischen Oerter für Punkte im Allgemeinen behandelt, nämlich bei Aufgaben, bei welchen die vorher erwähnten Oerter sich nicht anwenden lassen, man vielmehr gerade Linien oder Kreise selbst suchen muss, welche geometrische Oerter für die Punkte der gesuchten Figur sind. Hierzu werden die Beispiele 202—219 gegeben.

Es folgt nun der Abschnitt B. Geometrische Oerter für Linien. Insofern eine gerade Linie ausser einer anderen Bedingung auch die erfüllen kann, dass sie eine Curve berührt, und insofern dieses in unendlich vielen Lagen geschehen kann, wird diese Curve der geometrische Ort für die Linien genannt; diese Curve kann in besonderen Fällen ein Punkt werden, durch den also alle jene Linien gehen müssen. Hier werden nur solche Fälle in Betracht gezogen, wo die Curve ein Kreis wird oder zu einem Punkte degenerirt. Es werden 6 solcher geometrischen Oerter angeführt und 26 Beispiele hinzugefügt, von denen mehrere original sind.

Im II. Kapitel, Umformung der Figur, werden nach einander betrachtet A. die Parallelverschiebung, B. die Umlegung, C. die Drehung. Die Parallelverschiebung besteht darin, dass man einige Linien der Figur, weil sie auseinander liegen oder aus anderen Gründen, in neue Lagen bringt, die den ursprünglichen parallel sind, wodurch oft Dreiecke erhalten werden, die sich sofort construiren lassen und von denen man leicht auf die geforderte Lage der Stücke zurückgehen kann. Diese Verschiebungen sind zunächst erläutert an einem Dreieck, woran sich Dreiecksconstructionen, wenn Mediane (Schwerpunktslinien) und Höhen gegebene Stücke sind, schliessen; sodann an einem Viereck, woran diverse Aufgaben (Nr. 259—270) über Vierecke und Kreise gereiht sind. Die allgemeine Aufgabe: „auf zwei gegebene Curven eine Linie zu legen,

welche einer gegebenen gleich und parallel ist", wird durch Parallelverschiebung gelöst und werden daran 4 Uebungsaufgaben geschlossen. Eine längere Reihe vermischter Beispiele für Parallelverschiebung (Nr. 275—310) macht den Beschluss dieser Abtheilung.

B. die Umlegung hat den Zweck, wie die vorhergehende, um eine für die Ausführung der Construction bequemere Lage der gegebenen Stücke zu erhalten, indem man versucht: 1) die gegebenen Stücke zusammen zu bringen; 2) die gegebenen Stücke in die Figur einzuführen; 3) gleichgrosse Linien oder Winkel zur Deckung zu bringen, namentlich wenn die gleichgrossen Stücke unbekannt sind, wo dann diese Methode dazu dient, gewissermassen ein solches Stück zu eliminiren; 4) eine symmetrische Figur hervorzubringen, so dass ein gesuchter Punkt auf die Symmetrieaxe fällt; 5) einen Theil der Figur in eine solche Lage zu bringen, dass zwei unbekannte Punkte in einen zusammenfallen, während zwei durch denselben gehende gerade Linien einen bekannten Winkel mit einander bilden und jede einen bekannten Punkt enthält. Diese 5 verschiedenen Fälle werden durch gut gewählte Beispiele, deren Lösung hinreichend angedeutet ist, erläutert, woran noch die Uebungsbeispiele Nr. 323—335 gereiht sind. Ein besonderer, aber oft angewandter Fall der Umlegung ist

C. die Drehung um eine Axe, welche darin besteht, dass man einen Theil der Figur sich um eine gerade Linie drehen lässt, auf welche Weise die allgemeine Aufgabe: „eine gerade Linie senkrecht auf einer gegebenen so zu legen, dass zwei gegebene Curven von ihr gleiche Stücke abschneiden", gelöst wird. Die Beispiele Nr. 336—348 dienen als Anwendung dieser Methode.

Das III. Kapitel erläutert zunächst die Drehungstheorie, d. i. die Drehung der Geraden, welche von einem Punkt O nach den Punkten einer Curve gezogen sind, um den Punkt O (Drehungspunkt) um einen Winkel v (Drehungswinkel), während zugleich jene Geraden nach einem gegebenen Verhältniss f (Drehungsverhältniss) wachsen. Der Verf. nennt diese Operation kurz: die Curve mit f_v in Beziehung auf O multipliciren. Nach dieser Methode wird zuerst die allgemeine Aufgabe gelöst: ein Dreieck, welches einem gegebenen ähnlich sein soll, so zu legen, dass die eine Ecke auf einen gegebenen Punkt, die beiden anderen aber auf zwei gegebene Curven fallen. Derselben sind 14 specielle Beispiele als Uebungsaufgaben angefügt.

Sodann wird gelehrt, dass zwei ähnliche Figuren immer einen Drehungspunkt haben, und wie dieser gefunden wird; ferner: dass der Drehungspunkt für zwei Gegenseiten eines Vierecks auch der Drehungspunkt für die anderen Seiten ist, insbesondere, dass bei einem vollständigen Vierseit die Kreise, welche man um die vier Dreiecke beschreibt, die man erhält, wenn man eine Seite nach der andern fortnimmt, alle durch denselben Punkt gehen, welcher der

Drehungspunkt für zwei beliebige Stücke der Figur ist, die sich nicht in einem Eckpunkte schneiden; endlich: dass, wenn man die Linien, welche homologe Punkte ähnlicher Curven verbinden, nach demselben Verhältniss theilt, der geometrische Ort für die Theilungspunkte eine Curve ist, welche den gegebenen ähnlich ist, und dass zwei beliebige solcher Curven denselben Drehungspunkt haben, wie die gegebenen. Als Anwendungen dieser Theorie sind die Aufgaben 363 — 376 hinzugefügt mit den nöthigen Andeutungen zur Lösung. Nunmehr wird diese Theorie auf drei ähnliche Systeme ausgedehnt und erweitert. Wie der ganze dritte Abschnitt, so verlangt namentlich diese Partie desselben zum Verständniss und zur Anwendung schon sehr geübte Leser, bietet aber auch sehr viel Interessantes. Den Beschluss machen die Anwendungen 377—396.

Von ganz besonderem Interesse sind uns die „Zusätze", welche viel Eigenthümliches bieten. Zunächst wird „über den Durchschnitt vom Kreisbogen" gesprochen und darauf hingewiesen, dass bei ziemlich zusammengesetzten Figuren die Untersuchung der Beziehungen zwischen den Stücken der Figur, namentlich zwischen ihren Winkeln, durch die grosse Menge der geraden Linien und Winkel oft erschwert wird. Ein Mittel, diese Untersuchung zu erleichtern, findet der Verf. darin, dass man die Winkel betrachtet, welche von Kreisbogen gebildet werden, und er stellt daher einige hierher gehörende Sätze auf, deren Anwendung in der Praxis in der That oft bequem ist. Es sind deren neun, welche die Winkel und die Winkelsummen solcher Polygone betreffen. Diesen reihen sich an zwei bekannte Sätze über Systeme von Kreisen, worauf eine Reihe von Aufgaben (397 bis 404) die Berührung von Kreisen betreffend folgen. Von diesen heben wir besonders die beiden letzten hervor: einen Kreis zu zeichnen, welcher drei gegebene Kreise berührt, und das Malfatti-sche Problem. Von ersterer werden drei Lösungen angedeutet: die eine nach der bei der Parallelverschiebung angeführten Methode, wodurch die Aufgabe auf die: einen Kreis zu zeichnen, welcher zwei gegebene Kreise berührt und durch einen gegebenen Punkt geht, reducirt wird; die andere nach der Inversionsmethode; die dritte: durch Benutzung des Satzes, dass die Potenzlinie zweier Kreise einen Kreis, der beide berührt, und eine der gemeinschaftlichen Tangenten unter gleichen Winkeln schneidet. Bei dem Malfatti'schen Problem wird der Steiner'schen Auflösung und des im Jahre 1874 von Schröter geführten Beweises dieser Auflösung gedacht (der vom Oberlehrer Dr. Godt in Lübeck 1877 gegebene und im „Journal für die reine und angewandte Mathematik" Bd. 84 veröffentlichte Beweis war wol dem Verf. noch unbekannt); und dann wird die Steiner'sche Construction mit Hülfe elementarer Sätze abgeleitet. Dies geschieht auf geistreiche Weise mit Hülfe der Sätze, welche der Verf. über die Polygone, die von Kreisbogen gebildet werden, vorher aufgestellt und bewiesen hat.

Als eine dankenswerthe Zugabe ist noch ein kleiner Abschnitt „über die Möglichkeit, eine Aufgabe mit Hülfe von Zirkel und Lineal zu lösen" hinzunehmen. Der Verf. erörtert, dass die nothwendige und ausreichende Bedingung dafür, dass sich eine Aufgabe mittelst Zirkel und Lineal lösen lässt, die sei, dass die gesuchten Grössen durch die gegebenen und durch Quadratwurzeln ausgedrückt werden können. Dabei verweist er auf seine zwei Schriften: „Om Ligninger, der kunne løses ved Kvadratrod" und „Theorie der algebraischen Gleichungen", Kopenhagen 1878, aus welchen vier hierher gehörige Sätze citirt werden. Sechs Beispiele machen den Beschluss des interessanten Buchs.

Die Ausführlichkeit, mit welcher wir uns über den Inhalt des Buches ausgesprochen haben, möge dem Verf. und Uebersetzer ein Beweis sein, dass wir uns mit dem lebhaftesten Interesse der eingehenden Lectüre desselben hingegeben haben; dem Uebersetzer sprechen wir insbesondere unsern Dank aus, dass er die Schrift auf deutschen Boden verpflanzt hat, da uns eben so wenig wie ihm bekannt ist, dass ein Buch ähnlichen Inhalts in Deutschland existire. Die Uebersetzung selbst macht den Eindruck der Ursprünglichkeit und Ungezwungenheit. Die Ausstattung macht der Kopenhagener Firma alle Ehre.

Hiermit empfehlen wir das Werkchen unseren Fachgenossen, insbesondere den Studirenden, auf das Eindringlichste, indem wir überzeugt sind, dass sie ebenso, wie wir selbst, an der Lectüre resp. dem Studium desselben ihre Freude haben und mancherlei Anregung finden werden.

Lübeck. Chr. Scherling.

Montag, J. B. Praktische, leichtfassliche Anleitung zur Buchstabenrechnung und Algebra mit vielen Beispielen und im Anschluss an die Aufgabensammlungen von Meier Hirsch und Bardey. Für Seminarien, Gewerbeschulen, höhere Bürgerschulen und zum Selbstunterricht. Fünfte, gänzlich umgearbeitete und stark vermehrte Auflage. Leipzig bei B. G. Teubner. 1877. VIII u. 388 Seiten. Preis 5 ℳ.

Der Verf. will keinen wissenschaftlichen Zweck verfolgen, weil Bücher der Art in grosser Anzahl vorhanden sind, der praktische Zweck soll überall in den Vordergrund treten und wissenschaftliche Erörterungen und Theorien sollen möglichst beschränkt werden. Ob nun das Buch in dieser Gestalt Einem, der sich selbst unterrichten, aber nicht blos mechanisch rechnen lernen will, sondern auch etwas von den Gründen erfahren möchte, überall genügen werde, bezweifeln wir. Dies gilt namentlich von den Decimalbrüchen, mit denen das Buch nach dem Vorgange von Meier Hirsch

beginnt. Da das Buch auch für Seminarien bestimmt ist, so wäre gerade deshalb ein näheres Eingehen in diesem Abschnitte wünschenswerth gewesen, weil nach unserer Erfahrung das Rechnen mit Decimalbrüchen von den Seminaristen häufig noch immer sehr oberflächlich und unvollständig gelehrt wird. So hätte in § 1 schon auf die Aenderung, die ein Decimalbruch durch Versetzung des Kommas erfährt, aufmerksam gemacht werden sollen, anstatt dies erst bei Gelegenheit der Multiplication und später wieder bei der Division zu thun; bei der Abkürzung der Decimalbrüche fehlt die Angabe der Fehlergrenze. Die Antwort auf die Frage: wie addirt man Decimalbrüche und gemeine Brüche? ist auffallend, einmal weil in dem Beispiele nur Decimalbrüche theils in gewöhnlicher Form theils in Form gemeiner Brüche gebraucht werden, sodann weil vorher die Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalbrüche noch gar nicht gelehrt ist. Auffallend ist ferner die Frage: welchen Vortheil gewähren noch die Decimalbrüche für die Rechnung mit gemeinen Brüchen? Ganz und gar fehlt die Angabe, wie man sich bei der Addition und Subtraction unvollständiger Decimalbrüche zu verhalten habe. Bei der Multiplication ist es stets praktischer, dieselbe mit der höchsten Ziffer des Multiplicators (oder „des unteren Factors" sagt der Verf.) zu beginnen, also rechts heraus zu rücken, und die Stelle des Kommas gleich im ersten Theilproducte zu bestimmen. Zu letzterem hat der Verf. an anderer Stelle die gute und praktische Regel gegeben, man solle im Multiplicator (wozu man nicht, wie der Verf. meint, die kürzere Zahl wählen muss) das Komma bis hinter die erste Ziffer links, die nicht Null ist, rücken, dafür aber dasselbe im Multiplicandus um ebensoviel Stellen nach der entgegengesetzten Seite. Der Grund dafür ist nicht angegeben. Ebenso fehlt eine Andeutung dafür, wie weit man sich auf die Sicherheit der Decimalstellen im Gesammt-Resultate verlassen kann, wenn man es mit abgekürzten Decimalbrüchen zu thun hat. Wir halten es für sehr wichtig, dass der Lernende dies selbst beurtheilen lerne und den Lehrer nicht jedesmal mit der Frage belästige: wie viel Decimalstellen soll ich rechnen? Wenn das Resultat eine benannte Zahl ist, so soll der Schüler auch selbst beurtheilen lernen, wie viel Decimalstellen er von den sichern Stellen noch weglassen dürfe und wie viel er sogleich bei Beginn der abgekürzten Multiplication weglassen könne. Gut gewählte Beispiele wären hier von Nutzen gewesen! Im Wesentlichen gilt das Gesagte auch für die Division; bei der abgekürzten Division insbesondere vermissen wir eine Angabe theils dafür, wann es im Laufe einer längeren Division Zeit sei, die Abkürzung zu beginnen, theils dafür, in welchem Falle man schon bei Beginn der Division Decimalstellen im Divisor weglassen dürfe.

Im II. Abschnitt wird das neue Maass-, Münz- und Gewichtssystem recht gut und ausführlich erklärt, auch auf die grossen

Vortheile desselben hingewiesen, nur hätten wir gern die Namen Neuloth, Neuscheffel u. drgl. vermisst; im gemeinen Leben gebraucht sie Niemand. Um so auffallender ist es, im ferneren Verlauf des Buches massenhaft Beispielen zu begegnen, in denen von Neugroschen, Dreipfennigstücken, Thalern, Hamburger Courant, Ellen, Scheffeln u. s. w. die Rede ist!

Mit dem III. Abschnitt beginnt die Buchstabenrechnung, in deren Einleitung sehr Vieles den späteren betreffenden Abschnitten hätte vorbehalten bleiben sollen. Der Anfänger soll hier schon mit Ausdrücken rechnen, deren Bedeutungen ihm noch böhmische Dörfer sind. Als überflüssigen Luxus müssen wir den § 21 „Eigenthümliche Zahlen- und Buchstabenbeziehungen" ansehen. Es sind reine Spielereien, zu denen der Praktiker keine Zeit hat.

Der IV. Abschnitt behandelt die Lehre von den Potenzen. Neben dem Namen Basis hätte auch der Name Wurzel und neben Exponent auch Logarithmus angeführt werden sollen, was für die Beziehung der indirecten Rechnungen zur Potenzirung von Nutzen ist. Etwas Sonderbares begegnet uns in § 23: nachdem entwickelt ist, dass man unter den Symbolen a^0 und a^{-x} nichts Anderes verstehen könne als 1 und $\frac{1}{a^x}$, wird hinzugefügt: „Beweisen lassen sich diese Sätze aber keineswegs, wir haben nur die Bezeichnung erweitert." Der Verf. hätte besser gethan, sich hier genauer an die Bardey'sche Erklärung von der Entstehung jener Symbole zu halten.

Im Abschnitt V, welcher von den Wurzeln und irrationalen Grössen handelt, begegnen wir an der Spitze einer auch anderweitig vorkommenden Definition der Wurzel aus einer Zahl, als derjenigen Zahl, welche mehrmals mit sich selbst multiplicirt, die gegebene Zahl gibt. Hiernach wäre 5 keine Wurzel von 25, weil 5 nur einmal mit sich selbst multiplicirt 25 gibt. Auch mit der Bardey'schen Definition können wir uns nicht befreunden, wiewol sie nichts Falsches aussagt. Hat man schon bei der Definition der Potenz statt oder neben Basis den Namen Wurzel gebraucht, so wäre eigentlich hier gar keine Definition der Wurzel nöthig, oder man muss sagen: Unter der Wurzel aus einer Zahl versteht man die Wurzel oder Basis der Potenz, als welche die gegebene Zahl angesehen werden kann, und zwar die sovielste, als der Exponent dieser Potenz angibt. In § 24 wird wegen der Abkürzung bei der Quadratwurzelausziehung in einer sublinearen Bemerkung auf Bardey verwiesen; es hätte nicht geschadet, wenn der Verf. das Verfahren erläutert und insbesondere angegeben hätte, wann es Zeit sei, die Abkürzung eintreten zu lassen. Auf S. 100, unterste Zeile, wird bemerkt, man drücke alles Imaginäre, in welcher Form es auch vorkommen möge, durch den Buchstaben i aus: Nein! i bedeutet immer nur $\sqrt{-1}$!

Im VI. Abschnitt, Logarithmen, würde es zweckmässig gewesen sein, die Gesetze der Rechnung mit Logarithmen auch durch die bekannten logarithmischen Formeln auszudrücken. Die Erläuterung der logarithmischen (7stelligen) Tafeln ist sehr ausführlich ausgefallen und die Rechnung mit Logarithmen ist hinreichend deutlich gemacht.

Der VII. Abschnitt handelt von den Kettenbrüchen und deren Anwendung zur Auffindung angenäherter Verhältnisse in bequemen Zahlen. Statt der Erfurter Malter- und Leipziger Scheffel-Beispiele hätten andere gewählt werden können.

In den beiden folgenden Abschnitten werden die Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten und deren Anwendungen behandelt. Von den eingekleideten Aufgaben werden nicht blos die Resultate, sondern auch die Bildung der Gleichungen angegeben, was für den Selbstunterricht gewiss sehr zweckmässig ist. Aber Beispiele, wie:

Am Fusse einer Tanne sass
Ein Würmchen, das gern Blätter frass,

sollten in einer ernsthaften Sammlung nicht vorkommen.

Bei den folgenden Abschnitten: Gleichungen des 1. Grades mit zwei oder mehreren Unbekannten und diophantische Gleichungen, haben wir Wesentliches nicht zu erinnern. Bei letzteren hätte aber, da die Kettenbrüche gelehrt worden sind, auch der Auflösung mittelst der Kettenbrüche gedacht werden können.

Bei den quadratischen Gleichungen wird bemerkt, dass eine Gleichung 2. Grades, in welcher alle Glieder den Factor x haben, nur scheinbar quadratisch sei. Dennoch ist und bleibt eine solche quadratisch, denn sie wird befriedigt 1) wenn man $x = 0$ setzt; 2) wenn man x nicht $= 0$ setzt, also die ganze Gleichung durch x dividiren darf, worauf man den zweiten Werth erhält. Von den Gleichungen mit zwei Unbekannten sind nur die bekanntesten symmetrischen Grundaufgaben gelöst und an einigen Beispielen gezeigt, wie man andere auf eine der Grundaufgaben zurückführen könne.

Bei den vollständigen cubischen Gleichungen werden zunächst ohne Anführung des Grundes einige, aber nicht alle Eigenschaften der Wurzeln angegeben und auch diese nicht genau. Sodann heisst es: „Hat man erst eine Wurzel gefunden (nämlich durch Probiren mit einem Factor des bekannten Gliedes), so findet man die andern Wurzeln dadurch, dass man die Gleichung mit der bereits gefundenen Wurzel dividirt, wo (?) man eine quadratische Gleichung zum Quotienten erhält u. s. w.“ In welche Verlegenheit wird hierdurch Einer, der sich selbst aus dem Buche unterrichten will, versetzt, wenn ihm natürlicher Weise das Auffinden der in Aussicht gestellten quadratischen Gleichung nicht gelingen will!

Eine, wenn auch recht kümmerliche und unklare Correctur erhält der Lernende erst in dem 2. einfacheren Beispiele, was das erste

hätte sein sollen, wie überhaupt viele Beispiele an schon fertigen Gleichungen hätten gegeben werden sollen, ehe das erste, recht complicirte, aufgestellt wurde. Nach dem Zusatze, welchen der Verf. nach Aufstellung (nicht Ableitung) der Cardanischen Formel, in welcher überdies noch ein störender Druckfehler, und welche nicht einmal in ihrer einfachsten Gestalt angeführt ist, hinzugefügt hat, ist man geneigt zu glauben, dass dem Verf. selbst die wahre Sachlage nicht klar ist. Nachdem er gezeigt hat, wie die vollständige cubische Gleichung von ihrem 2. Gliede befreit werden könne, bricht er ab, ohne auch nur die benutzte Gleichung aufzulösen, was augenscheinlich seinen Grund darin hat, dass die unglücklich gewählte Gleichung auf den sogenannten irreducibeln Fall führt. Es wäre dem Buche dienlicher gewesen, wenn der Verf. diesen Abschnitt ganz weggelassen hätte!

Wir eilen zum Schluss! In den letzten Abschnitten werden noch behandelt die arithmetischen Reihen mit den magischen Quadraten, die wir nur als Lustexempel ohne weiteren Nutzen ansehen können; darin aber scheint sich der Verf. besonders zu gefallen; die geometrischen Reihen, wiederum mit den unvermeidlichen magischen Quadraten und einem „Kunststück"; die Zinseszins- und Rentenrechnung recht ausführlich, und man sieht, dass der Verf. hier zu Hause ist. Mit der Combinationslehre und der Wahrscheinlichkeitsrechnung, in welcher nur die einfachsten Fälle behandelt sind, hätte der Verf. abschliessen sollen. Denn von dem binomischen Lehrsatze, welcher den letzten Abschnitt bildet, wird keine der bekannten Anwendungen angeführt.

Ob nach obigen Mittheilungen das Buch für den Selbstunterricht im Allgemeinen zu empfehlen sei, möge der Leser selbst beurtheilen; beim Schulunterricht dürfte es sich nur unter Leitung eines geschickten Lehrers, der die nöthigen Ergänzungen und Verbesserungen zu machen versteht, als brauchbar erweisen.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

DRÄNERT, Dr. (Lehrer an der Stiftungsschule von 1815 zu Hamburg), Sammlung arithmetischer Aufgaben für den Gebrauch an höheren Bürgerschulen nach der Aufgabensammlung von Meier Hirsch bearbeitet. 176 S. 8°. Altenburg, H. A. Pierer. 1879. Preis 2 ℳ.

Vorstehende Aufgabensammlung ist vorzugsweise für den Gebrauch an höheren Bürgerschulen bestimmt, und in der That ist die Menge dieser Anstalten bereits in solchem Maasse angewachsen und wächst mit jedem Jahre stärker an, dass die Bedürfnissfrage dadurch allein schon erledigt erscheint.

Ein Schulbuch soll seinem vollen Umfange nach für den Schüler verwendbar sein und die bisherigen Sammlungen, welche sämmtlich auf vollständige Schulen, deren oberste Classe die Prima ist, berechnet waren, sind darum trotz der grossen Vorzüge von mehreren zur Einführung an höheren Bürgerschulen nicht geeignet. Dem Nothstande, der dennoch ihre Einführung veranlasste, ist nunmehr in dankenswerther Weise abgeholfen.

Da das Werk auf den Gebrauch in der Prima höherer Lehranstalten Verzicht leistet, so konnten die Beispiele zur Lehre von den Kettenbrüchen, zu den diophantischen und höheren Gleichungen, zu der Combinationslehre, zu der Wahrscheinlichkeitsrechnung, zu der Lehre von den arithmetischen Reihen höherer Ordnung, zu dem binomischen Lehrsatze, zu der Theorie der unendlichen Reihen, endlich zu der Lehre von den Maximis und Minimis unbedenklich wegfallen. Ausserdem wird auf das Rechnen nach anderen Zahlensystemen, als das decadische ist, und auf die besondere Einübung der Decimalbruchrechnung Verzicht geleistet. In der That ist ersteres überflüssig, wenn das Wesen der decadischen Zahlengesetze gehörig hervorgehoben und veranschaulicht wird; letzteres gehört aber naturgemäss in den Rechenunterricht und wird gegenwärtig, nach Einführung der neuen Maasse und Gewichte, wol nur noch in einigen Gymnasien, wo das Rechnen als das Aschenbrödel des Unterrichtes behandelt wird, dem wissenschaftlichen arithmetischen Unterricht zugewiesen.

Mit der Reduction des Stoffes hängt die methodische Anordnung und Auswahl der Aufgaben zusammen. Absichtlich wird die Anhäufung eines massenhaft zusammengetragenen Materials vermieden, welches um der Befriedigung eines weitgehenden wissenschaftlichen Interesses willen oft genug über das elementare Bedürfniss hinausgeht. Alle hier gebotenen Aufgaben sollen den Unterricht von Stunde zu Stunde begleitend und ergänzend vollständig durchgesprochen und ausgerechnet werden. Daher sind unter den 100 Paragraphen nur zwei — § 44 und § 45 lineare Gleichungen betreffend — von beträchtlicherem Umfange. Alle übrigen stellen kleine Aufgabengruppen dar, welche auf eine geringe und jedenfalls begrenzte Menge von Lehrsätzen sich beziehen und stufenweise in der Schwierigkeit fortschreitend gewöhnlich nur den Lehrstoff von zwei bis vier Stunden umfassen. Jedem Paragraphen sind die wenigen Rechenregeln, die zur Lösung der betreffenden Aufgaben dienen, in der Zeichensprache kurz vorgestellt und die Erläuterung derselben wird regelmässig durch wohlgewählte, ganz einfache Zahlenbeispiele eingeleitet. Zu schwere oder durch weitläufige Rechnungen ermüdende Aufgaben sind nicht aufgenommen. Dem geehrten Herrn Verfasser kam es auf die Qualität, nicht auf die Zahl der Aufgaben an — er hat hierin sein bahnbrechendes Vorbild, die dem Werke zu Grunde gelegte Aufgabensammlung von Meier Hirsch in ihrer ursprünglichen

Gestalt, jedenfalls erreicht und mit Recht eine grosse Anzahl von Aufgaben dieser Sammlung unverändert oder nur mit geringer Aenderung beibehalten.

Die Sammlung gliedert sich in zwei Abtheilungen, von denen die erste für Quarta und Tertia, die zweite für Secunda ausreicht. Die Lehre von den Proportionen ist berücksichtigt; auch geometrische und physikalische Aufgaben sind in passender Beschränkung eingestreut. Schliesslich werden in einem besonderen Abschnitte die wenigen Sätze und Daten zusammengestellt, welche hierbei in Betracht kommen, und die betreffenden Definitionen in Bezug auf die bürgerlichen Rechnungsarten hinzugefügt.

Die Auflösungen befinden sich in einem besonderen Hefte vor und werden von der Verlagshandlung nur an Lehrer gegen die Einsendung von 70 ₰ in Briefmarken abgegeben.

Druck und Papier sind preiswürdig; der Preis von 2 ℳ erscheint jedoch etwas zu hoch gegriffen.

Vor Abfassung des Werkes hat der Herr Verfasser in Betreff einer Anzahl wesentlicher Punkte die Voten aller an höheren Bürgerschulen in Deutschland wirkenden Rectoren und Fachgenossen eingeholt und über zwei Drittel der befragten Anstalten haben mehr oder minder ausführlich geantwortet. Die eingehende Berücksichtigung dieser Voten enthält die beste Bürgschaft für die zweckmässige Begrenzung des zu Grunde gelegten Lehrstoffes.

Hiernach kann die in Rede stehende Aufgabensammlung nicht nur zur Einführung an diejenige Schulart, für welche sie zunächst bestimmt ist, sondern auch an solchen Gymnasien und Realschulen, in deren Prima ein besonderes Aufgabenbuch über alle Zweige des mathematischen Unterrichtes gebraucht wird, warm empfohlen werden.

Dr. H. Schwarz.

Pisko, Prof. Dr. F. J. (Director der Staatsrealschule in Sechshaus bei Wien), Grundlehren der Physik. Elfte neu verfasste Auflage der Physik für Unterrealschulen. Mit 178 in den Text aufgenommenen Holzschnitten. Brünn, 1879. Druck und Verlag von Carl Winiker. Preis?

Dieses Buch, eine vollständige Umarbeitung des früher von demselben Verfasser unter dem Titel „Die Physik für Unterrealschulen"*) herausgegebenen Leitfadens, enthält die Grundlehren der Physik in einer ganz zweckmässigen Anordnung und in einer der Unterrichtsstufe, für welche es geschrieben, im Allgemeinen angepassten Darstellung.

Es behandelt den Lehrstoff der Physik in 11 Abschnitten. In einer Einleitung (I) werden die nöthigen Vorbegriffe und von den

*) Von uns kurz besprochen IV, 424. D. Red.

allgemeinen Eigenschaften die Ausdehnung, Undurchdringlichkeit, Theilbarkeit, Porosität, Ausdehnbarkeit, Zusammendrückbarkeit und Trägheit richtig und in leichtfasslicher Weise besprochen, und ausserdem einige Begriffe der Wärmelehre, wie Wärmezustand, Temperatur, Kälte, Wärmemittheilung klar gemacht, ferner wird das Quecksilberthermometer einer näheren Erörterung unterzogen, ohne hierbei auf die (auch durchaus nicht hierher gehörige) Besprechung über die Anfertigung desselben einzugehen. Ebenso werden daselbst noch die Begriffe Naturerscheinung, Naturgesetz, Kraft, Naturlehre festgestellt. Der Einleitung sind zunächst die Abschnitte über die Schwerkraft (II) und die Molekularkräfte (III) passend angereiht, auf welche der Abschnitt (IV) über die chemischen Erscheinungen folgt. Die Einschiebung dieses Abschnittes, welcher zuerst einige Vorbegriffe, wie chemische Verbindung, chemische Zerlegung, Grundstoffe, Atom, Molekül, die chemischen Grundgesetze und hierauf die wichtigsten Grundstoffe und chemischen Verbindungen selbst bespricht, die für die folgende Molekularphysik, insbesondere für die Optik und Elektricitätslehre als nöthig erscheinen, macht das Buch auch für das Gymnasium verwendbar. Dass nun nicht sogleich mit der Physik der Massen, der Mechanik, begonnen und mit der Molekularphysik fortgesetzt, sondern vor der Mechanik die Lehre von der Wärme (V) (mit Ausschluss der strahlenden Wärme) eingeschaltet wird, kann nur gebilligt werden, da in der Mechanik und den ihr folgenden Theilen der Physik häufig auf die Wirkungen der Wärme Rücksicht genommen werden muss. Die strahlende Wärme lässt der Verfasser dem Abschnitte VIII (Optik) folgen und zwar wegen des ursächlichen Zusammenhanges der Erscheinungen der strahlenden Wärme und der analogen in der Optik mit vollem Rechte. Hier kommt auch die Sonne als Wärmequelle zur Besprechung, obwol dieselbe als die Hauptquelle der Wärme für die Erde schon hätte unter den Wärmequellen (V) hervorgehoben werden können. dem Abschnitte über die Wärme (V) folgen die Mechanik (VI), die Akustik (VII), welche als besonders gelungen zu erwähnen ist, die Optik (VIII), strahlende Wärme (IX), der Magnetismus (X) und die Elektricität (XI). Die letzteren zwei Abschnitte sind sehr fasslich bearbeitet.

Die Auswahl und das Ausmaass des behandelten Lehrstoffes ist auf das Wichtige und Nöthige beschränkt und jedenfalls so getroffen, dass derselbe (mit geringen Auslassungen), wie schon oben bemerkt wurde, auch an (österr.) Gymnasien trotz der an denselben eintretenden Verminderung der für die Physik in der dritten Klasse angesetzten Stundenzahl, woraus sich eine Vermehrung des Lehrstoffes für die 4. Klasse ergibt, wird bewältigt werden können. Dass der Begriff der Arbeit, dessen Feststellung nach der Instruction für den Unterricht an (österr.) Realschulen in die oberen Klassen verwiesen ist, auch in dem vorliegenden Buche erörtert wird, kann

demselben nicht zum Nachtheile gereichen, da ja einerseits wenigstens der Begriff der mechanischen Arbeit auch den Schülern der unteren Klassen sehr leicht klar gelegt, anderseits auch z. B. nur mit demselben das Maass der Standfestigkeit der Körper richtig definirt werden kann (was leider in dem Buche nicht geschehen ist).

Bei der Besprechung einer Maschine wäre es besser gewesen, das Wellrad statt des Hebels zu Grunde zu legen.

Was die Behandlung des Stoffes im Einzelnen betrifft, so hat der Verfasser sein Augenmerk darauf gerichtet, die aufzustellenden Gesetze und Definitionen, wo es überhaupt möglich, durch Induction entweder aus den Schülern bekannten Erscheinungen und Erfahrungen oder doch aus einfachen Versuchen abzuleiten. Leider scheint dieses so löbliche Vorhaben nicht consequent durchgeführt. So wäre z. B. der Begriff der Fliehkraft nur aus den Schülern bekannten Erfahrungen herzuleiten. Aehnliches gilt vom hydrostatischen Paradoxon, vom Auf- und Seitendruck der Flüssigkeiten, wobei das Experiment vorangehen sollte. Auch bei der Aufstellung der Begriffe der gleichförmig beschleunigten Bewegung und der Geschwindigkeit und Acceleration bei derselben können die Versuche mit der Fallmaschine Alles leisten. Wenn bei einer Durchsicht und Verbesserung des Buches der Verfasser darauf Rüchsicht nehmen wollte, so dürfte er seinen Zweck verständiger erreichen.

Von sachlichen Mängeln, die zu berichtigen sind, um das Buch zu einem recht brauchbaren zu machen, sind die wichtigsten etwa folgende. In § 15 ist der Satz „alle Körper werden mit gleicher Kraft zur Erde gezogen, d. h. alle Körper sind gleich schwer“ entschieden unrichtig. Der erste Theil muss ganz fallen gelassen werden; gegen den zweiten ist der Sprachgebrauch (freilich kein massgebender Grund für die Weglassung). Doch wozu soll dieser Widerspruch beibehalten werden, wenn er ganz ohne Nutzen ist und man ohne denselben ganz gut auskommen kann? Damit muss dann natürlich auch die Art der Ableitung der Proportionalität von Masse und Gewicht (17) und des Dichtebegriffes (18) fallen. Von minderem Belang, aber doch zu entfernen, ist der Ausdruck Mischung (61) als im Widerspruche mit der Erklärung dieses Begriffes im § 30 stehend. (Von einer Wärmemischung war vorher nirgends die Rede.)

In § 80 werden die Sätze über die Berechnung der Wege (bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung) ungenau angegeben. Die Art des Nachweises für das Auftreten der Fliehkraft bei einer Centralbewegung (§ 126) ist jedenfalls eine verfehlte. Dass in § 107 die alte Definition des Hebelarmes beibehalten wurde, kann nicht gebilligt werden.

Ausserdem wäre noch zu erwähnen, dass § 127 unvollständig, dass in § 149, S. 99, Z. 1 v. o. ein sinnstörender Druckfehler stehen geblieben ist; dass ferner die Zahlenangaben in § 188 über den Durchmesser der Erdbahn und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

des Lichtes geändert werden könnten. Das Gesetz der Abhängigkeit der Beleuchtungsstärke (§ 189) von der Entfernung zwischen Lichtquelle und beleuchteter Fläche lässt sich wol besser unter Zuhilfenahme von concentrischen Kugelflächen, in deren Mittelpunkte sich die Lichtquelle befindet, ableiten. Von ungenauen Definitionen seien nur die der Begriffe: Schmelzen, Verdunsten, rotirende Bewegung, Keil hervorgehoben.

Zu schätzen ist an dem Buche (was man überhaupt bei den Lehrbüchern von Pisko findet) die Uebersichtlichkeit des behandelten Lehrstoffes, welche durch den fetten Druck der Inhaltsangaben am Kopfe jener Nummer gewonnen wird. Die dem Texte beigedruckten Figuren sind nicht immer hinreichend deutlich, einige derselben wie Fig. 68, 109, 110, 139, 141 auch unrichtig.

Abgesehen von den angeführten Mängeln hat aber das Buch so viele Vorzüge, welche in der richtigen Anordnung und Beschränkung, in der Uebersichtlichkeit des Lehrstoffes, ferner besonders in der meist gelungenen Einfachheit und Klarheit in der Darstellung der Erscheinungen und der Ableitung der Gesetze liegen, dass das Buch zur Einführung mit gutem Gewissen empfohlen werden kann.

Prag. Prof. Knothe.

Nachschrift der Redaction. Wir sind mit dem in vorstehender Recension enthaltenen Lobe im Allgemeinen ganz einverstanden, und freuen uns demselben beistimmen zu können. Wir haben das Buch unseres geehrten Herrn Mitarbeiters längere Zeit bei unserem Unterrichte benutzt und haben es für deutsche Schulen, welche den österr. Unterrealschulen etwa gleich stehen, recht brauchbar und zweckmässig gefunden. Es wird neben den Büchern von Crüger, Müller, Weinhold, Krist u. A. einen ehrenvollen Platz zu behaupten wissen. Dieser Ansicht hat sich auch das k. k. Unterrichtsministerium nicht verschlossen, da es das Buch als zum Gebrauch in der Schule zulässig erklärte (approbirte). Hinsichtlich der vom Herrn Verfasser der vorstehenden Recension gemachten Ausstellungen lässt sich vielleicht über einige Punkte streiten; z. B. für einen elementaren Unterricht — wie er doch im Untergymnasium und in der Unterrealschule sein soll — dürfte sich die Erklärung der Beleuchtungsstärke (§ 189) besser durch ein Modell, wie es die Fig. 113 (S. 131) angibt, erklären lassen, als durch concentrische Kugelflächen, weil dazu schon stereometrische Kenntnisse und geübte geometrische Phantasie gehören. Aber zwei andere Eigenschaften, deren der Herr Referent nicht erwähnt, dürften vielleicht, nach unserer unmassgeblichen Ansicht, den Werth des Werkchens erhöhen: Erstens sollten consequent die das Gesetz beweisenden Fundamentalversuche — und zwar immer die anerkannt besten — wenn irgend möglich vorangehen und aus ihnen sollte das Gesetz durch In-

duction abgeleitet werden. Diese, übrigens gar nicht neue, Forderung ist im vorliegenden Buche nicht überall erfüllt. So ist z. B. in Nr. 57 (S. 31) zwar der Versuch für die Ausdehnung starrer Körper durch Wärme angegeben, nicht aber der (oder ein) Versuch für flüssige und luftförmige Körper. (Man sehe dagegen Müller, die Schule der Physik, S. 174 u. f.*) Aehnliches findet sich noch an manchen anderen Stellen.

Zweitens: Der Herr Verfasser hat zwar die bei der Abfassung solcher Bücher sehr schwere Tugend weiser Beschränkung zu üben vermocht und reicht das Gebotene für die bezeichnete Unterrichtsstufe vollkommen aus. Dennoch wollen wir die Ansicht nicht verhehlen, dass einiges Uebungsmaterial die Brauchbarkeit des Buches erhöht haben würde (eingestreute Repetitionsfragen, Rechnungsaufgaben, Aufgaben zur Erklärung oder Erläuterung physikalischer Vorgänge, Zeichnungen von Apparaten u. dgl. m.). Es wäre dadurch eine Aufgabensammlung überflüssig gemacht. Denn bekanntlich fordert die gegenwärtige Methode des physikalischen Unterrichts nicht nur zweckmässige Fundamentalversuche, sondern auch Einübung des Gelernten durch Wiederholungsaufgaben. Mit einem blosen Durchlesen (Ueberlesen, Durchgehen, in Oesterreich „Lernen") des im Buche Stehenden ist es nicht abgethan. Wo jene beiden Unterstützungsmittel fehlen, da steht der physikalische Unterricht nicht auf der Höhe der Zeit; er artet leicht aus in eine angenehme, tändelnde Unterhaltung (wie z.B. in Mädchenschulen)**), im schlimmsten Falle in ein Geschwätz oder — eine Spielerei. Jede Schule und jede Schulbehörde begeht daher eine Unterlassungssünde, wenn sie nicht die nöthigen physikalischen Lehrmittel anschafft, resp. unerbittlich fordert***). Aber auch jeder Lehrer macht sich einer Lässigkeit schuldig, wenn er das Gelernte nicht durch Aufgaben einübt. Um nun säumigen oder überbürdeten Lehrern unter die

---

*) Wie viel der verstorbene Müller auf klar demonstrirende Versuche hielt, das geht aus einer Stelle seiner Vorrede zur „Schule der Physik" (Braunschweig 1824, S. VII) hervor: „Es erschien mir durchaus nöthig, die Versuche mit der genügenden Ausführlichkeit zu besprechen und namentlich die Vorsichtsmassregeln anzugeben, welche den Erfolg des Versuches sicherstellen. Ich habe deshalb (in diesem Werkchen) keinen Versuch beschrieben, den ich nicht unmittelbar vorher angestellt und von dessen Gelingen ich mich überzeugt hatte. Auf diesem Wege habe ich manchen Versuch beseitigt, der seit längerer Zeit ohne Kritik von Buch zu Buch wandernd, auf dem Papier sich zwar ganz schön ausnimmt, bei der Ausführung aber mehr oder weniger misslingt."

**) Wie schwer es ist gegen diese Sucht der Schülerinnen und Directricen anzukämpfen, das haben wir während eines dreijährigen physikalischen Unterrichts an einer höheren Töchterschule in Wien erfahren müssen.

***) Dies gilt ganz besonders für Privatschulen, gegen welche die Schulbehörden hierin eine unverzeihliche Toleranz zeigen. Hierüber haben wir in Hamburg traurige Erfahrungen gemacht und werden diese in einer Miscelle am Schlusse des nächsten Heftes mittheilen.

Arme zu greifen, ist es zweckmässig, wenn das physikalische Lehrbuch — wie es ja die mathematischen Lehrbücher schon längst thun — selbst Uebungsmaterial bietet. Natürlich wird der geschickte Lehrer dafür sorgen, dass die so oft beklagte Ueberbürdung der Schüler dabei vermieden werde. Die Aufgaben müssen leicht sein und meist in der Unterrichtsstunde gelöst werden.

Wir würden uns freuen, wenn der geehrte Herr Verfasser, der bekanntlich auf dem Gebiete eines anregenden physikalischen Unterrichts und der Experimentirkunst Meister ist, bei einer nächsten Auflage, die gewiss nicht lange auf sich warten lassen wird, unseren Wünschen wenigstens einigermassen Rechnung tragen wollte.

Das Buch würde sich dann auch brauchbarer erweisen für gewisse Gattungen deutscher Schulen (höhere Knaben- und Töchterschulen, Mittelschulen [im preussischen Sinne], Seminarien). Wir empfehlen es nochmals der Beachtung aller Fachgenossen.

H.

Bohn, Dr. C. (Prof. der Physik an der Forstlehranstalt in Aschaffenburg), Ergebnisse physikalischer Forschung. Mit 578 Holzschnitten. Leipzig, 1878. Verlag von W. Engelmann. XXXVI u. 1021 S. Preis ?

Der Verfasser des vorliegenden umfangreichen Buches unternimmt es, die Ergebnisse oder Resultate physikalischer Forschung, gesondert von den Mitteln und Wegen, welche sie finden liessen, dem Lehrer- und Gelehrten-Publikum darzubieten, so dass man sie gleichsam lexicographisch vor sich hat; gewiss ein bei dem heutigen kolossalen Anwuchse der Wissenschaft recht verdienstliches Werk. Doch bringt das Buch nicht eine zusammenhangslose Anhäufung von Resultaten, sondern der Stoff ist geordnet nach dem Principe der Verwandtschaft der Lehren. Der Verf. sagt hierüber in der Vorrede (S. VI): „Eine unvermittelte Zusammenstellung von Thatsachen und Lehrsätzen hat wenig Werth — sie würde das Wesen der Physik entstellen, sie zu einer Glaubenslehre herabdrücken. Daher werden die Forschungsweisen, die Theorien und Hypothesen durchaus nicht mit Stillschweigen übergangen, sondern es wird reichlich soviel davon mitgetheilt, als nöthig und nützlich erscheint, festes Vertrauen in die Richtigkeit der Ergebnisse und Einsicht in den Zusammenhang der mannichfachen Erscheinungen wie der Anwendungen physikalischer Gesetze zu erzeugen. Die reine Gedächtnissarbeit muss auf das möglichst geringe Maass herabgedrückt werden."

Hiernach nun hat der Verf. den gesammten Stoff in VII grössere Abschnitte gruppirt. Diese sind: I. Allgemeinstes über Körper und Kräfte als Einleitung. — II. Allgemeine Mechanik und Schwere (Gravitation). — III. Physikalische Mechanik. — IV. Wärmelehre.

— V. Lehre von der Strahlung (Licht und strahlende Wärme). — VI. Magnetismus und Elektricität. — VII. Nachtrag und Anhang: Kinetische (mechanische) Theorie der Wärme. — Von der Uebersichtlichkeit, Kürze, Allgemeinheit und Bestimmtheit der mathematischen Zeichensprache reichlich Gebrauch machend, verschmäht der Verf. doch auch nicht die präcise Wortfassung, ebensowenig wie die Graphik — das Buch enthält 578 Holzschnitte. — Das Geschichtliche ist planmässig ausgeschlossen, ohne dass deshalb auf die den jedesmaligen Erfinder ehrende Namengebung (Mariotte's Gesetz, Torricelli's Lehre und dergl.) verzichtet worden wäre. Ersetzt wird das geschichtliche Moment einigermassen durch die dem Buche angehängten Literaturangaben, die freilich so in einem nur losen Zusammenhange mit dem Texte stehen. Wir würden es vorgezogen haben, diese Literaturangaben durch Anmerkungen mit dem Texte zu verschmelzen.

Hinsichtlich der Verwendung des Buchs denkt sich der Verf. dasselbe vor Allen nützlich bei der Vorbereitung auf Prüfungen, „in denen die künftigen Physiker, Lehrer der Naturw., Techniker, Chemiker, Aerzte, zunächst nach den wissenschaftlich feststehenden Thatsachen und Gesetzen, dann erst in zweiter Linie nach den Theorien und Hypothesen, endlich selten oder nicht nach den Mitteln und Wegen der Forschung gefragt werden." Wir möchten dieses „selten oder nicht" nach unseren Erfahrungen und Erkundigungen gerade beim Lehrer der Naturwissenschaften (Physiker) sehr bezweifeln. Die Hauptbenutzung des Buchs dürfte sonach im Nachschlagen (Nachlesen) bestehen und im schnellen Informiren (Orientiren) bei Fragen in zweifelhaften Fällen. Die vorausgesetzten Kenntnisse sind die der niedern (oder Elementar-) Mathematik; doch wird man bisweilen, z. B. in der mechanischen Wärmetheorie und in der Lehre vom Elektromagnetismus (S. 865 und S. 853) auch auf Differentiale und Integrale stossen.

Ein sehr genaues Inhaltsverzeichniss, ein ausführliches Sachregister, die Inhalts- und Paragraphenangabe am Kopfe jeder Seite, endlich der fette Druck der Paragraphenüberschriften erleichtern sehr die Orientirung und das Nachschlagen: Einrichtungen, welche manchen Verfassern heute leider noch unbekannte Höflichkeiten gegen den Leser sind. Auch die Verlagshandlung hat es an schöner Ausstattung nicht fehlen lassen. Der Druck des Textes und der Formeln ist gross und deutlich, die Figuren sind sauber, nur der Notenstich in der Schalllehre könnte künstlerischer sein. Wir empfehlen dieses Werk der Aufmerksamkeit unserer Herren Fachgenossen und versparen uns, mit Rücksicht auf den sehr umfangreichen Inhalt, eine eingehende Besprechung über Auswahl, Umfang und methodische Behandlung des Stoffes resp. über eventuelle wünschenswerthe Aenderungen oder Berichtigungen auf eine spätere Zeit. H.

KRAUSE, G., **Tabelle zum Gebrauche für chemische, technische und pharmaceutische Laboratorien, enthaltend die Namen, Symbole, Quantivalenzen, Atom- und Aequivalentgewichte, specifischen Gewichte, Schmelzpunkte, specifischen Wärmen, Jahre der Entdeckung und die Namen der Entdecker der chemischen Elemente.** Köthen, Otto Schulze. Jahr?? 1 Blatt gr. Fol. Preis 1 *M.*

Der Inhalt der Tabelle erhellt schon aus deren Titel und es erübrigt uns somit nur Weniges darüber zu sagen. Aufgenommen sind 63 Elemente, da das Pallium sich darunter noch nicht vorfindet; vielleicht aus dem Grunde, dass er zur Zeit der Drucklegung noch nicht entdeckt war. Ob dem so, vermögen wir freilich nicht zu beurtheilen, da auffallender Weise die Tabelle keine Jahreszahl trägt, obwol die Beisetzung derselben gerade bei einer Tabelle, deren Zahlen den fortschreitenden Entdeckungen gemäss einer steten Aenderung unterworfen sind, dringender als sonstwo geboten erscheint. Wir müssen aus diesem Grunde auch bedauern, die Ziffern der einzelnen Rubriken keiner strengen Controlle unterziehen zu können, obwol wir für unseren eigenen Gebrauch heute manche davon streichen, resp. ändern würden.

Was den Zweck der Tabelle betrifft, so sind wir der Ansicht, dass man in „chemischen, technischen und pharmaceutischen Laboratorien", für welche ja die Tabelle entworfen wurde, nicht gerade häufig in die Lage kommen dürfte, von der Mehrzahl der Rubriken Gebrauch zu machen; kaum wird man uns widersprechen können, wenn wir behaupten, dass für den Techniker, den Pharmaceuten und überhaupt den praktischen Chemiker nur gar zu selten die Nothwendigkeit erwachsen mag, die specifische Wärme der Elemente u. d. gl. nachzuschlagen, geschweige denn sich am Arbeitstische über die Entdeckungsjahre und Namen der Entdecker chemischer Elemente zu informiren.

Was weiter die Anführung des Chrom, des Aluminium als dreiwerthiger, des Eisen, des Kobalt, Mangan, Nickel als zweiwerthiger Elemente betrifft, so vermögen wir nicht stillschweigend darüber hinwegzugehen. Man mag über den „Wechsel der Atomigkeit" welche Meinung immer haben, gewissen allgemein adoptirten Grundlehren muss man aber doch Rechnung tragen. — Der Herr Verfasser hätte ferner auch gut gethan, wenn er rein theoretisch abgeleitete Ziffern für noch nicht einmal isolirt dargestellte Elemente (spec. Gew. des Fluor) in seine für Praktiker bestimmte Tabelle nicht aufgenommen hätte.

Schulzwecken Entsprechendes vermögen wir schliesslich der Tabelle nicht viel abzugewinnen.

Wien. Dr. GUSTAV JANEČEK.

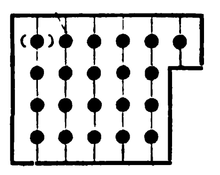
Jessen, Dr. med. et phil. Carl F. W. (Professor der Botanik), Deutsche Excursionsflora. Die Pflanzen des deutschen Reichs und Deutsch-Oesterreichs nördlich der Alpen mit Einschluss der Nutzpflanzen und Zierhölzer tabellarisch und geographisch bearbeitet. Mit 34 Original-Holzschnitten, 320 verschiedene Zeichnungen enthaltend, geschnitten von Ad. Closs in Stuttgart. Hannover, Philipp Cohen. 1879. Preis 9,50 ℳ.

Es ist diese Flora hervorgegangen aus Vorträgen und praktischen Uebungen im Pflanzenbestimmen, welche der Verfasser an der landwirthschaftlichen Akademie Eldena und zum Theil in Greifswald abhielt; sie soll es ermöglichen, die Gefässpflanzen und Armleuchtergewächse des gesammten Deutschlands, die wildwachsenden wie die üblichen Nutz-Pflanzen, die gemeinen Gartenpflanzen, sowie sämmtliche im Freien aushaltenden Zierhölzer zur Blüthezeit leicht und sicher zu bestimmen. Das Gebiet derselben ist demnach umfassender, das Material ein weit grösseres, als in den meisten vorhandenen Floren; dazu lehrt sie die Pflanzen zur Blüthezeit zu bestimmen (daneben werden häufig auch noch andere Bestimmungstabellen nach den Früchten gegeben), während dies anderwärts, besonders bei einigen schwierigen Gattungen, nur nach den Früchten möglich ist.

Verfasser wird seiner Aufgabe gerecht, indem er eine kurze präcise diagnostische Uebersicht nicht nur der Klassen, Ordnungen, Familien und Gattungen nach dem natürlichen und Linné'schen System (nebst einer Bestimmungstabelle der Wasserpflanzen und der Holzpflanzen nach den Blättern), sondern auch sämmtlicher Arten den ausführlicheren Speciesdiagnosen vorausschickt und ausserdem noch die charakteristischsten Familienmerkmale durch meist gute Holzschnitte dem Verständniss näher bringt. Solche Holzschnitte sind z. B. den Familien der Gramineen, Cyperaceen, Orchideen, Coniferen, Salicaceen, Cupuliferen, Aristolochiaceen, Ranunculaceen, Rosaceen, Leguminosen, Umbelliferen, Compositen und noch etwa 25 anderen Familien beigefügt.

Ausser der kurzen aber doch ausführlichen Diagnose ist jeder Pflanze noch beigegeben der deutsche und — da die Flora auch die neuen Reichslande und die Grenzlande umfasst — der französische, polnische, öfter auch der serbische Name. Für die lateinischen und deutschen Namen ist Ursprung, Etymologie, wo nöthig auch Aussprache zum Theil auf Grund neuerer eigener Untersuchungen des Verfassers angegeben. So finden sich z. B. für die Himbeere die Bemerkungen: „Rubus L. (der altlat. N. = reissend, stechd., verwandt rumpo) Brombeerstrauch (altdeutsch bram = Dorn); zonce; malina; — idaeus L. (d. altgr. N. = vom Ida) Himbeere, altd. Hind- (= Hirschkuh)". Ferner ist ausser der üblichen Angabe der Lebensdauer, Blüthezeit, der Nutzanwendung, des Vater-

landes, der Zeit der Einwanderung, der Standörter, für seltenere Pflanzen noch ein Kärtchen der geographischen Verbreitung von der folgenden Form beigefügt:



In diesem Kärtchen von Deutschland bedeuten die einzelnen Punkte das Vorkommen der betreffenden Pflanze in den einzelnen Provinzen:

(Holland.)	Hannover.	Schleswig-Holstein. Lauenburg.	Mecklenburg, Vorpom.	Mittelpom.	Preussen.
Pr. Rheinprovinz.	Westphalen.	Harz.	Mark.	Posen.	
Mittel-Rhein.	Hessen.	Thüringen.	Sachsen.	Schlesien.	
Süd-Rhein.	Württemberg.	Bayern.	Böhmen.	Mähren, Oestreich.	

Lothringen ist meist zur Rheinprovinz gerechnet, der Mittelrhein umfasst besonders die bayerische Pfalz und Rhein-Hessen nebst Frankfurt, der Süd-Rhein Elsass und ganz Baden bis zum Bodensee. Der s. Theil von Hannover ist zum Harz gezogen etc. Wer sich also den Punkt, der seine Provinz bezeichnet, merkt, wird sofort erkennen, ob die Pflanze in dieser gefunden worden ist. Die Zusammenziehung einzelner Florengebiete von ausgeprägt verschiedenem Charakter war bei dieser Form der Darstellung freilich unumgänglich.

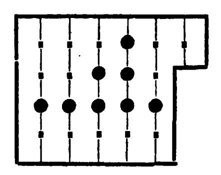
Schliesslich werden durch besondere Zeichen (fetteren Druck, Klammern etc.) seltenere und verbreitetere, einheimische und eingeschleppte oder eingewanderte Pflanzen unterschieden und wird in den Einzelbeschreibungen auf landwirthschaftliche und pharmaceutische Fragen besondere Rücksicht genommen, wie sich auch als Anhang ein Verzeichniss der deutschen Arzneipflanzen nach den Benennungen der Pharmacopoea borussica und germanica findet.

Um das sehr umfangreiche Material in einen nicht zu voluminösen Band (sogenanntes „Taschenformat") zu bringen, war es nöthig, dass beim Druck kleinere Buchstaben verwendet und dass zahlreiche Abkürzungen eingeführt wurden. Die ersteren sind aber, besonders für ein dem Schüler in die Hand zu gebendes Buch, zu winzig ausgefallen; derartige Bücher gewöhnen den Schüler an eine unnatürliche Körperhaltung, die leicht Kurzsichtigkeit im Gefolge haben kann. Störend ist es auch, dass im Register die Namen der Gattungen nicht durch fetteren Druck hervorgehoben sind, zumal vor denselben, wie vor denen der Arten, sich meist noch Zahlen finden. An die Abkürzungen kann man sich bald gewöhnen, wenn sie auch Anfangs die Uebersicht erschweren und zum Theil schwer kenntlich gemacht sind. Es dürfte sich dabei empfehlen, die wichtigsten Consonanten oder wo möglich auch einige Vocale des Wortstammes stehen zu lassen, die zur sofortigen Erkennung des Wortklanges

dienen. So wird man Olich und Nlich nicht so bald verstehen als das ebenso kurze östl. und nördl., StB, StFad nicht so leicht als Stbbtl. und Stbfd. etc.

Leider sind eine Menge oft störender Druckfehler, Versehen und Ungenauigkeiten stehen geblieben, so dass es wol kaum genügen würde, wenn das sich bereits auf zwei engbedruckte Seiten belaufende Register der Verbesserungen die doppelte Länge erhalten hätte. Wir wollen nur einige derselben citiren: Hypéricum für Hyperícum, pag. 212 niloko für mloko, Tithymalus exiguus Mich. für (L) Mnch., pag. 230 Teesdalis für Teesdalea, Gymnocladus = Nachtzweig für Nacktzweig, pag. 133 letzte Zeilen 604 für 605, lamiginosus, Cryphogamen etc. Die Correctur Weigela für Weigelia (pag. 710) — man denke an das siebente Wunder Jena's „Weigeliana domus —, Diervilla (pag. 80) für Diervillea verstehen wir nicht, da richtig Sieglingia (Siegling), Weingärtneria, Gagea (Thomas Gage) gebildet wird. Dass Nonnea Med. (nicht „Nonea"), eine Gattung, die von Medikus nach dem Erfurter Floristen Nonne benannt wurde, einen altgriechischen Namen haben soll, ist wol nur Versehen; ein ähnliches Wort konnten wir in einem griechischen Lexicon nicht auffinden.

Localfloren und Specialarbeiten über dieselben wie über einzelne Gattungen hätten vom Verfasser mehr benutzt werden können. Die Standörter sind zum Theil sehr unvollständig angegeben, so sind z. B. bei Collomia grandiflora Dougl. (das auch an trocknen, steinigen Stellen verwildert ist) nur die ältesten Standörter angegeben, während dasselbe jetzt an zahlreichen Orten Thüringens, des Harzes, Hessens, des Voigtlandes, des Königreichs Sachsen eingebürgert ist. Die Pflanze hat nach den mir bekannten Standörtern folgende Verbreitung:



Collomia Cavanillesii Hook. Arn., das schon seit Anfang der 50er Jahre im Oberelsass an den Ufern der Thur zwischen Feldkirch und Pulversheim eingebürgert ist, wird nicht erwähnt. Mimulus luteus L, der schon seit langer Zeit an Flussufern in Schlesien, der Uckermark, der Rheinprovinz, in Thüringen (Truse, Schleusse) u. a. O. eingebürgert, wird nur als Zierblume bezeichnet. Mimulus moschatus Dougl., im Göltzschthal (Königreich Sachsen) völlig verwildert (Jahresber. für Naturk. zu Zwickau 1875) fehlt. Bei Polemonium coeruleum L fehlten die Standörter Ebersdorf und Schleiz in Thüringen. Im Voigtland kommen z. B. noch vor Medicago hispida Urb. a. denticulata Willd. Lathyrus aphaca L u. a., bei

denen dieser Standort nicht notirt ist. — Die Specialarbeiten von Nägeli über Hieracium; Focke, Babington u. A. über Rubus, Christ, Deléglise und Crépin über Rosa, Urban über Medicago und über einige andere Gattungen scheinen nicht, oder nur unvollständig benutzt zu sein. Bei anderen Gattungen finden wir neue zum Theil in anderen Floren noch nicht zur Verwendung gekommene Untersuchungen verarbeitet, die eine wesentlich neue Auffassung der systematischen Stellung oder der morphologischen Bedeutung bestimmter Organe herbeigeführt haben. Hinsichtlich des letzten Punktes dürfte die Strassburger'sche Entdeckung einer Hülle bei den Samenknospen der Coniferen (welche Strassburger als ein Analogon des Fruchtknotens auffasst) den Verfasser vielleicht doch zu weit geführt haben, wenn er nicht nur den Namen der Gymnospermen tilgt, sondern dieses Mittelglied zwischen Sporen- und Blüthenpflanzen der sehr zweifelhaften Abtheilung Apetala der hochentwickelten und in der Erdgeschichte erst zuletzt auftretenden Dicotyledonen unterordnet. Der Name Dicotyledonen wäre dann übrigens eben so falsch, wie der beseitigte. Vielleicht ist es auch hauptsächlich diese Entdeckung mit gewesen, welche den Verfasser bewogen hat, die bisher gebräuchlichen Systeme, „die den neueren Forschungen gar zu wenig entsprechen", zu verlassen und ein neues an deren Stelle zu setzen. Derselbe zerlegt das Pflanzenreich in die beiden Abtheilungen der Aërogamen oder Luftblüthler (Phanerogamen L, Anthophyten Al. Braun) und der Hygrogamen oder Wasserblüthler (Cryptogamen L, Sporophyten Al. Braun). Bei ersteren findet eine Befruchtung durch Blüthenstaub statt, dessen Körner durch die Luft auf die Narbe gelangen etc., während unter den letzteren solche Pflanzen verstanden sind, die statt des Blüthenstaubes bewegliche Samenfäden (Spermatozoiden) haben, welche im Feuchten zur Narbe wandern. Bei dieser Eintheilung werden die biologischen Errungenschaften der Neuzeit, die Entdeckungen von Delpino, Darwin u. a. völlig übersehen; denn ausser den eigentlich anemophilen und zoophilen Pflanzen (die als Bestäubungsvermittler Insekten, Colibris, Schnecken haben) gibt es unter den „windblüthigen" unserer Flora auch ächte Hydrophile, die getrenntgeschlechtig unter Wasser leben und bei denen die Befruchtung wirklich unter und im Wasser vor sich geht, indem der reichlich entwickelte Pollen vom specifischen Gewicht des Wassers durch die Strömungen des Wassers zur Narbe transportirt wird, z. B. Zostera, Ceratophyllum und verw. Bei solchen Pflanzen (wie auch bei den Orchideen und Asclepiadeen) hätte übrigens der Verf. zu anderen glücklich gewählten Ausdrücken (wie Erdstamm für Wurzelstock etc.) auch die Kerner'schen Ausdrücke „Pollenbehälter", „Pollenblüthler", „Belegung" etc. für die falschen Bezeichnungen Staubkolben, Staubblätter, Bestäubung adoptiren sollen. — Fällt so ein Theil der Wasserblüthigen mit in die Abtheilung der Aërogamen, so trifft andererseits die Definition der Hygrogamen nicht für einen

guten Theil der Thalloden; die Flechten haben überhaupt keine Spermatozoiden, unter den Pilzen sind es nur die Phycomyceten und Myxomyceten, welche unter diese Abtheilung fallen würden, während z. B. die bekannten Hutpilze weder Schwärmsporen noch Narben bilden, von den Algen gilt die Definition der Hygrogamen gleichfalls nur zum Theil (nicht für die Conjugaten u. a.). Auch die weitere Eintheilung der Hygrogamen ist sicherlich der von Alexander Braun nicht vorzuziehen: dieselben zerfallen in die „Farnkrautklasse" (Farrenkräuter und Bärlappe), die „Moosklasse" (Armleuchter und Moose) und „die niedern Klassen der Flechten, Pilze und Algen".

Besondere Mängel des vorliegendes Buches scheinen mir jedoch zu liegen in der gänzlichen Vernachlässigung des Prioritätsprincips und der Pflanzenbiologie und in der einseitigen starren Auffassung der Begriffe Art und Gattung. Was den ersten Punkt anlangt, so glaubt der Verfasser, dass „die Autorennamen bei unseren Pflanzen wenig Werth haben", „sie sollen nach Linné anzeigen, wo die Art und Gattung zuerst genügend beschrieben ist, die Ausnutzung als Ruhmeshalle der Botaniker ist ein böser Missbrauch". Gerade des Verfassers Manier, die Arten und Gattungen umzuändern und zu benennen, bei dem oft gänzlichen Mangel der Synonymen, zeigt recht deutlich die Nothwendigkeit der Autorennamen. Man weiss zuweilen kaum, welche Art der Verf. bei seiner Bezeichnungsweise meint. Soll nicht der Willkür Thür und Thor geöffnet werden und soll nicht Jeder das Recht haben, willkürlich den Namen bereits benannter Pflanzen umzuändern (Mihi-Jäger), so ist gerade die Einhaltung des strengsten Prioritätsprincips nöthig, und zwar empfiehlt sich dem Botaniker als die praktischste Bezeichnungsweise nach demselben die von Ascherson in seiner Flora der Provinz Brandenburg angewandte. Von den zahlreichen Verstössen gegen dieses Princip nur einige Beispiele: Verfasser schreibt Falcaria vulgaris Bernh. für F. sioides (Wib) Aschs., Vincetoxicum officinale (Mnch 1794) für V. album (Mill. 1768) Aschs., Asclepias Cornuti Decaisne für A. syriaca L., Podospermum laciniatum Bischoff für P. lac. (L.) De C., Taraxacum officinale Web für T. vulgare (Lmk 1778) Schk, Tithymalus L. für Tithymalus Scop.

Sieht man, wie zahlreiche Angaben der verschiedensten Art bei der einzelnen Pflanze zusammengedrängt sind, so muss man sich wundern, dass in dem ganzen Buche biologische Eigenthümlichkeiten mit keiner Sylbe erwähnt werden und in den Abbildungen vermieden werden (Orchideen, Aristolochia etc.) selbst da, wo dieselben mit morphologischen beim Bestimmen und der Beurtheilung der systematischen Stellung wichtigen Abänderungen Hand in Hand gehen. Und doch hätten sich die Heterostylie (Primula, Menyanthes, Hottonia, Lythrum, Oxalideen), Dichogamie (Plantago, Luzula, Geranium, Saxifraga etc.), Kleistogamie (Viola, Oxalis, Lamium, Collomia etc.), Gynodiöcie (Glechoma, Thymus, Scabiosa, Plantago etc.) und

andere biologische Eigenthümlichkeiten (durch einfache Zeichen oder Abkürzungen) leicht andeuten lassen, wie es in anderen floristischen Werken neuerdings geschehen ist. Bei Alectorolophus, Euphrasia (pratensis und officinalis), Iris, Viola tricolor (arvensis und vulgaris u. a.) verdienten die Insektenvarietäten (d. h. die durch Anpassung an gewisse Insekten entstandenen Formen), welche früher bei Euphrasia z. B. als selbständige Gattungen aufgefasst wurden, erwähnt zu werden. Bei Mentha sind nach des Verf. Ansicht viele unfruchtbare Varietäten als Bastarde beschrieben, ein Theil der Formverschiedenheiten ist aber sicher auch der Gynodiöcie zuzuschreiben. Dass die macro-, meso- und microstyle Form von Oxalis Valdiviana früher als besondere Varietäten bezeichnet wurden, hätte schon zur Erwähnung der gleichen Verhältnisse bei Lythrum Salicaria etc. führen sollen. Die Brunella vulgaris parviflora dürfte nur die weibliche Form der normalen Art sein, die wie bei fast allen gynodiöcischen Pflanzen kleiner als die Zwitterform ist. Die complicirten hochinteressanten Blüthenverhältnisse der Asclepiadeen, deren Bedeutung zuerst 1866 von Hildebrand erkannt wurde, sind weder aus der Beschreibung noch Abbildung verständlich. Die schwarzen Hornplatten („Klemmkörper"), an denen die Pollinarien zweier getrennter Pollenblätter durch Stränge befestigt sind und später durch Insekten hervorgezerrt werden müssen, wenn eine Belegung der Narbe erfolgen soll, sind als „Drüsen" bezeichnet und sollen die beiden Pollinarien selbst zu einem Pollengefäss (nicht Staubgefäss!) gehören. Der carnivoren Pflanzen, die kürzlich erst in der Encyclopädie der Naturwissenschaften von Dr. Drude trefflich abgehandelt worden sind, wird nur bei Gelegenheit der Utriculariablasen Erwähnung gethan, „die schwerlich Verdauungsapparate für Wasserthiere darstellen". Die Ergebnisse der Versuche und Untersuchungen von Ch. Darwin, Cohn u. a. über Utricularia, wie die der Experimente von F. Darwin, Rees an Drosera werden dabei ignorirt.

Diese Vernachlässigung aller Thatsachen, die ihre Erklärung in der Anpassung (sei es der Ernährungsapparate oder der Fortpflanzungsapparate oder Schutzapparate der Pflanzen) im Darwin'schen Sinne finden, ist vielleicht zurückzuführen auf die gegnerische Stellung des Verfassers zur Descendenz- und Selectionstheorie.

Hieraus würde sich auch die starre Auffassung des Artbegriffes und das damit zusammenhängende Bestreben, durch weit fortgesetzte Reduction die gehofften fest umgrenzten Arten und Gattungen zu finden, erklären lassen. Die gesuchten Arten und Gattungen sollen durchaus und für immer constant bleiben. „Die Zahl der Gattungen", heisst es in der Einleitung, „ist den neuerdings so zahlreich aufgefundenen Uebergangsformen gemäss sehr verringert zum Vortheil der Uebersichtlichkeit, in manchen Familien sind obendrein die Gattungsunterschiede unbedeutend und von geringem Werth" (z. B.

bei den Gräsern, Doldengewächsen u. s. w.). So umfasst die Gattung Lychnis Jessen noch die Genera: Saponaria, Coronaria, Melandryum, Agrostemma; die Gattung Stellaria Jessen: Möhringia, Holosteum, Arenaria, Malachium; Cytisus Jessen: Genista, Sarothamnus; Pimpinella Jessen: Carum; Apium Jessen: Trinia, Petroselinum; Prunus Jessen: Amygdalis etc. etc. „Zu einer Art", steht weiter in der Einleitung, „rechne ich alle die Formen (Abarten), welche bei wiederholter Aussaat in demselben Boden und Klima dieselbe Gestalt annehmen." Culturversuche allein können schwerlich den Ausschlag geben, da die natürliche Zuchtwahl (besonders unter der Mitwirkung der Insekten. Cf. Kosmos 1878. Herm. Müller. Die Insekten als natürliche Blumenzüchter) wesentlich anders und viel langsamer wirkt, als die Domestication. Aber auch die obige Bestimmung der Art ist nicht sonsequent durchgeführt. Melandryum album (Mill.) Gke. („Lychnis alba Mill.") und M. rubrum (Weigel.) Gke. („Lychnis dioica Mill.") werden getrennt, obwol Hoffmann hier gerade durch Culturversuche gezeigt hat, dass beide unbeständige Varietäten derselben Art (im Sinne des Verf.) sind (Bot. Zeitung 1871 S. 106, 1876 S. 567 ff.). Ebenso werden Anagallis coerulea Schrcb. und arvensis L getrennt, „weil es keine Uebergänge gibt". Eine Uebergangsform beobachtete ich bei Greiz, wo coerulea fehlt (Anagallis arvensis L violacea im Jahresber. f. Naturk. zu Zwickau 1876, S. 14).

Vereinigt sind hingegen Viola hirta L, V. odorata L zu Viola martii Jessen. (Hier wäre erst zu constatiren, ob die beobachteten Zwischenformen nicht Bastarde sind.) Weiter enthält Centaurea jacea Jessen: C. phrygia L, austriaca Willd, nigra L, decipiens Rchb.; Gentiana amarella Lmk (?): G. campestris L, germanica Willd, chlorifolia, obtusifolia, uliginosa Willd. Die deutschen Galeopsisformen werden den beiden Arten „G. Tetrahit Jess." und „G. Ladanum Jess." untergeordnet etc. etc. Dem Verfasser würden weniger Schwierigkeiten und Künsteleien erwachsen sein, wenn er die Natur nähme, wie sie ist, und sie nicht in seine starren antidarwinistischen Artenformen hineinzupressen versuchte. Berücksichtigt man, dass die heutzutage existirenden Pflanzenformen sich zu sehr verschiedenen Zeiten aus einfacheren differenzirt haben, so wird man nicht daran denken können, dass sich die Artunterschiede überall gleich scharf ausgeprägt haben oder auch nur, dass sie überall bereits stabil geworden seien. Von entwickelungs-theoretischer Seite ist der Begriff der naturhistorischen Art so oft und meisterhaft erörtert worden, dass man Eulen nach Athen tragen würde, wollte man hier noch Gründe dafür beibringen, dass dieser Begriff eben nur ein relativer, kein absoluter sein kann.

Die unaufhörliche Vereinigung bislang als sicher betrachteter Gattungen muss, wenn auch die geologischen Funde beigezogen werden, die Anhänger der aus antidarwinistischen Bestrebungen

hervorgegangenen Reductionsmethode allmählich gerade der Erkenntniss näher bringen, dass nur eine Art oder wenige Arten oder Gattungen als Ausgangspunkte der Descendenzreihe anzusehen sind.

Verdecken auch die letzerwähnten Mängel die Vorzüge des Buches etwas, so bleiben diese doch so bedeutend im Uebergewicht, dass die Jessen'sche Flora als eine der besten und inhaltreichsten deutschen Excursionsfloren bezeichnet werden kann.

Greiz. Dr. F. Ludwig.

Leunis, Synopsis der drei Naturreiche. III. Theil (Mineralogie und Geognosie). Ein Handbuch für höhere Lehranstalten und für Alle, welche sich wissenschaftlich mit der Naturgeschichte der Mineralien beschäftigen wollen. Bearbeitet von Hofr. Prof. Dr. F. Senft. 2. Abtheilung: Geognosie. Erste Hälfte: Atmosphäro-, Hydro- und Petrographie. Mit 122 Holzschnitten. Hannover, Hahn'sche Buchh. 1876. 708 S. gr. 8⁰. Preis 7 ℳ 50 ₰.

Ein völlig neues Gesicht zeigt uns diese von dem durch seine geologischen Arbeiten rühmlichst bekannten Verf. bearbeitete 2. Auflage. Die erste, von F. A. Römer herausgegeben, war, allerdings ohne seine Schuld, zu wenig eingehend, mehr ein Leitfaden, als ein Handbuch. Dies ist nun anders geworden.

Gleich im Voraus sei gesagt, dass der Verlagsbuchhändler einen guten Griff gethan, indem er gerade diesen Autor mit der Neubearbeitung betraute. Derselbe, mehr als 40 Jahre Lehrer der Naturwissenschaften an der Forstakademie zu Eisenach, lässt überall nicht blos den bewährten Fachmann, sondern auch den praktischen Pädagogen erkennen, der, ohne der Wissenschaft etwas zu vergeben, versteht, elementar, anschaulich, klar, auch vielfach entwickelnd zu unterrichten und an überall zu beobachtende Vorgänge anknüpft. Nicht liebt er die eines Commentars bedürfende Kürze, sondern eine eingehende Darstellung der einschlagenden Verhältnisse, die den mündlichen Unterricht überflüssig macht. Und dies ist es, wodurch der Verf. erfüllt, was laut der Bestimmung des Buches verheissen wird; hierin besteht der Hauptvorzug vor andern Büchern gleichen Inhaltes, da die befolgte Methode auch den Nichtfachmann, sofern er nur ein wenig Ausdauer besitzt, zu befähigen im Stande ist, sich in die nicht leichte Wissenschaft der Geologie einarbeiten zu können und geologisch beobachten und denken zu lernen. Das gemüthliche Wesen des Verf.'s spiegelt sich übrigens in seinem Style wieder, manchmal reisst es ihn, wie S. 40, § 17a, zu poetischer Behandlung seines Stoffes fort.

Freilich soll mit dem Vorhergehenden nicht gesagt sein, dass nicht auch Einzelnes auszustellen wäre. In Kapitel III wiederholt

der Verf. ohne Noth Manches aus Kap. II, was recht gut durch blossen Hinweis auf dieses hätte vermieden werden können. — Auffällig erscheint uns die Behandlung des Vulkanismus und der Erdbeben unter dem Kapitel Wasser, trotzdem der Verf. S. 262 erklärt, dass die Vulkane „wenigstens theilweise noch zu den Schöpfungen des Wassers" gerechnet werden könnten, „da nicht blos die in ihrem Laboratorium zubereiteten Mineralmassen unter Mitwirkung des Wassers und der in ihm gelösten Substanzen entstehen, sondern auch Wasserdämpfe das Mittel bilden, durch welches einerseits die vulkanischen Erzeugnisse an die Oberfläche getrieben und anderseits die mannichfachsten Veränderungen in der Gestaltung der Erdoberfläche hervorgerufen werden." Wollten wir überall nach solchen Gesichtspunkten disponiren, wohin würde es dann mit der wahrhaft logischen Eintheilung kommen? Auch wenn die Lehre vom Vulkanismus der vom Wasser coordinirt worden wäre, hätte der Verf. seinen Zweck erreicht, an diese anknüpfend einen Uebergang zur Betrachtung der Bildungsmassen des Erdkörpers zu schaffen. — Veraltet ist wol die Ansicht (S. 9.), dass vielleicht durch Verbindung und Verdichtung der in die Atmosphäre gestiegenen Mineralsubstanzen Meteoriten entständen. — S. 208 wird Tanacetum neben Myriophyllum, Callitriche uud Ranunculus aquatilis zu den „schwimmenden Wasserpflanzen" gerechnet. — Auffallend ist, dass von S. 268 an die Lava fast durchgängig Stein- oder Mineralschmelze, oder blos Schmelze genannt wird, dass beiläufig auch einmal das Wort Lava erscheint, aber S. 295 erst die Gleichbedeutung aller dieser Worte hervorgehoben wird, so dass ein Nichtfachmann eine Zeitlang bei dem Gedanken beharren könnte, als seien dies heterogene Dinge. — Consequent schreibt der Verf. „untererdisch". (S. 328 u. a.) — Zu bewundern ist, dass Schmick's Theorie ohne jegliche Kritik erwähnt wird, da ja Prof. Senft als guter Geolog vom Werthe derselben nicht überzeugt sein konnte. (S. 347.) — S. 352 wird auf in der allgemeinen Einleitung zur Geognosie citirte Werke und Zeitschriften hingewiesen, doch sind selbige daselbst nicht aufgeführt, sondern erst am Ende des 2. Bandes. — S. 378 muss es heissen anstatt „hunderte von Metern", hunderte von Meilen. Hierbei sei zugleich erwähnt, dass manche andere Druckfehler mit unterlaufen, die aber hier nicht einzeln aufgeführt seien, da nicht immer der Autor für solche kann.

Sehen wir von diesen Schwächen ab, so müssen wir das Werk als ein wohlgelungenes bezeichnen. Das weitausgedehnte Kapitel von der Wasserhülle des Erdkörpers ist ausgezeichnet bearbeitet und enthält sehr viel, was man in Werken wie Naumann's und Vogt's Geognosie vergeblich sucht. Dass der Verf. die Theile, deren Erforschung er eine grosse Zeit seines Lebens gewidmet, besonders berücksichtigt, finden wir natürlich. So ist z. B. das Kapitel von der Torfbildung allein von S. 188—219, ebenso das vom Verwitterungs-

process sehr eingehend behandelt. Dafür wünschten wir jedoch manches, was in ein Lehrbuch gehört, z. B. Regeln über Anwendung des bergmännischen Compasses. Die Geotektonik enthält nichts, was sie von andern Werken unterschiede, lässt im Gegentheile Einzelnes vermissen, was bei dem Umfange des Werkes auffällt. Wie Leunis in seiner Zoologie und Botanik besonders den Harz berücksichtigt, so unser Autor sein Wohnungsgebiet: den Thüringer Wald, besonders die Eisenacher Umgegend. Die Resultate der mikroskopischen Untersuchungen der Gesteine sind mit verwendet, wo es nur möglich; ob sie immer genau und richtig sind, vermag ich, der ich diesen Studien fern stehe, nicht zu beurtheilen. Die Abbildungen sind zahlreich, sehr gut und viele derselben schwerlich in anderen Werken zu finden. Die am Ende der Hauptkapitel stehenden tabellarischen Uebersichten des Inhalts sind sicher von den Studirenden gern gesehen und für sie von Vortheil.

Zweite Hälfte: Formationenlehre. Mit 333 Holzschnitten. S. 709—1332. 1878. Preis 7 ℳ 50 ₰.

Auch dieser Band ist gut gearbeitet. Besonders hervorzuheben ist die höchst klare und eingehende Darstellung der Bildungsvorgänge in den einzelnen Perioden, wodurch sich dieses Werk vor vielen anderen auszeichnet. Man erkennt auch hierbei sofort wieder den Einfluss der pädagogischen Thätigkeit des Verfassers.

Gewünscht hätte Ref., dass die von Dana eingeführten Benennungen der Formationen mit angeführt worden wären, da sie sich in Deutschland immer mehr einbürgern; ferner, dass der paläontologische Theil eine etwas andere Behandlung erfahren hätte. Zunächst ist die Consequenz der Durchführung zu vermissen, da der Verf. einmal (s. Grauwackenformation) eine grössere Reihe allerdings wichtiger Petrefacten eingehend und vergleichend beschreibt, bei anderen Formationen aber gleichwichtige nur kärglich und unvollständig behandelt oder nur mit Namen nennt. Ich erinnere, um einige Beispiele zu nennen, an die Beschreibung vom Plesiosaurus (S. 1003), bei welcher der complicirte Bau des Thorax, der für das Thier von höchster Bedeutung war, nicht mit einem Worte erwähnt und dass der Pterodactylus nur genannt und abgebildet wird. (S. 1027.) Dann muss betont werden, dass von Schlüssen vom Bau des Thieres auf sein Leben und seine Umgebung keine Rede ist und der Nachweis der Entwickelung im Thierreiche viel zu wenig hervortritt. Sicher lag die Paläontologie dem Verf. ferner, als die anderen Gebiete der Geologie. Hierbei darf nicht unterlassen werden, den Wunsch auszudrücken, dass doch spätere Bearbeiter der Synopsis nicht versäumen möchten, auf einschlagende Stellen der von ihren Collegen bearbeiteten Theile zu verweisen, wie es Leunis in seiner Botanik und Zoologie äusserst gewissenhaft gethan.

Ueber Einzelheiten Folgendes: S. 785 sind die Landkryptogamen

als Pflanzen mit unscheinbaren, daher scheinbar nicht vorhandenen Blüthen bezeichnet. — Zu S. 795 sei bemerkt, dass in Russland Trilobiten mit Füssen gefunden worden sind. — S. 798 ist die Ueberschrift: Die silurische oder cambrische Formation falsch. Im Texte ist das gegenseitige Verhältniss aber richtig dargestellt. — S. 861 ist Tanacetum wieder eine schwimmende Wasserpflanze genannt. — Wenn S. 1124 gesagt wird, dass die Steinkohle mit Kalilauge erwärmt keine braune Lösung gebe, wol aber die Braunkohle, so muss darauf hingewiesen werden, dass dieses Unterscheidungsmerkmal sehr häufig täuscht, also nicht mehr festgehalten werden darf. — Häring, Sotzka u. s. w. (S. 1157) sind schon längst als nicht eocän erkannt worden. — Während sonst die Abbildungen als trefflich bezeichnet werden müssen, kann das von Fig. 428—430 nicht gesagt werden, da ihnen die Naturtreue fehlt. In Fig. 428 wird z. B. kein Phytopaläontologe Podocarpus eocenica wieder erkennen. — Die böhmischen Tertiärverhältnisse sind nicht durchgängig richtig dargestellt, so sind z. B. die Kalksteine von Waltsch nicht postbasaltisch, sondern interbasaltisch (S. 1201). — Die Lössbildungstheorie von Richthofen's, die so grossen Anklang gefunden, war dem Verf. wol noch nicht bekannt, sonst würde er sie sicher erwähnt haben. — Druckfehler sind eine grössere Anzahl am Schlusse berichtigt, andere dagegen nicht, was in einem schweren Augenleiden des Verfassers seine Entschuldigung findet. Es seien von letzteren einige hervorgehoben. S. 826 devoninisch anstatt devonisch. S. 1125 Sapodacites anst. Sapotacites. S. 1130 Stotzka anst. Sotzka. Durchgehends Ettinghausen anst. Ettingshausen. S. 1183 Laurus Lalagis anst. L. Lalages. S. 1203 Cassa phascolites anst. Cassia phaseolites. S. 854 Kieferschiefer anst. Kieselschiefer. S. 935 Mücheln anst. Mügeln.

Auch in diesem Bande, der der Schlussband ist, sind die Bildungen von Torf, Thon, Löss u. s. w., über die der Verf. selbständige Forschungen angestellt, sehr eingehend behandelt worden. Freilich hätten sich auch in ihm unter Hinweis auf bereits im ersten Bande Dargestelltes Wiederholungen leicht vermeiden lassen.

Werfen wir am Schlusse noch einen Blick auf das Ganze, so müssen wir nochmals betonen, dass dasselbe als eine hervorragende Arbeit zu bezeichnen ist, die mancherlei Vorzüge vor anderen ähnlichen besitzt und als die trefflichste Vorschule für das Studium der klassischen grösseren Werke von Naumann und Dana gelten kann. Eine grosse Verbreitung dürfte dem Werke sicher sein, besonders auch in Lehrerkreisen. Möge es der Geologie viele neue Freunde werben!

Dresden. H. Engelhardt.

B) Programmschau.

Mathematisch-physikalische Programme des Königreichs Bayern.

Referent Prof. Dr. S. Günther in Ansbach.

1) Gymnasium St. Stephan (kath. Studienanstalt) zu Augsburg. *Vertheilung der Sonnenwärme auf der Erdoberfläche.* Von Studienlehrer Gebhard Röllinger. 66 S.

Im Anschluss an die bekannten theoretischen Untersuchungen von Lambert, Poisson und Wiener berechnet der Verf. die Wärmequantitäten, welche je nach dem wechselnden Stande, welchen die Sonne zur Erde einnimmt, letztere von ersterer zugesandt erhält; zuerst jedoch schickt er eine allgemeine Betrachtung voraus, in welcher die Bestrahlungsverhältnisse für den thatsächlich vorhandenen Axenwinkel von $66^1/_2{}^0$, für eine auf der Ekliptik senkrecht stehende und mit dieser zusammenfallende Axe elementar erörtert werden. Diejenige Wärmemenge, welche ein bestimmter Punkt der Erdoberfläche im Laufe eines einzigen Tages empfängt, lässt sich durch eine einfache Integration darstellen; zieht man sodann den Umstand in Betracht, dass die Erde in einer Ellipse sich um die Sonne bewegt, so ergibt sich ein ungleich complicirterer Ausdruck für die während eines längeren Zeitabschnittes an dem betreffenden Erdorte angesammelte Wärme. Der Unterschied zwischen den Jahresquantitäten, welche auf einen Pol und auf einen Punkt des Aequators treffen, stellt sich der Hauptsache nach dar als ein elliptisches Integral der zweiten Art (nach Legendre's Bezeichnung), wogegen der „Unterschied zwischen den Wärmemengen und Wärmemitteln aller Punkte einer Erdhalbkugel am längsten und am kürzesten Tage“ ohne weitere Zuziehung höherer Rechnung sich bestimmt. Hieran schliessen sich weitere Berechnungen über Unterschiede in den solaren Wärme-Intensitäten verschiedener Erdgegenden, über welche, da sie wesentlich auf bekannten analytischen Kunstgriffen beruhen, nicht wohl auszugsweise berichtet werden kann. War bis dahin wesentlich nur von einzelnen Punkten, resp. von Kreisen der Erde die Rede gewesen, so wird jetzt die Rechnung auf gewisse Flächen ausgedehnt. Die Tageswärmemenge, welche eine bestimmte Zone trifft, ist allerdings durch eine complicirte, immerhin aber geschlossene und von allen höheren Transscendenten freie Formel wiedergegeben. Durch numerische Auswerthung derselben findet sich, dass resp. am längsten und kürzesten Tage die Wärmemittel folgenden Verhältnisszahlen entsprechen:

heisse Zone: 0,3252405, 0,2460237, 0,3096926;
gem. Zone: 0,3630056, 0,1010123, 0,2904719;
kalte Zone: 0,3824718, 0,0000000, 0,0851898.

Es wäre von Interesse, von diesen immerhin bemerkenswerthen Zahlenergebnissen eine Anwendung auf die seit langem ventilirte Frage zu machen, ob in der That von einem gewissen Punkte ab eine Zunahme der Wärme gegen den Pol hin stattfindet. Charles Grad hat diese Frage, welche mit derjenigen nach der Existenz eines offenen Polarmeeres auf's Engste zusammenhängt, bejaht; unter dem mehr mathematischen Gesichtspunkte sind ihr Plana und Roth (Programm von Wolgast 1871) näher getreten, allein besonders die letztere, ursprünglich allerdings einem anderen Gegenstande zugewandte, Arbeit leidet an einem fundamentalen Fehler in der Auffassung, während die vorstehend besprochene Abhandlung in der That allen Verhältnissen mit anerkennenswerther Sorgfalt Genüge zu leisten sucht.

2) Lyceum und Gymnasium zu Dillingen. *Die Controverse über das Beharren der Elemente in den Verbindungen von Aristoteles bis zur Gegenwart historisch und kritisch dargestellt.* Von Professor Dr. Xaver Pfeiffer. 91 S.

Ein freilich für moderne Leser wenig geniessbarer, für Historiker jedoch sehr interessanter Beitrag zur Kenntniss der älteren und neueren scholastischen Naturphilosophie. Aristoteles hat die Behauptung aufgestellt, die Elemente verharrten in ihren Verbindungen nicht κατ' ἐνέργειαν sondern κατὰ δύναμιν (vergl. betreffs dieser Termini das treffliche Geschichtswerk von Eucken). Die Scholastiker präcisirten die hiedurch angedeutete Fragestellung nach ihrer Art in folgender Weise: „Utrum elementa in mixtis maneant formaliter (substantialiter).“ Bejahend äusserten sich u. a. Themistios aus Paphlagonien (4. Jahrhundert), Philoponos (6. Jahrh.); andere, wie Simplicius und Psellos, äussern sich unbestimmt. Alexander von Hales meinte, im menschlichen Leibe sei eine Vielheit von Grundstoffen actuell vorhanden, aus den Angaben Bonaventura's lässt sich eine ähnliche Anschauung wenigstens herauslesen. Die Unterscheidung eines freien und eines gebundenen Zustandes der Elemente kommt dem Albertus Magnus zu, wogegen Thomas Aquinas eine Schule begründete, welche gegentheils das Verharren jener in ihren Zusammensetzungen bestritt. Wenn dann freilich gewisse bekannte Eigenschaften der letzteren erklärt werden sollten, welche sich mit dieser Lehre nicht vertrugen, so zögerte man nicht, die beliebten übernatürlichen Einflüsse herbeizurufen. Der Verf. führt sodann eine Anzahl von Namen sonst wenig bekannter Theologen aus dem Dominikanerorden an, welche wie allenthalben so auch in dieser Frage an der thomistischen Tradition festhielten; selbst des Thomas Gegner Duns Scotus pflichtete ihm bei, und ein Gleiches thaten mehrere Jesuiten, insbesondere Suarez. Der Franziskaner Petrus Aureolus (14. Jahrh.) suchte sich eine Mittelstellung zu wahren, indem er die nachstehende allerdings etwas dunkle These formulirte: „Quod formæ miscibiles necessario secundum aliquid sui maneant in mixto et non solum in virtute.“ Herr Pfeiffer glaubt in der Ausdrucksweise dieses Gelehrten Anklänge an die physikalische Chemie der Jetztzeit nachweisen zu können. Aus der langen Liste von Vertheidigern der aristotelischen Doctrin wollen wir nur einige auch anderweitig bekannte Namen herausheben, so den Naturhistoriker Cäsalpin, den Chemiker Boyle, den (durch seine Entdeckung des Capillaritätsgesetzes berühmt gewordenen) Mathematiker Honoratius Fabri, den Naturphilosophen und Astronomen Boscowich. Schliesslich bekommen wir auch von den in unserem Jahrhundert herrschenden Anschauungen Kenntniss, und zwar werden den neuscholastischen Philosophen, unter denen, wol nur halb und halb mit Recht, auch Angelo Secchi erscheint, mehrere Vertreter der exacten Molekularphysik gegenübergestellt, um zu zeigen, wie nahe sich zwei sonst so verschiedene Gedankenkreise in diesem Punkte berühren. Dem historischen Theile folgt noch ein kurzer theoretischer Nachtrag, in welchem die Gründe für und wider systematisch aufgezählt und insbesondere diejenigen Argumente als unhaltbar dargethan werden, welche die thomistische Philosophie aus der von ihr stipulirten „Cadaverform“ der Körper herholen wollte.

Sollte die von der modernen Atomistik mehr und mehr geforderte Grundvorstellung von der principiellen Einerleiheit der Atome, für welche auch Lockyer's spectralanalytische Forschungen zu sprechen scheinen, Geltung erlangen, so würde eine Streitfrage, an welche so viel Geist und Gelehrsamkeit gesetzt worden ist, von selber gegenstandslos werden.

3) Gymnasium zu Eichstätt. *Geometrische Untersuchungen* (I. Theil) *mit Compass für Anfänger in der Mathematik sammt Gebrauchsanweisung als Beigabe.* Von Studienlehrer Adolph Schlosser. 64 S.

Wie der Titel besagt, zerfällt dieses Programm in zwei getrennte Bestandtheile. In der ersten Abtheilung stellt sich der Verf. die Aufgabe,

die Beziehungen aufzusuchen, welche zwischen den resp. Abständen von vier Punkten Einer Geraden und den Winkeln bestehen, welche die vier durch jene Punkte gelegten Strahlen eines Büschels einschliessen. Offenbar glaubt derselbe, die betreffenden Resultate seien ganz neu aus dem von ihm sogenannten „Reciprocitätsgesetz der Sinusregel“ hervorgegangen, während doch in Wirklichkeit nur auf dem üblichen trigonometrischen Wege die bekannten, schon dem Pappus geläufigen, Lehrsätze über das Doppelverhältniss abgeleitet werden*). Als Specialfälle sind die Sätze von Menelaus und Ceva beigegeben. Die Thatsache, dass einer der vier Punkte ein uneigentlicher werden kann, veranlasst den Verf. zu sehr ausführlichen Erörterungen über den Begriff des philosophisch und mathematisch Unendlichen, welche unseres Erachtens der nöthigen Präcision entbehren. Statt Augustin und Gratry hätten wir lieber Cauchy citirt gesehen, seit dessen unsterblichen Leistungen alle die Dinge, welche dem Verf. noch mit einer gewissen Unsicherheit behaftet zu sein scheinen, für alle Zeiten aufgeklärt worden sind. Die hier gegebene Definition des Differentiales — „so heisst man nämlich hier jede unendlich kleine, von dem Nichts, d. h. von dem Nichtsein nur noch durch ihr Sein unterschiedene Grösse“ — hätten wir heutzutage nicht mehr zu lesen erwartet. Wir wären begierig, zu erfahren, wie sich aus dieser an einen schlimmen Irrthum des sonst verdienten Ohm gemahnenden Definition der Grösse dx diejenige von $d^n x$ heraus entwickeln liesse.

Der „Compass“ ist wesentlich eine Einführung in das erste Studium der allgemeinen Arithmetik, verbunden mit einer Anzahl von einfachen Uebungsaufgaben für die sechs algebraischen Grundrechnungsarten und für die Logarithmen.

4) Gymnasium zu Erlangen. *Eine Aufgabe aus der Combinationslehre.* Von Professor Hans Nägelsbach. 24 S.

Dem um die Wiederbelebung des Sinnes für feinere combinatorische Untersuchungen in deren Heimathslande bereits viel verdienten Verf. hatte sich gelegentlich der Vertheilung der Turngeräthe unter eine bestimmte Anzahl von Riegen das Problem dargeboten: „Auf wie viele Arten lassen sich $(i+1)$ Variationen ohne Wiederholungen $k$ter Classe aus n Elementen so unter einander stellen, dass nie gleiche Elemente unter einander zu stehen kommen.“ So allgemein gefasst würde eine Lösung der Aufgabe nur mit grossen Verwickelungen zu Stande kommen können; der Verf. beschränkt sich demgemäss auf die Fälle $i = 1$ und $i = 2$. Besondere Bedeutung gewinnen diese Specialitäten deshalb, weil im ersteren Falle als neuer Unterfall die zuerst von Monro und Weyrauch richtig gelöste Aufgabe enthalten ist: sämmtliche Glieder einer Determinante anzugeben, in welchen kein der Haupt-Diagonale angehöriges Element enthalten ist. Ein Gleiches gilt für $i = 2$; an die Stelle der gewöhnlichen tritt dann die kubische Determinante, an die Stelle der Diagonale die Diagonal-Ebene. Wird die gesuchte Anzahl im ersteren Falle durch $\overset{k}{\underset{n}{N}}$ bezeichnet, so existirt die merkwürdige Recursionsformel

$$\overset{k}{\underset{n}{N_1}} = (n-k)\overset{k-1}{\underset{n}{N_1}} + (-1)^r \cdot \prod_{i=1}^{i=r-1} (k-i) \overset{k-r}{\underset{n}{N_1}}$$

$(r = 2, 3 \ldots k-2)$; schon bei zweimaligem Wechsel aber wird die

*) Wir schliessen dies aus folgenden Worten des Verf. (S. 31): „Hierauf“ (auf weitere Folgerungen aus seinen Formeln) „aber näher einzugehen, muss sich der Verf. vorläufig versagen, und muss er sich für jetzt damit begnügen, auf eine unversiegbare Quelle neuer Wahrheiten wenigstens hingewiesen zu haben.“ Aus einer Quelle, an der unter vielen Anderen auch ein Steiner gesessen, wird sich stets nur schwer Neues schöpfen lassen, wenn auch freilich im strengen Wortsinn der Born der Wissenschaft niemals ein „unversiegbarer“ ist.

Durchführung der Rechnung eine so complicirte, dass auf detaillirtere Wiedergabe der einzelnen Relationen verzichtet werden muss. Es sei nur constatirt, dass bei diesem Anlass auch noch manche andere combinatorische Frage ihre Erledigung findet, z. B. die folgende: „Wie oft kann man von k cyclisch geordneten Elementen 3 so herausnehmen, das keine Nachbarelemente dabei sind? — Eine Tabelle am Schlusse stellt die Werthe von $\overset{q}{\underset{p}{N}}_1$ und $\overset{q}{\underset{p}{N}}_2$ für die Grenzen $p = 1 \dots 7$, $q = 1 \dots 7$ geordnet zusammen.

5) Gymnasium zu Landshut. *Zwei und drei Curven zweiter Ordnung in allgemeiner Lage.* Von Professor Joseph Eilles. 92 S.

Wir haben bereits vor zwei Jahren über ein dessen Vorliebe für synthetische Untersuchungen bekundendes Programm des gleichen Autors zu referiren gehabt; manche der dort gegebenen Nachweise, insbesondere das Imaginäre in der Geometrie betreffend, sind unmittelbar für das diesjährige Programm verwerthet worden. Denkt man sich willkürlich zwei oder drei Kegelschnitte gegeben, so kann man nach deren gemeinsamen Punkten und Tangenten, nach deren reellem oder imaginärem Charakter fragen, u. s. w. Eine Menge hierauf bezüglicher Sätze finden wir hier dualistisch zusammengeordnet. Man kann weiter die Anzahl der gegebenen Bedingungen (Hindurchgehen durch Punkte, Tactionen u. s. w.) genügenden Kegelschnitte aufsuchen; diese der „Geometrie der Anzahl" angehörigen und nach dem Chasles'schen Correspondenzprincip sozusagen mechanisch auflösbaren Aufgaben werden durch directe Betrachtung des einzelnen Falles gelöst. Schliesslich folgt noch eine Studie über eine gewisse Curvenreihe; einer gewissen Curve dritter Ordnung, der „Tripelpunktcurve" entspricht ein „Curvenbüschelnetz zweiter Ordnung", und ebenso einer Curve dritter Classe, der „Tripelstrahlencurve" das „Curvenschaarnetz zweiter Classe". Die durchaus eleganten Ausführungen, welche sich übrigens vielfach an die von Schröter edirten Steiner'schen Vorlesungen anschliessen, werden auch von solchen Geometern mit Interesse verfolgt werden, denen der Gegenstand an sich kein fremder ist.

6) Ludwigsgymnasium*) zu München. *Die historische Landschaft. I.* Von Studienlehrer Joseph Wimmer. 44 S.

Wenn irgend ein Programm, so scheint nach dem blossen Wortlaut der Ueberschrift dieses ausserhalb des Kreises zu liegen, innerhalb dessen unsere Referate sich zu bewegen haben. Und doch wäre diese Vernachlässigung ein Irrthum, denn es wird uns hier von dem Verf., dessen Feder die bayr. Gymnasialblätter bereits mehrere gute Bemerkungen über den hier in Rede stehenden Gegenstand verdanken, ein mit entschiedenem Erfolge gekrönter Versuch dargeboten, die Ergebnisse der vergleichend-physikalischen Erdkunde für die Zwecke des historisch-archäologischen Studiums nutzbar zu machen. So sind es denn wesentlich die Peschel'schen Arbeiten und Theobald Fischer's werthvolle „Beiträge zur physischen Geographie der Mittelmeerländer", an die er sich anlehnt. Den Hebungen der sicilischen und mauretanischen Küste entspricht eine Senkung der cyrenischen und dalmatinischen; ohne die Kenntniss dieses im Laufe der Jahrhunderte natürlich sehr stark sich ausprägenden Vorganges kann es nicht gelingen, sich ein Bild von dem Charakter jener Gegenden in früheren Zeiten zu construiren. Auch den Dünen- und Deltabildungen muss eingehende Beachtung geschenkt werden, da sie z. B. dem heutigen Thermopylenpass, der dereinst mit dem Meere sich berührte, eine gänzlich veränderte Gestalt verliehen haben. Sehr belehrend sind in dieser Hinsicht

*) München besitzt drei humanistische Lehranstalten: das Ludwigs-, Wilhelms- und Maximiliansgymnasium.

auch die Mündungen gewisser weltgeschichtlicher Ströme, des Tiber, des Po, der Rhone. Noch gewichtiger als die durch das Wasser sind die durch plutonische Kräfte hervorgebrachten Veränderungen der Erdrinde; ein charakteristischer Beleg dafür bietet sich in der gänzlich, ja bis zur Unkenntlichkeit, veränderten Ebene von Troezene. Endlich muss auch der Historiker von den Ergebnissen der comparativen Klimatologie, von den neueren Untersuchungen über säculäre-Umgestaltungen des Klimas u. s. w. Notiz nehmen, wie dies besonders von Nissen in seinem vor der Trierer Philologenversammlung gehaltenen Vortrage betont wurde. Hoffen wir, dass der zweite Theil sich würdig dem ersten anreihen möge.

7) Gymnasium zu Münnerstadt. *Sätze aus der Reihenlehre.* Von Professor Georg Maurer. 77 S.

Dieser elementare Abriss der Reihenlehre eignet sich sehr gut für solche Abiturienten, welche zwischen Schule und Universität sich mit dem ihnen zunächst liegenden mathematischen Zweige bekannt machen wollen. Es werden behandelt: die arithmetischen Reihen ersterer und höherer Ordnung, Convergenz und Divergenz (recht ausführlich), Verbindung mehrerer Reihen durch die vier Species, das Binomialtheorem nebst zahlreichen Anwendungen, die Exponential- und Logarithmenreihe und die Anfänge der Logarithmotechnie. Alle Entwickelungen sind einfach und klar; was die mehrfach verwendete Methode der unbestimmten Coëfficienten anbelangt, so glauben wir freilich, dass man derselben beim Unterrichte nicht ganz wird entrathen können, allein darauf sollte man nie versäumen den Lernenden hinzuweisen, dass und warum dieses Verfahren als ein exactes unmöglich gelten kann.

8) Lyceum und Gymnasium zu Speier. *Abbildung krummer Flächen auf einander.* Von Studienlehrer Dr. Vincenz Nachreiner. 32 S.

In Folge eines Versehens des Berichterstatters bereits früher angezeigt.

9) Realgymnasium zu Regensburg. *Der gerade und centrale Stoss elastischer und unelastischer Körper.* Von Professor Erhard Walter. 10 S.

Entgegen der in den Lehrbüchern meistentheils gewählten Anordnung wird hier die für elastische Körper von selbst sich ergebende Thatsache an die Spitze gestellt, dass die lebendigen Kräfte der stossenden Massen vor und nach dem Stosse die nämliche Summe ergeben. Der Satz von der zwischen Wirkung und Gegenwirkung bestehenden Gleichheit gilt hier nicht als Axiom, sondern soll eben erst mittelst der auf jene erste Annahme basirten Stossgesetze abgeleitet werden. Ob dieser Lehrgang dem gewöhnlichen gegenüber besondere Vortheile bietet, wollen wir nicht entscheiden.

10) Städtische Handelsschule zu München. *Beobachtungen und Berechnungen über Brechung homocentrischen Lichtes an n parallelen Ebenen.* Eine mathematisch-physikalische Abhandlung von Mathematiklehrer J. Ritz. 44 S. 4 Tafeln.

Man weiss, dass ein gebrochenes Strahlenbündel eine Brennfläche, die sogenannte diakaustische Fläche, erzeugt. Mit dieser aber hat man sich weit weniger beschäftigt, als mit ihrer Schwester, der Katakaustik*), und mit Recht darf der Verf. in der Einleitung einer grossen Anzahl von Physikbüchern Erwähnung thun, welche die einschlägigen Verhältnisse vollständig verkennen. Zumal die Unterschiede zwischen monocularem und binocularem Sehen pflegen nicht gehörig beobachtet zu werden. Es war also gewiss an der Zeit, den ganzen Cyklus optischer Fragen dieser

*) Immerhin nicht so wenig, als Herr Ritz zu glauben scheint. Vgl. u. a. Bösser's gehaltvolle Monographie über die Kaustiken im 15. Bande der Schlömilch'schen Zeitschrift.

Art einmal im Zusammenhange zu studiren. Der Verf. entwickelt zunächst die Gleichung der Brennlinie der Geraden, welche sich als Evolute eines Kegelschnittes erweist (diese von Malus bereits bemerkte und auch von A. v. Frank im 60. Bande des Grunert'schen Archivs abgeleitete Eigenschaft wird hier nicht ausdrücklich hervorgehoben). Das Resultat wird nun für den Fall, dass das Licht aus einem minder dichten in ein dichteres Mittel übergeht, ausführlich discutirt und mit den Beobachtungen verglichen, welche mehrfach erkennen lassen, dass der Sehprocess bei gebrochenen Strahlen ein ganz anderer ist, als man sich gemeiniglich vorstellt. Besonders dürften die Angaben, welche der Verf. betreffs des stereoskopischen Verhaltens im Wasser befindlicher Gegenstände macht, Manchen zur Anstellung der sehr einfachen Versuche ermuntern. Der nächst complicirte Fall ist die Brechung an zwei einander parallelen Ebenen, resp. an der planparallelen Platte. Hier wird die landläufige Annahme berichtigt, dass solche Platten keine Dispersion veranlassten, auch wird auf die verschiedenen inneren Reflexionen ein grösseres Gewicht gelegt, als sonst. Die Untersuchung des allgemeinen Falles, wenn die Ebenenzahl gleich 3 und endlich gleich n wird, ist eine ziemlich einfache Generalisirung der früheren Specialbetrachtung. Zum Schluss wird noch für den Durchgang eines Strahlenbündels durch ein Prisma ein neuer Lehrsatz aufgestellt, welchen die Dioptrik insbesondere in den den Achromatismus betreffenden Fragen zu berücksichtigen haben wird. — Wir wollen nicht versäumen auch der trefflichen Ausführung der Figurentafeln, dieses wunden Punktes so mancher Programme, unser Lob angedeihen zu lassen; besonders gut sind die charakteristischen Spitzen der Brennlinien zum Ausdruck gebracht.

C) Bibliographie.

December 1879.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Brücke, Dr. E., Ueber die Nothwendigkeit der Gymnasialbildung für die Aerzte. Inaugurationsrede, gehalten am 11. October 1879. (19 S.) Wien. Braumüller. 0,60.

Strack, Geschichte der weiblichen Bildung in Deutschland. (163 S.) Gütersloh. Bertelsmann. 2,40.

Klinger, Oberl., Der Unterricht der Naturwissenschaften in den klassischen Gymnasien der Ostseeprovinzen. (39 S.) Dorpat, Karow. 1.

Maass, Oberlehrer Dr., Die harmonische Ausbildung von Körper und Geist in der Schule. (38 S.) Leipzig, Siegismund. 0,80.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Glinzer, Dr., Lehrbuch der Elementargeometrie. (100 S.) Hamburg. Nestler. 2.

Hermes, Prof. Dr., Sammlung von mathematischen Aufgaben. 3. Theil: Goniometrie und Trigonometrie. (292 S.) Berlin. Winckelmann. 3,60.

Junghans, Gymn.-Prof. Dr., Lehrbuch der ebenen Geometrie für Schüler höherer Lehranstalten, mit Anleitung zur geom. und algebr. Analysis und einer Auswahl theils gelöster, theils nicht gelöster Aufgaben. 2 Thle. (260 S. 291 S.) Berlin, Weidmann. à 2,40.

2. Arithmetik.

Heilermann, Dir. Dr., und Oberl. Dr. Diekmann, Lehr- und Uebungsbuch für den Unterricht in der Algebra an Gymnasien, Real- und Gewerbeschulen. 3. Theil. Die Progressionen, Kettenbrüche und diophantischen Gleichungen. Niedere Analysis. (110 S.) Essen. Bädeker. 1,20.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mathematik.)

Oppolzer, Prof. Dr., Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten. (635 S.) Leipzig. Engelmann. 32.

Geistbeck, Dr., Leitfaden der mathematisch-physikalischen Geographie. Freiburg. Herder. (131 S.) 1,20.

Martus, Prof., Astronomische Geographie. Ein Lehrbuch angewandter Mathematik. (348 S.) Leipzig. Koch. 7.

Physik.

Crookes, Strahlende Materie oder der vierte Aggregatzustand. Vortrag, gehalten auf der 49. Versammlung der Brit. Assoc. zu Sheffield am 22. August 1879. Deutsch von Dr. H. Gretschel. Mit 21 Holzschn. (41 S.) Leipzig. Quandt u. Händel. 1,50.

Ferraris, Prof. Dr., Die Fundamentaleigenschaften der dioptrischen Instrumente. Elementare Darstellung der Gauss'schen Theorie. Deutsche Ausgabe von Prof. Lippich. (221 S.) Ebenda. 5,20.

Bernstein, Die elektrische Beleuchtung. (80 S.) Berlin, Springer. 2.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Claus, Prof. Dr. C., Kleines Lehrbuch der Zoologie. (324 S.) Marburg. Elwert. 4.

Hofmann, Lyc.-Prof. Dr., Grundzüge der Naturgeschichte für den Gebrauch beim Unterrichte. 1. Theil. Das Thierreich. (232 S.) München. Schulbücherverlag. 1,50.

Kölliker, Prof., Grundriss der Entwickelungsgeschichte des Menschen und der höheren Thiere. (418 S.) Leipzig. Engelmann. 10.

Koehne, Dr., Repetitionstafeln für den zoologischen Unterricht an höheren Lehranstalten. 1. und 2. Heft. Berlin. Müller. à 0,80.

2. Botanik.

Engler, Prof. Dr., Versuch einer Entwickelungsgeschichte der Pflanzenwelt. (202 S.) Leipzig. Engelmann. 7.

Müller, Prof. Dr. N. J. C., Handbuch der Botanik. 1. Band. Allgemeine Botanik. 1. Theil. Anatomie und Physiologie der Gewächse. (648 S.) Heidelberg. Winter. 30.

3. Mineralogie.

Kleefeld, Dr., Die Halbedelsteine. Berlin, Habel. (36 S.) 0,80.

Geographie.

Eulenhaupt, Schulwandkarte vom Königreich Bayern, zugleich Uebersichtskarte von Süddeutschland. 6 Blatt. Würzburg. Stahel. 10.

Keil's hydrographische Kartennetze auf Schieferpergament. Gotha. Keil. à 0,30.

Leeder, Wandkarte der Provinz Rheinland und Westphalen. Für den Schulgebrauch. 6 Blatt. Essen, Bädeker. 5.

Scheda und Steinhauser, Handatlas der neuesten Geographie für höhere Bildungs-Anstalten. Wien. Artaria. In Blättern à 1,60.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Junghänel, Oberl., Cursus zur Einführung in die Geometrie. 2. Aufl. Berlin. Hempel. 0,60.
Steck und Bielmaier, Lehrbuch der Arithmetik. 7. Aufl. Kempten. Kösel. 1,20.
Harms und Kallius, Prof., Arithmetische Aufgaben. 4. Aufl. Oldenburg. Stalling. 1,25.
— Rechenbuch. 7. Aufl. Ebda. 2,25.
Heis, weil. Prof. Dr., Sammlung etc. 54. Aufl. Köln. DuMont-Schauberg. 3.
Gandtner und Junghans, Aufgabensammlung aus der Planimetrie. 4. Aufl. 1. Th. Berlin. Weidmann. 2,40.
Gernerth, Grundlehren der ebenen Geometrie. 4. Aufl. Umgearbeitet von Prof. Dr. Wallentin. Wien. Gerold. 2,40.

Naturwissenschaften.

Beetz, Prof. Dr. W. v., Leitfaden der Physik. 6. Aufl. Lpz. Fernau. 3,60.
Sattler, Leitfaden der Physik und Chemie. 2. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 0,80.
Schilling, Das Mineralreich. Mineralogie, Geognosie und Geologie. 12. Bearb. (148 S.) Breslau. Hirt. 3.
—, Ausgabe B. Specialausgabe für die oberen Klassen bearbeitet von Dr. Glatzel. 1. Mineralogie und Krystallographie. (150 S.) 2. Geognosie und Geologie. (148 S.) Ebenda. à 1,75.
Hallier, Prof. E., Ausflüge in die Natur. 2. Aufl. Berlin. Th. Hofmann. 5,40.
Huxley, Prof., Reden und Aufsätze naturwissenschaftlichen, pädagogischen und philosophischen Inhalts. Deutsch nach der 5. Auflage des englischen Originals von Prof. Dr. Schultze. 2. Ausgabe. Ebenda. 6.
Hoffmann, Dir., Lehrbuch der Physik. 2. Aufl. Prag. Tempsky. 3.
Zippel und Bollmann, Ausländische Culturpflanzen. Mit Atlas enthaltend 11 Tafeln. 2. Aufl. Braunschweig. Vieweg u. S. 12.
Crüger, Lehrbuch der Physik. 4. Aufl. Leipzig. Körner. 4,50.
Krist, Dr., Anfangsgründe der Naturlehre. (232 S.) Wien. Braumüller. 3.
Vogel, Müllenhoff und Kienitz-Gerloff, Leitfaden für den Unterricht in der Botanik. 2. Aufl. Berlin. Winckelmann. 3,40.
Bock, Prof. Dr., Bau, Leben und Pflege des menschlichen Körpers. 14. Aufl. (220 S.) Leipzig. Keil. 0,60.

Januar.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Pfeil, Ludw. Graf, Eins! Beiträge zur Erziehung im Hause. Mit Vorwort von Geh. Reg.-Rath Bormann. (101 S.) Zeitz. Strien. 1,75.
Weiss, Dir., Unsere Töchter und ihre Zukunft. Mädchen-Erziehungsbuch. 2. Aufl. (130 S.) Berlin. Oehmigke. 2.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Wallentin, Prof. Dr., Grundlehren der räumlichen Geometrie nebst zahlreichen Constructions- u. Rechenaufgaben. (83 S.) Wien. Gerold. 1,60.
Wiecke, Dir. Dr., Vier Kurse in der Geometrie. 2 Hefte mit je 1 Atlasheft. Kassel. Fischer. 5. 1) Geometrische Formlehre. Hauptsätze der Planimetrie. Mit 11 Taf. (70 S.) 2. — 2) Flächenbeschreibung und Projectionslehre. Berechnung von Raumgrössen. Mit 21 Taf. (89 S.) 3.
Schulze, Hülfsbuch zur Lösung von Aufgaben aus der Geometrie, Stereometrie und Geodäsie. (100 S.) Lpz. Wigand. 1,50.

2. Arithmetik.

Vacat.

B. Angewandte Mathematik.

Klein, Dr. H. J., Anleitung zur Durchmusterung des Himmels. Astronomische Objecte für gewöhnliche Teleskope. Braunschweig. Vieweg. (592 S.) 24.

Physik.

Schütte, Prof. Dr., Physikalische Bilder. (400 S.) Lpz. Frohberg. 7.

Bertram, Stadtschulrath, Die Anfänge der Elektricitätslehre in der Gemeindeschule. Ein Vortrag. Berlin. Prausnitz. 0,50.

Edelmann, Privatdoc., Neuere Apparate für naturwissenschaftliche Schule und Forschung. (162 S.) Mit 20 Taf. Stuttg. Meyer & Zeller. 14.

Chemie.

Trennungsmethoden, chemische. Uebungen zum Gebrauche beim Laboratoriumsunterrichte. (28 S.) Graz. Leuschner. 1.

Guckeisen, Dr. A., Lehrbuch der Chemie mit Berücksichtigung der Mineralogie für höhere Lehranstalten. (256 S.) Köln. Ahn. 3.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Seltmann, Leitfaden zu einem methodischen Unterrichte in der Zoologie. III. Stufe. (179 S.) Plauen. Neupert. 1.

2. Botanik.

Vacat.

3. Mineralogie.

Pechar, Dir., Kohle und Eisen in allen Ländern der Erde. (248 S.) Berlin. Springer. 5.

Geographie.

Vogel, Dir. Dr., u. Delitsch, Prof. Dr., Wandkarte der Hemisphäre auf Wachstuch. 2 Blatt. Lpz. Hinrichs. 48.

Supan, Prof. Dr., Lehrbuch der Geographie nach den Principien der neueren Wissenschaft. (296 S.) Laibach. Kleinmayr. 2.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Hechel, Dr., Lehrbuch der sphärischen Trigonometrie, mit zahlreichen Anwendungen auf reine und praktische Geometrie, mathematische Geographie und Astronomie. 2. Aufl. Reval. Kluge. 1,50.

—, Leitfaden zum Unterrichte in der ebenen Trigonometrie. 2. Aufl. Ebd. 1,50.

Martus, Prof., Mathemat. Aufgaben zum Gebrauche in den obersten Klassen höherer Lehranstalten. 4. Aufl. Leipzig. C. A. Koch. 4,20.

Müller, weil. Prof. Dr. Joh., Anfangsgründe der geometrischen Disciplinen. 4. Aufl. Braunschweig. Vieweg. 1,60.

2. Naturwissenschaften.

Zaengerle, Prof. Dr., Lehrbuch der Mineralogie. 2. Aufl. Ebenda. 2.

Krass, Dr., u. Landois, Prof. Dr., Der Mensch und das Thierreich in Wort und Bild. 3. Aufl. Freiburg. Herder. 3.

Waeber, Lehrbuch der Physik. 2. Doppelauflage. (282 S.) Lpz. Hirt. 3,50.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.)

Bericht über die Verhandlungen der „Section für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht" in der Versammlung der Naturforscher und Aerzte zu Baden-Baden (September 1879).

Von Reallehrer Mang in Baden-Baden.

Erste Sitzung vom 19. September, Vormittags 8 Uhr.

Secretäre: Prof. Fettig (Strassburg) und Reallehrer Mang (Baden.)

Sectionsführer Herr Prof. Stösser begrüsst die Anwesenden mit sympathischen Worten und freut sich besonders über die starke Frequenz der Versammlung, welche Herrn Prof. Helmes aus Freiburg einstimmig zum Präsidenten erwählt. Herr Reallehrer Mang (Baden) hält einen Vortrag

I. „Zur anschaulichen Seite der Methodik in mathematischer Geographie"

und will hierbei besonders die plastische Vorführung des Lehrstoffes betont wissen, durch welche die reellsten, lebendigsten und klarsten Vorstellungen entstehen. Empfiehlt sich sein pat. Universalapparat*) für math. Geographie, den er der Versammlung vorführt, schon in genannter Hinsicht durch seinen aussergewöhnlichen Reichthum an stetigem Anschauungsmaterial, so besteht dessen Hauptzweck doch vorzugsweise mit darin, die Bewegung der Himmelskörper in möglichster Einfachheit darzustellen, alles Nebensächliche und Complicirte sorgfältig zu vermeiden, damit die Aufmerksamkeit des Schülers nicht abgelenkt wird, sondern nur der Sache selbst gewidmet bleibt, und endlich darin, durch eine fast totale Zerlegbarkeit desselben statt des „Nebeneinander der Erscheinungen" an Räderapparaten, das „Nacheinander und Entwickeln derselben auseinander" — also überhaupt eine rationelle, genetische Methode zu ermöglichen. Was nun zunächst die Anordnung genannten Apparates für die scheinbaren Bewegungen anbelangt, so ist dieselbe so getroffen, dass letztere sich möglichst naturgetreu darstellen, wodurch die im Freien durch Beobachtung gewonnenen Vorstellungen hier leicht wiederholt, berichtigt und fixirt und die räumlich und zeitlich weit auseinanderliegenden Himmelserscheinungen im Voraus correct vorgeführt werden können. Es wird ja z. B. kein Lehrer bei Entwicklung des scheinbaren Sonnenlaufes erst den Verfluss eines ganzen Jahres abwarten können. Hier tritt nun ein naturgetreuer Apparat erfolgreich vermittelnd ein, um das Beobachtungsmaterial, das der Schüler schon mitbringt, zu ordnen, zu präcisiren und in ein übersichtliches, einheitliches Bild zu vereinigen. Selbstverständlich lässt der Lehrer in solchen Fällen die entsprechenden Beobachtungen in der Natur machen und spornt überhaupt den so wichtigen Beobachtungstrieb mit allen ihm zu Gebote stehenden Mitteln an. — Da die zweierlei Systeme von Himmelskreisen, nämlich das des Aequators und das der Ekliptik, den Anfänger nur verwirren würden, so ist das Hauptheil des Apparates, die Sphäre, nur aus folgenden, wichtigsten Kreisen zusammengesetzt: aus dem Himmelsäquator, dem Solstitialcolur und der Ekliptik. Die Wendekreise und der nördliche Polarkreis sind je nach Bedürfniss ebenfalls aufsetzbar.

---

*) Im Verlage der R. Schultz'schen Buch- und Lehrmittelhandlung in Strassburg erschienen und von dort zu beziehen.

Selbst diese wenigen Himmelskreise sind durch Farbe und Form wohl unterschieden. Die so gebildete, einfachste Sphäre rotirt um eine durchgehende Himmelsachse, wodurch nicht blos dieser Haupt-Begriff mit seinen wichtigen Beziehungen versinnlicht, sondern auch jener schwere Messingbogen überflüssig wird, in dem die Sphäre (wie etwa bei Himmelsgloben) rotiren müsste und der selbst wieder in einem dicken halbkreisförmigen Bogen aufzuruhen hätte. Die Sphäre bleibt also von diesen verdeckenden Umhüllungen befreit, kann aber gleichwol leicht und scharf gestellt werden. Der Meridian besteht hier aus einem leichten, aufsetzbaren Zeiger. (Fast alle Theile des Apparates sind aufsetzbar und wegnehmbar.) Durch Anziehen einer Extra-Schraube rotirt dieser Zeiger auch mit der Sphäre und gibt dadurch auf dem Stundenkreise mittelst einer Nadel alle Auf- und Untergangszeiten der Sonne, über deren Ort er gestellt wird, bis auf etwa drei Minuten genau an, da auch die Nadel der Sonne sehr scharf den Moment ihres Erscheinens am Horizonte anzeigt. So bleibt also durch das Zusammenwirken dieser beiden Nadeln die Bestimmung der Zeit nicht mehr dem ungefähren Abschätzen überlassen, sondern kann viel genauer erzeugt und mühelos abgelesen werden. — Der Anwendung eines Zodiak-Gürtels ist eine ganz einfache Kalenderbezeichnung, aus blossen Merkzeichen bestehend, vorgezogen worden, um den freien Einblick in die Sphäre nicht zu behindern, da dieser immerhin stark handbreite Blechstreifen gerade die werthvollsten Erscheinungen im Bereiche der Ekliptik zum Theil verdecken würde. — Da in neuerer Zeit die Methode des Alignements immer mehr in Aufnahme gekommen ist, so war dies ein weiterer Grund, die nunmehr veralteten, phantastischen Figuren, die gewöhnlich auf den Zodiakus gemalt sind und die auch die Aufmerksamkeit nur ablenken, durch wirkliche Sternbilder zu ersetzen. Es sind daher 19 der wichtigsten Sternbilder nebst der Milchstrasse an der Sphäre körperlich dargestellt. Um Ueberladungen zu vermeiden, sind nur die für ein Sternbild bezeichnendsten Sterne nach ihrer Grösse, Farbe, Declination und Rectascension mittelst starker Drähte auf dem nördlichen Wende- und Polarkreise aufgelöthet, so dass dieser Sternenhimmel abnehmbar ist und zum jeweiligen Gebrauche wieder aufgesetzt werden kann. Da die Drähte geometrische Linien nach der Methode des Alignements bilden, so kann der Lehrer hier leicht alle Orientirungsregeln wiederholen. Der Anblick des Himmels in den verschiedenen Stunden der Nacht, die Veränderlichkeit der Physiognomie des Himmels während des Jahres — Dinge, die den Anfänger leicht verwirren können, — lassen sich hier ausdrucksvoll zeigen. Dieser bewegliche Sternenhimmel dürfte beim Unterrichte todten Sternkarten, die überdies umgekehrt gezeichnet sein müssen, weitaus vorzuziehen sein. (Uebrigens lässt sich auch an diesem Apparate, nachdem man Erde und Horizont aus der Sphäre herausgenommen, mittelst eines untergehaltenen Lichtes durch Schattenwurf an der Decke eine rotirende Sternkarte von ca. 4 m Durchmesser in orthographischer Projection erzeugen, wodurch der Schüler sofort einen Begriff von Projection und Wirklichkeit erhält). Die scheinbaren Mondbewegungen treten dadurch viel klarer zu Tage, dass ein auf der Ekliptik aufsetzbarer, verschiebbarer Reif die verschiedenen Lagen der Mondbahn, das Wandern der Knoten, die Entstehung des drakonitischen Monats etc. deutlich zum Ausdrucke bringt. Als Sonne und Mond können noch kleine Scheibchen eingesetzt werden, die bei den Knoten Bedeckungen veranlassen, somit den scheinbaren Verlauf der Finsternisse handgreiflich versinnlichen*).

*) Endlich ist es ganz dem freien Ermessen des Lehrers anheimgestellt, auf eine Reservehorizontscheibe ein Relief der betreffenden Gegend aufzustellen. Die Sonnenkugel wird dann durch einen eigens beigegebenen Lichteinsatz mit Schwerpunktvorrichtung ersetzt. Es entstehen dann nicht nur die Mondphasen, sondern überhaupt all' die mannigfaltigen, wechselvollen Beleuchtungen der betr. Gegend für beliebige Tage in verschiedener Intensität, mit den verschiedensten Schattenlängen, wodurch sich höchst anschauliche Effecte ergeben. Durch das Relief ist man auch im Stande, sich ganz local auszudrücken.

Das Tellurium*), welches für die wirklichen Bewegungen in die Sphäre eingesetzt wird, dürfte eines der umfassendsten und einfachsten der bisher construirten sein. An ihm kann u. a. auch die Entstehung der scheinbaren Bewegungen gezeigt werden. Es hat im Wesentlichen folgende Anordnungen: Um den Zapfen eines Stativs oder um die Himmelsachse des Apparates ist die Erde, die auf einem entsprechenden Arme sitzt, mittelst einer verstellbaren Hülse um die Sonne von Hand aus leicht bewegbar. Der Arm endigt in einer zweiten, kleineren Hülse, welche die Erdachse mit Globus aufzunehmen hat. Für die Sonne wird eine aufschraubbare Messingkapsel, in welcher eine Spiralfeder ein kräftiges Licht auf ein constantes Niveau treibt, sowie ein regulirbarer Hohlspiegel mit Blendung benützt. Es lassen sich nun durch Einsetzen verschiedener Achsenstellungen auf anschaulichem, entwickelndem Wege die Bedingungen für die Entstehung der Jahreszeiten aufsuchen; es lässt sich leicht beweisen, wie gross der Neigungswinkel der Erdachse sein muss und warum diese stets parallel zu sich selbst bleibt. Während die Erdachse am mechanischen Tellurium durch den Globus stets verhüllt bleibt, kann sie hier auch isolirt um die Sonne geführt werden, wodurch ihr Parallelismus sehr augenscheinlich hervortritt, namentlich aber die wichtigen Folgen desselben: man sieht mit Hilfe eines Zeigers für den senkrechten Sonnenstrahl deutlich, ob der nördliche Theil bald der Sonne zu- bald abgewendet ist, oder sich neutral verhält, wodurch eben die Jahreszeiten entstehen. Gerade dadurch wird dem Schüler das Wesentliche der Sache klar. Um die Jahreszeiten nun genau und bequem darzustellen, wird mit der Erdachse ein Orientirungsscheibchen fest verbunden, auf welchem dann ein Zeiger beim Umgang um die Sonne nach und nach alle Stellungen der Erde bis auf eine halbe Woche herab genau angibt. Die ganz gleiche Zeigervorrichtung wird correspondirend am Fusse des Telluriums angebracht, um die Erde auch in Bezug auf die Weltgegenden richtig stellen zu können. Es reducirt sich also das Tellurium auf zwei Hülsen mit Schrauben und zwei einfache Zeigervorrichtungen, von denen füglich eine weggelassen werden kann, da die Stellungen nach Weltgegenden schon durch erstere sich ergeben. Kurbeln, Zahnstangen, geräuschvolle Zahnräder, Rollen, Schnüre etc., kurz jede Transmission fällt vollständig hinweg. Dies ist aber für die Concentration der Aufmerksamkeit des Schülers auf die eigentliche Sache selbst von sehr grosser Bedeutung; denn erfahrungsgemäss interessirt sich ja derselbe für das ihm wunderbar erscheinende, complicirte Ineinandergreifen der Mechanismen der Rädertellurien mehr, als für den Lehrstoff selbst. Suchen doch manche Methodiker diese Quellen der empfindlichsten Störung durch ein vorheriges Erklären des Räderwerks abzuschwächen, natürlich vergeblich. Ein anderer grosser Missstand der mechanischen Tellurien besteht darin, dass sich alle Bewegungen zugleich vollziehen, wodurch eine Menge von Relationen auf einmal verwirrend auf den Schüler eindringen, die er nur dann auseinanderhalten und beurtheilen kann, wenn er schon Alles gut versteht. Das mechanische Tellurium gehört daher erst an das Ende des Unterrichtes, hat also als eigentliches Lehrmittel einen höchst zweifelhaften Werth. Im vollen Gegensatze hierzu begleitet, (wie überhaupt der ganze Apparat), so auch dieses zerlegbare Tellurium den Unterricht in seinen einzelnen Phasen; es entsteht erst nach und nach vor den Augen des Schülers unter schrittweiser Berathung zwischen Schüler und Lehrer; es führt in das Innere des sachlichen Zusammenhangs der Wahrheiten durch wirkliche Beweise und schlagende Gegenbeweise hinein; es ermöglicht überhaupt eine genetische und rationelle Methode. Nach Behandlung der terrestrischen Verhältnisse tritt der Mond neu hinzu. Seine Führung wird zu dem Behufe über das erwähnte Orientirungsscheibchen geschoben und mittelst der Knotenzeiger nach diesem für eine beliebige

*) Ebenfalls bei R. Schultz in Strassburg auch in einer Extra-Ausgabe erschienen.

Bahnlage des Mondes scharf gestellt. Da für die Erde noch eine kleinere Kugel beigegeben ist, so können die Bedingungen der Finsternisse sehr deutlich entwickelt werden, namentlich da Hohlspiegel und Erde im richtigen Verhältniss stehen; während z. B. bei kleinem Hohlspiegel und grossem Globus, wie man dies nur zu oft findet, falsche, divergente Erdschatten (die in manchen Illustrationen durch Schönfärberei in convergente umgewandelt sind) entstehen und auch höchst ungleiche Beleuchtungen für den Globus selbst. Der Kreideanstrich der kleinern Erde und des Mondes ergibt blendend scharfe Beleuchtungseffecte. Endlich können an diesem Tellurium noch die scheinbaren Bewegungen aus den wirklichen reproducirt werden, was eben so bildend als überzeugend ist und was erst zur vollen, befriedigenden Erkenntniss des wahren Sachverhaltes führt. Um diese Rückübersetzungen zu ermöglichen, kann ein wahrer Horizont federnd auf den Globus durch eine einfache Vorrichtung für jede gewünschte Breite aufgesetzt werden. Durch einen Zeiger steht er in Verbindung mit einem Stundenkreise. Wird nun die Erde in Rotation versetzt, so gibt der Zeiger, welcher den senkrechten Sonnenstrahl vorstellt, alle Auf- und Untergangszeiten, alle Morgen- und Abendweiten von Sonne und Mond*), ihre Tages- und Nachtbögen etc. an, sowie alle Mittagshöhen, die auf einem Gradbogen direct abgelesen werden können. Die Schüler bemerken deutlich, dass das scheinbare Steigen der Sonne nur ein Zuwenden, das Sinken ein Wegwenden des Horizontes ist etc.; kurz die Gegensätze zwischen Schein und Wirklichkeit verschwinden und erstere stellen sich nur als nothwendige Consequenzen der letzteren dar. Wird nun das eben geschilderte Tellurium, an dem auch die Jahreszeiten jedes beliebigen Planeten dargestellt werden können, in die Sphäre eingesetzt, so entstehen dann alle Bewegungen in Bezug auf die Himmelskreise und den festen Hintergrund des aufsetzbaren Fixsternhimmels. — Für die Darstellung der Planetenbewegungen ist als Repräsentant eines innern Planeten Venus, und als Beispiel eines äussern Mars gewählt. Durch Einsätze am Nordpol der Ekliptik sind sie in letzerer nach ihren relativen Abständen von der Erde, die ebenfalls eingesetzt wird, beweglich und mittelst Zeigervorrichtung stellbar, wodurch sich Recht- und Rücklauf, Entstehung der Phasen, der Elongationen etc. unmittelbar klar machen lassen. Diese einfache Vorrichtung leistet sicherlich mehr, als die theuern Planetarien. Um auch die wahren Mondbewegungen in ihren Grundzügen zu versinnlichen, kann die durch Draht verkörperte Erd- und Mondbahn so am Venuseinsatze befestigt werden, dass sie über der Erde schwebt. Versucht man nun bei gleichzeitig bewegter, entsprechend klein angenommener Erde dem Monde eine Kreisbewegung zu ertheilen, so beschreibt durch Combination beider Bewegungen der Mond sehr anschaulich jene verkörperte Epicycloïde. — Endlich können auch die Folgen der Präcession auf eine ganz einfache Art vorgeführt werden. Die Vorrichtung hierzu besteht aus einem beweglichen Himmelsäquator, dessen Träger im Pol der Ekliptik seinen Drehpunkt hat. Die verlängerte Himmelsachse wandert im platonischen Weltenjahre um den erwähnten Pol. Ihre Lage nach Jahrtausenden gibt ein Zeiger auf einem Orientirungs-Scheibchen an. Die Entstehung des tropischen Jahres, das heutige Nichtübereinstimmen von Sternbild und Zeichen, die Veränderlichkeit der Declination und Rectascension, welche Sterne im Laufe der Jahrtausende Polarsterne werden etc., lässt sich mit Leichtigkeit und Evidenz zeigen. Als Vortheile und Eigenthümlichkeiten dieser Construction fasst Redner folgende zusammen:

1. Die Einfachheit in der Zusammensetzung der Sphäre und in der Kalenderbezeichnung, wodurch alles Verdeckende und Umhüllende ausgeschlossen wird.

---

*) Für den Mond ist noch eine Extra-Führung unter 5° 8′ beigegeben.

2. Die körperliche Darstellung der Sternbilder nach der Methode des Alignements und die Erzeugbarkeit einer grossen Sternkarte.
3. Die bequemere, genauere Darstellung der Zeiten und die Anwendbarkeit wirklicher Beleuchtungen bei den Scheinbewegungen.
4. Das vollständige Wegfallen aller störenden, complicirten, zerbrechlichen Transmissionen, die grosse Billigkeit und Solidität.
5. Die umfassende Horizontvorrichtung, um die Scheinbewegungen aus den wirklichen herzuleiten, wodurch erst Einheit und ein befriedigender Abschluss des Unterrichtes ermöglicht wird.
6. Die einfache Demonstrationsart für Planeten- und wirkliche Mondbewegungen und für die Präcession.
7. Das durchgreifende Princip möglichster Einfachheit, welches jede Ablenkung der Aufmerksamkeit ausschliesst.
8. Die fast totale Zerlegbarkeit, die ermöglicht, jede Bewegung ohne störende Nebenerscheinungen vorzuführen, wodurch klare Einzelvorstellungen entstehen und ein wirkliches Eindringen in den sachlichen Zusammenhang der Erscheinungen, ein aufbauendes sicheres Fortschreiten vom Einfachen zum Zusammengesetzten, ein allmähliches Hinzufügen des Unbekannten zum klar Erkannten, kurz eine genetisch-inductive Methode realisirbar wird. Lernlust, sich steigerndes Interesse des Schülers, Erstarkung seiner Auffassungskraft, klare, sichere Erkenntnisse resultiren aus dieser inductiven Methode, für welche der Apparat, der eigentlich eine geordnete, einheitliche Lehrmittelsammlung darstellt, die anschauliche Basis bildet.

Die Anschauungen der Versammlung sind conform mit diesen experimentellen und pädagogischen Ausführungen und Herr Oberlehrer Gelshorn aus Zabern hebt hervor, dass dieses zweckmässige Lehrmittel durch Initiative Sr. Exc. des Herrn Oberpräsidenten v. Möller den höheren Schulen der Reichslande geschenkt worden sei und sich bereits praktisch bewährt habe.

Auf eine Einladung des Herrn Dr. Gerland, Prof. der Geographie an der Universität Strassburg und des Präsidenten der geographischen Section wird der Apparat auch in letzterer vorgeführt.

Zweite Sitzung vom 19. September, Nachmittags 3 Uhr.

Vorsitzender: Prof. Helmes aus Freiburg.

Der Vorsitzende legt die Frage vor, ob in der allgemeinen Sitzung ein Antrag auf Verlegung der Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte eingebracht werden solle, um einem längst gehegten Wunsche des um mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht so hoch verdienten Professors Dr. Hoffmann in Hamburg Rechnung zu tragen. Die Mitglieder sind der Ansicht, dass dieser wichtige Antrag so lange zu vertagen sei, bis eine einheitliche Ferienordnung eine zahlreichere Betheiligung ermöglicht habe. Auf sie müsse daher vorerst hingewirkt werden.

Professor Helmes wird Herrn Dr. Hoffmann von diesem Beschlusse in Kenntniss setzen.

Für den Fall einer Verhinderung des Tagespräsidenten in den folgenden Sitzungen wird Professor Lips aus Darmstadt von der Versammlung mit dessen Functionen beauftragt.

Es folgt sodann ein weiterer bereits angekündigter Vortrag.

2. Prof. Dr. Bauer (Karlsruhe):

„Ueber die Behandlung der Lehre von den sphärischen Spiegeln und Linsen.“

Er will diesen Gegenstand durchaus auf die harmonische Theilung gegründet wissen. Als Hauptsätze stellten sich die folgenden heraus:

1. **Bei jedem sphärischen Spiegel wird der Krümmungsradius durch einen in der Achse liegenden Punkt und dessen Bild harmonisch getheilt.**

2. **Bei jeder sphärischen Linse wird die doppelte Brennweite durch einen in der Achse liegenden leuchtenden Punkt und dessen Gegenbild harmonisch getheilt.** Unter Gegenbild versteht der Vortragende den Punkt, welcher gleichen Abstand von der Linse wie das Bild hat, aber auf der entgegengesetzten Seite derselben liegt.

Die doppelte Brennweite ist vor dem Bilderzeuger abzutragen bei dem Hohlspiegel und der Convexlinse, hinter dem Bilderzeuger bei dem Convexspiegel und der Concavlinse. Die Discussion der verschiedenen Lagen ist stets vollständig durchzuführen, indem man das Centrum der einfallenden Strahlen die ganze unendliche Achse durchwandern lässt. Nicht nur das Bild sondern auch das Object kann reell und virtuell sein. Am Schlusse erläuterte der Vortragende die zweckmässigsten Methoden zur Berechnung und Construction der Bildlage.

Ein ausführlicher Bericht über den obigen Vortrag wird in dem von Hrn. Prof. Dr. Carl in München herausgegebenen Repertorium erscheinen*).

Dritte Sitzung vom 21. September, Nachmittags 3 Uhr.

3. Prof. Dr. K. L. Bauer (Karlsruhe):

„Ueber die elementare Berechnung des Verhältnisses der beiden specifischen Wärmen der Gase“,

mit Bezug auf die Versuche von Clément und Désormes. In den verbreitetsten physikalischen Compendien, wie beispielsweise der Physik von Mousson, ist die betreffende Ableitung sehr umständlich und daher schwer zu behalten; in anderen Lehrbüchern beruht dieselbe auf Trugschlüssen. Der Vortragende zeigt nun, wie sich die fragliche Formel auf elementare Weise ganz einfach entwickeln lässt, so dass der Behandlung dieses Gegenstandes auf den Mittelschulen ferner kein Hinderniss entgegensteht. Die Ableitung selbst, welche auch den Hochschuldocenten der Physik willkommen sein dürfte, wird in Carl's Repertorium veröffentlicht werden.

4. Prof. Dr. Lips (Darmstadt):

„Ueber elementare Behandlung und Verwerthung der Determinanten in den höheren Schulen.“

Die Frage, wann die Determinanten in den Unterrichtsplan eingereiht werden sollen, beantwortet derselbe dahin, dass nach seinen Erfahrungen der beste Zeitpunkt nach der Combinatorik sein möchte. Anknüpfend an die Permutationen entwickelt er die Bildung der Producte von drei Elementen nach der Regel von Leibnitz, zeigt wie die Vorzeichen dieser Complexionen nach der Cramer'schen Regel bestimmt werden, und gibt dann, im Hinweis auf den gemeinschaftlichen Nenner, der bei Lösung der Gleichungen mit mehreren Unbekannten vorkommt und schon von Leibnitz den Namen Determinant erhalten, die Definition von Determinant. Hierauf lässt er den Begriff von den Unterdeterminanten und ihre Verwerthung für die Berechnung folgen, entwickelt mit Hilfe derselben die wichtigsten Eigenschaften der Determinanten, und geht dann zur Anwendung derselben auf Auflösung der Gleichungen mit mehreren Unbekannten über. Verdient schon diese elegante Methode der Bestimmung der Unbekannten Berücksichtigung der Determinanten in unseren Schulen, so tritt in noch höherem Grade der Nutzen derselben bei Lösung analytisch-geometrischer Aufgaben hervor. Der kurze, gedrängte Vortrag führt uns die homogenen Gleichungen und ihre Lösung vor, entwickelt die Bedingung des Bestehens eines Systems von n homogenen Gleichungen mit n Unbekannten, wendet diese Sätze auf nicht-homogene Gleichungen an und gibt zum Schluss noch zwei Beispiele über Anwendung auf analytische Aufgaben über gerade Linien.

*) Man s. unsere Anm. S. 85. D. Red.

Vierte Sitzung vom 23. September, Vormittags 8 Uhr.

Oberlehrer Dr. Hornstein (Kassel) stellt zunächst den Antrag: „es möge die Section für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht unter Vermittelung und Unterstützung durch den I. Geschäftsführer der Naturforscherversammlung den hohen Regierungen der Deutschen Staaten die Bitte unterbreiten, die Ferienordnung hochgeneigtst und wenn thunlich so zu gestalten, dass die Philologen- und Naturforscherversammlung in die Ferienzeit fiele."

Dieses Amendement führt zu einer sehr lebhaften Discussion, in der der Unterantrag eingebracht wird: „die hohen Regierungen möchten, falls obige Bitte nicht erfüllt werden könnte, den Besuch beider Versammlungen Jedem leicht ermöglichen."

Da kein einziger Fall genannt werden kann, in welchem eine hierzu nachgesuchte Erlaubniss nicht bereitwilligst ertheilt worden wäre, so ist die Mehrzahl der Ansicht, die Bitte im Vertrauen auf die bisherige volle Loyalität der hohen Regierungen vorerst auf sich beruhen zu lassen.

5. Dr. Hornstein (Kassel):

„Ueber Abschätzung des Werthes der einzelnen naturwissenschaftlichen Disciplinen für den Unterricht an höheren Schulen."

Ein Aufsatz über diesen Gegenstand in der Zeitschrift für das höhere Unterrichtswesen nimmt eine solche Werthabschätzung vor und schreibt der Physik und der Botanik einen bei weitem höheren Werth für den Unterricht zu, als der Zoologie und der Chemie oder gar der Mineralogie, Petrographie und Geognosie. Vortragender hält zum Ersten eine solche Werthabschätzung für inopportun, ja sogar gefährlich, da sicher von gewissen Seiten es zu Ungunsten des gesammten naturwissenschaftlichen Unterrichts gedeutet und ausgebeutet werden würde, wenn einzelne Zweige desselben als geringwerthig und wenig oder gar nicht geeignet für den Unterricht von den Fachgenossen selbst bezeichnet werden. Zum Andern bekämpft derselbe aber jene Ansichten als durchaus irrthümliche; besonders die Zoologie biete so vortreffliches und massenhaftes Bildungsmaterial, dass für die auf den höheren Schulen dem Unterrichte in dieser Wissenschaft gebotene Zeit sicher eher Ueberfluss als Mangel sich ergebe. Eine speciellere Ausführung des Gegenstandes musste in Rücksicht auf die Kürze der gebotenen Zeit unterbleiben. Dem Vorwurfe jenes Aufsatzes gegenüber, Zoologie, Mineralogie, Petrographie etc. seien für den Unterricht in geringerem Grade verwendbar als Botanik, weil man nicht genügendes Beobachtungsmaterial für die Schüler habe, nicht wie bei der Botanik ihm die betreffenden Gegenstände zu eigener Untersuchung in die Hand geben könne — diesem Vorwurfe gegenüber wies der Vortragende nach, dass und wie dennoch solches Material beschafft werden könne, wenn man nur bei Anlegung von Sammlungen weniger darauf Bedacht nehme, recht viele und seltene Arten zu erhalten, als vielmehr von einer geringeren Anzahl von Arten eine grosse, der Schülerzahl entsprechende Anzahl von Exemplaren. Ueber die Art der Beschaffung fügt der Vortragende noch einige praktische Winke hinzu und verspricht schliesslich auf laut gewordenen Wunsch hin eine eingehendere Besprechung des Gegenstandes später an geeigneter Stelle zu liefern.

6. Rector Landgraf (Wimpfen):

„Ueber den botanischen Unterricht an den höheren Schulen."

Entgegengesetzt den Ansichten des Vorredners ist derselbe der Meinung, dass in der Schule von den beschreibenden Naturwissenschaften die Botanik die erste Stelle einzunehmen habe. Er spricht dann über die Behandlung des botanischen Unterrichts in den unteren und mittleren Klassen und

theilt eine Methode mit, die von den englischen Botanikern Henslow und Oliver beim Unterricht benützt worden ist, und die in veränderter Form Redner seit einer Reihe von Jahren mit Erfolg beim Unterricht angewandt hat. Er lässt die Schüler, die die frischen Pflanzen vor sich haben, Tabellen ausfüllen. Die Schüler sind gezwungen, um diese Tabelle auszufüllen, die Organe der Pflanze, im besonderen aber die Theile der Blüthe in geordneter Reihenfolge zu untersuchen und zu definiren. Die Tabellen sind entweder gedruckt oder von den Schülern im Voraus zu ziehen und vorzubereiten. Für die Theile der Blüthe wendet er in den unteren Klassen die Tabelle A, in den oberen Klassen B an.

Tabelle A.

Blüthentheile.	Zahl der Blätter.	Verwachsung.	Anwachsung.
Kelch Kelchblätter.			
Blumenkrone Kronblätter.			
Staubblattbildung Staubblätter.			
Fruchtblattbildung Fruchtblätter.			
Samen			

Tabelle B.

Organ.	No.	Cohaesion.	Adhaesion.
Kelch Sepala.			
Corolle Petala.			
Androeceum Stamina.			
Gynaeceum Carpelle.			
Samen			

Das Ausfüllen der Tabellen wird durch einige Beispiele veranschaulicht:

Blüthe von Ranunculus.

Nach Tabelle A.

Blüthentheile.	Zahl der Blätter.	Verwachsung.	Anwachsung.
Kelch Kelchblätter.	5	frei	unterständig
Blumenkrone Kronblätter.	5	frei	unterständig
Staubblattbildung Staubblätter.	∞	frei	unterständig
Fruchtblattbildung Fruchtblätter.	∞	frei	oberständig
Samen	1 Same in jedem Fruchtblatt.		

Nach Tabelle B.

Organ.	No.	Cohaesion.	Adhaesion.
Kelch Sepala.	5	deutherosepal	unterständig
Corolle Petala.	5	deutheropetal	hypogynisch
Androeceum Stamina.	∞	polyandrisch	hypogynisch
Gynaeceum Carpelle.	∞	apocarpisch	oberständig
Samen	1 Same in jedem Carpell.		

Blüthe von Primula.

Nach Tabelle A.

Blüthentheile.	Zahl der Blätter	Verwachsung.	Anwachsung.
Kelch Kelchblätter.	5	verwachsen	unterständig
Blumenkrone Kronblätter.	5	verwachsen	unterständig
Staubblattbildung Staubblätter	5	frei	auf den Kronblättern
Fruchtblattbildung Fruchtblätter	5	verwachsen	oberständig
Samen	Zahlreiche Samen an einem freien Mittelsäulchen.		

Nach Tabelle B.

Organ.	No.	Cohaesion.	Adhaesion.
Kelch Sepala.	5	gamosepal	unterständig
Corolle Petala.	5	deutheropetal	hypogynisch
Androeceum Stamina.	5	pentandrisch	epipetal
Gynaeceum Carpelle.	5	syncarpisch	oberständig
Samen	Zahlreiche Samen auf einer freien centralen Placenta.		

Diese Tabellen sind für die Schüler der unteren und mittleren Klassen fasslicher als Blüthenformeln und Diagramme, die in der Schule nur in den oberen Klassen und in beschränktem Maasse Anwendung finden können.

In die Präsenzliste der Section für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht waren 80 Namen eingetragen.

Journalschau.

Revue de l'instruction publique du Belgique. Tom. XXII, Livr. 1—5.

Diese Zeitschrift enthält ausserordentlich wenig für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, wenn man nicht die wenigen Recensionen math. Werke dahin rechnen will. Man findet nur unter Mathématiques in Heft 1: La méthode de M. Namur pour le calcul des Logarithmes. Eine Pflege der Didaktik des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts, wie sie unsere Zeitschrift anstrebt und theilweise auch erreicht, scheint man in Belgien kaum zu kennen. Wer sich dagegen über andere Unterrichtsgegenstände, und zwar in französischer Sprache, unterrichten will, der findet hier eine passende Gelegenheit. Wir möchten daher die Leser unserer Zeitschrift angeregt haben, ihre Herren Collegen vom französischen Sprachfache auf dieses Organ hinzuweisen.

Blätter für das Bairische Gymnasial- und Realschulwesen. Bd. XV.

Heft 6. Polster-Würzburg gibt eine angeblich neue und modificirte Methode zur allgemeinen Auflösung der algebraischen Gleichungen 2., 3. und 4. Grades, und Brunbauer-München spricht über „Excursionen mit den Schülern", ohne wesentlich Neues zu bringen. (Denn Referate über die Excursionen haben auch Andere schon machen lassen.) Günther-Ansbach recensirt die mathematischen Lehrbücher von Spieker (Geometrie) und die Kegelschnitte von Simon-Milinowski, beide beifällig, während Braun-Augsburg die Buchstabenrechnung und Algebra von Feaux (7. Auflage)

ziemlich scharf tadelt*). Kurz bespricht kurz die physikalischen Lehrbücher von Wallentin und Budde und schenkt ihnen nur bedingtes Lob.

Heft 7. Der Mitredacteur A. Kurz-Augsburg schüttelt neue physikalische Miscellen (Nr. 71—76) aus seiner Schulmappe und zwar über elastische Nachwirkung, Maasse und Gewicht, Babinet's Luftpumpenhahn und gibt hierauf als Resumé „Grundsteine" der Physik für die ersten drei Capitel (Ponderabilien). Sickenberger-München und Weiss-Speyer recensiren unabhängig von einander die „Hauptlehren der mathematischen Geographie" ihres bairischen Collegen Jacob beifällig.

Heft 8. Solger-Kaufbeuren gibt eine Skizze des Himalaya, mit besonderer Rücksicht auf geologische Verhältnisse. Man erfährt daraus nicht, ob der Verfasser sich auf Autopsie stützt, oder ob der Aufsatz nur eklektischer Natur ist. Vogel-Memmingen beantragt, die naturwissenschaftliche Section der Hauptversammlung der Lehrer an technischen Unterrichtsanstalten Baierns möge die Gründung von naturwissenschaftlichen (soll wohl heissen „mathematisch-naturwissenschaftlichen"?) Seminaren besprechen, damit die Lehrer unterrichten lernen**). Derselbe beantragt auch, es möchten die obligaten Excursionen dem Lehrer der Naturwissenschaften als Lehrstunden angerechnet werden. Das (dort besprochene) Ueberstundenhonorar ist eine interne Angelegenheit.

Pädagogisches Archiv. Jahrgang XXI.

Nr. 10. Prof. Langbein-Stettin berichtet am Ende des Aufsatzes „Aus einem bairischen Realgymnasium", in welchem er sich über Lehrplan, Berechtigung, Absolutorialprüfung (unter Mittheilung der Maturitätsaufgaben) verbreitet, über seinen Besuch, den er im vorigen Sommer (1879) einem bairischen Realgymnasium abstattete und schildert den gewonnenen Eindruck als sehr günstig. Bezüglich der Stellung der Maturitätsaufgaben ist es, entgegen dem preussischen Usus, in Baiern (wie in Hamburg und a. a. O.) üblich, dass die höchste Unterrichtsbehörde Aufgabenvorschläge einfordert und daraus die Aufgaben auswählt. Der Verfasser macht am Schlusse seines Aufsatzes einen interessanten Vergleich zwischen den bairischen Realgymnasien und den preussischen Realschulen 1. Ordnung. — In dem Artikel „Die Bedeutung der Zoologie für das Studium der Medicin" (Abdruck aus der Augsburger Allgemeinen Zeitung) tritt der Freiburger Universitätsprofessor der Zoologie Weismann energisch ein für die Zoologie als Examinationsgegenstand künftiger Mediciner und will sie über die Botanik und Mineralogie, gleichberechtigt mit Chemie und Physik, gestellt wissen. — In dem nun folgenden Artikel „Die höhere Unterrichtsfrage in England" gibt der Realschulprofessor Wendt-Hamburg den Inhalt des Aufsatzes „The classical controversy; its present aspect" von dem Oxforder Professor A. Bain in der Contemporary Review im Auszug. — Recensirt sind die botanischen Werke von: Hippe, Flora der sächsischen Schweiz, Schlechtendal-Wünsche, Insekten, Jessen, die Excursionsflora, Waldner, Flora von Elsass-Lothringen, Vogel, Flora von Thüringen, sämmtlich von Leimbach.

---

*) Die Sammlung von Rechnungsaufgaben desselben Verfassers (Essen bei Baedeker, 1861, wahrscheinlich auch in neuer Auflage erschienen) haben wir für Extemporalia immer recht brauchbar gefunden, freilich mehr in Arithmetik als in Geometrie.

**) Dieser Antrag kommt für das übrige Deutschland recht post festum, aber für Baiern vielleicht noch zeitig genug. Wir rathen den bairischen Lehrern, bei ihren Berathungen ja nicht das Beispiel der mathematisch-naturwissenschaftlichen Section in der Geraer Philologen-Versammlung nachzuahmen (X, 77, unsere Anm.) und das schon vorliegende Material nicht zu — ignoriren. (Vgl. Nohl's Schrift über pädagogische Seminare und unsere Thesen VI, 351 ff., die Buchbinder's III, 409 und die Werke von Lindner, Wretschko, Lang u. A. VI, 475 ff.) Vor Allem wolle man nicht die wissenschaftlichen Seminare mit pädagogischen verwechseln. Erstere gibts überall, letztere so gut wie nicht.

D. Red.

Strack's Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens.
Jahrgang VII (1879).

Heft XII enthält nur Philologisches und bietet für unsere Fächer gar nichts. Das Regulativ über die Ausbildung für den preussischen Staatsdienst im Bau- und Maschinenfach wird mitgetheilt.

Jahrgang VIII (1880).

Heft I. In dem interessanten Aufsatze „Alte Philologie und das Studium der Medicin“ gibt ein praktischer Arzt (Dr. Schirks in Stettin) einen „Beitrag zur Kritik der Gutachten der Aerztevereine“, sowie der Streitschrift des Dr. Hedler in Hamburg „Die Stellung des praktischen Arztes zur Realschulfrage“. Verfasser legt mit Rücksicht auf die frühere bureaukratische Gerichtssprache dar, dass an unserer deutschen Sprachcorruption die exclusive herkömmliche Erlernung der alten Sprachen und der daraus hervorgegangene widernatürliche Gebrauch derselben („Latinomanie“) schwere Schuld tragen. Was Verfasser gegen Hedler (S. 19—20) sagt, ist vortrefflich. Der Aufsatz ist überhaupt höchst empfehlenswerth. — „Pädagogische Erfahrungen, Vorschläge und Wünsche eines alten Schulmannes“ bringt unter I. „Lehrermangel und Vorschläge zu dessen Beseitigung“ von Dr. Friederici, Dir. em. in Königsberg. Dieser Aufsatz konnte, trotz des Hinweises der Redaction auf die Erfahrungen des Verfassers, uns nur stellenweise und bedingte Zustimmnng abnöthigen. Verfasser nimmt den Begriff „Lehrermangel“ allgemein; dann aber ist Lehrermangel, wenn man nicht gerade die preussischen Volks- resp. Elementarschulen der östlichen Provinzen meint, nach unseren und fremden sicheren Erfahrungen wenn nicht eine Fabel, so doch starke Uebertreibung. Dem Herrn Verfasser scheint unbekannt zu sein, dass bei Vacanzen die Gesuche massenweise eingehen, ja dass selbst gereifte ältere Lehrer abgewiesen werden und an Privatschulen ihr Leben fristen müssen und dass man eher junge (unerfahrene) Lehrkräfte vorzieht, weil sie vielleicht ein wenig besseres wissenschaftliches Universitätszeugniss errungen haben. Was Verfasser (S. 27 und 29) über die pädagogischen Seminare mit Uebungsschulen sagt, ist viel früher ausführlicher und gründlicher von Anderen besprochen worden, und es wäre dem literarischen Anstande gemäss gewesen, diese Arbeiten zu berücksichtigen. Gewichtig sind jedoch die Gründe, die Verfasser als vormaliger Director (S. 28) gegen das Probejahr vorbringt, obschon er es nicht abgeschafft wissen will; dabei wird auch das sogenannte „Fortloben“ scharf verurtheilt. — Recensirt sind: Lorenz, über Gymnasialwesen, Pädagogik und Fachbildung (Hamann), beifällig. Den Schluss bilden die Recensionen von elf naturwissenschaftlichen Büchern durch Schwalbe-Berlin und von sieben mathematischen durch Koniecki-Berlin. Das (neue) Lehrbuch der Mathematik von Schlegel und auch das von Worpitzki erhalten nur bedingtes Lob, volle Anerkennung dagegen Matthiessen's Grundzüge etc.

Miscellen.

1) Aus der Schulstube.

Gelegentlich einer Aufgabe aus Bardey, worin Gulden (G.) vorkommen, musste ich von sämmtlichen Schülern einer Klasse die Faulheitsentschuldigung hören: „ja wir wussten nicht, ob wir den Gulden zu 100 oder zu 60 Kreuzer rechnen (d. h. ob wir österreichische oder süddeutsche G. annehmen) sollten“. Auf meinen Vorhalt, dass es ja seit dem neuen Münzsystem süddeutsche (oder rheinische) G. nicht mehr im Verkehr gäbe, er-

hielt ich zur Antwort: „ja wir müssen immer noch so in der Rechenstunde rechnen“ (nämlich abwechselnd 100 und 60 kr., angeblich der Uebung halber!). Auch von dem Schulvorsteher erhielt ich auf meine Mittheilung des Falles zur Antwort: „ja das geschieht der Uebung halber.“ Wie wäre es nun, wenn die Herren Rechenlehrer lieber den Gulden zu 67 oder 43 kr. annähmen? Das übt noch besser, weil an Stelle der Einer keine Null ist! Und wie wäre es, wenn man in den Rechenbüchern die alte Eintheilung des Centners in 110 Pfund und des Pfundes in 32 Loth, oder des Scheffels in 16 Metzen wieder herstellte? Das übt auch! Prächtige Wirthschaft das! Ich wünsche daher, dieser Gegenstand möge in den diesjährigen Versammlungen der „Sectionen für mathem. und naturw. Unterricht“ besprochen und beschlossen werden: „der Rechenunterricht in Deutschland hat sich überall an das gesetzlich Bestehende in der Praxis anzuschliessen“.

2) Zur Mosel-Geographie.

Die Notiz bez. der Moselschiffer in XI, S. 56 d. Ztschr. erinnert sehr an Dingelstedt's erste Novelle: „Die neuen Argonauten“ (ni fallor im Anfang der 40er Jahre erschienen), in welcher von Hersfeldern Schiffern — die Fulda war damals von Hersfeld aus noch schiffbar — erzählt wird, dass sie die Fahrt nach Kassel Nachmittags angetreten, die Fulda hinunter bis Friedlos gefahren seien, dort ihr Schiff verankert hätten und dann selbst wieder per pedes nach Hersfeld zurückgekehrt seien, um zu Hause zu übernachten. Anderen Morgens seien sie dann wieder nach Friedlos gewandert und hätten ihr Schiff bestiegen. Nach zwei Wochen kamen sie dann glücklich in Kassel an.

Kassel. Ackermann.

Ist denn Niemand unter den Collegen der Rheinprovinz, der uns das Räthsel von der Moselkrümmung (s. d. J. S. 56) löst? Es folgt im nächsten Hefte eine Lösung nach Bädecker. Wir kommen immer wieder auf unsern in Jahrg. (VI, S. 411) gemachten Vorschlag zurück, dass eine Geographie Deutschlands am correctesten und sichersten von der Gesammtheit oder auch nur einem Vereine der Geographielehrer Deutschlands geschrieben werden könnte. D. Red.

Bekanntmachung,

die diesjährige Naturforscher-Versammlung in Danzig betreffend.

Wir erhielten aus Danzig folgendes vom December 1879 datirte Schreiben:

„Sehr geehrter Herr! In Folge des in Baden-Baden gefassten Beschlusses soll die 53. Versammlung der deutschen Naturforscher und Aerzte vom 18. bis 24. September in Danzig tagen. Indem der Unterzeichnete Sie im Namen der Geschäftsführung zur Betheiligung an derselben einladet, bittet er Sie gleichzeitig, falls Sie in der Section einen Vortrag zu halten gedenken, ihm das Thema desselben, sobald es Ihnen möglich ist, freundlichst mitzutheilen. Hochachtungsvoll Oberlehrer Momber, einführender Vorstand der Section für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht.“

Sonach dürften also schon jetzt diejenigen Herren, welche die Danziger Versammlung besuchen wollen, sich auf einen Vortrag oder Antrag rüsten. Der Herausgeber dieser Ztschr. bemerkt zugleich, dass er sowol in Danzig als auch in Stettin, wo die diesjährige Philologen-

Versammlung tagen wird*), und von wo vermuthlich ebenfalls bald eine Einladung ausgehen dürfte, seinen bereits in Trier gestellten Antrag (s. Jahrg. X, 478) auf

Gründung eines deutschen Mathematik-Lehrer-Vereins wiederholen wird.

Eingelaufen bei der Redaction.

(Ende December 1879.)

Tyndall, Das Wasser in seinen Formen als Wolken und Flüsse, Eis und Gletscher. 2. verb. Aufl. (Internationale wissenschaftliche Bibliothek. 1. Bd.) Leipzig bei Brockhaus. 79.

Januar 1880.

Arendt's deutsche Rundschau, Hft. 4. (Am 1. I. 80.)

(Am 19. Januar 1880.)

Mathematik.

Müller, Elemente der ebenen Geometrie und Stereometrie etc. 4. verb. Aufl. Bearbeitet von H. Müller (1. Th. der „Anfangsgründe der geometrischen Disciplinen"). Braunschweig, Vieweg u. S. 80.

Hutt, Die Mascheroni'schen Constructionen etc. Halle, Schmidt. 80.

Hermes, Sammlung von Aufgaben aus der Goniometrie und ebenen Trigonometrie. Berlin, Winckelmann u. S. 79.

Düker, Die Ziffernrechnung mit ihrer Anwendung auf d. gesammte bürgerl. Rechnen. Hildesheim, Lax. 80. (Nebst „Liber mathematicalis des heil. Bernward im Domschatze zu Hildesheim". Ebd. 75.)

Naturwissenschaften.

Klein, Anleitung zur Durchmusterung des Himmels. Astronomische Objecte für gewöhnliche Teleskope etc. Braunschweig, Vieweg u. S. 80.

Lippich, Die Fundamentaleigenschaften der dioptrischen Instrumente. Leipzig, Quandt u. Händel. 79.

Wettstein, Die Strömungen des Festen, Flüssigen und Gasförmigen etc. Zürich, Wurster u. Co. 80.

Vogel-Müllenhoff-Kienitz-Gerlof, Leitfaden für den Unterricht in der Zoologie. Hft. 1. 2. 3. (6 Curse). 2. Aufl. Berlin, Winckelmann.

— — — — Leitfaden für den Unterricht in d. Botanik. Hft. 1. 2. 3. (6 Curse.) 2. Aufl. Ebenda.

Schlechtendal-Wünsche. Die Insekten. 3. Abtheilung (Schluss). Leipzig bei B. G. Teubner. 79.

Baenitz, Leitfaden für d. Unterricht in der Zoologie. Berlin, Stubenrauch. 80.

Krass-Landois, der Mensch und das Thierreich etc. 3. Aufl. Freiburg in B., Herder. 79.

Zaengerle, Lehrbuch der Mineralogie. 3. Aufl. Braunschweig, Vieweg u. S. 80.

Philosophie.

Girard, La Philosophie scientifique. Paris-Bruxelles, Beaudry-Muquardt. 1880.

Zeitschriften.

Kosmos, etc. III, 9. (December.)

— III, 10. (Januar.)

Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXV, 1.

---

*) Nicht in Danzig, wie S. 73 Heft 1 steht.

Nouv. Annal. d. Math. XIX. (1880) Jan.-Heft.
Central-Organ f. d. Int. d. R.-W. VII, 12. u. VIII, 1.
Paed. Archiv XXI, 10.
Zeitschr. f. d. Realschulwesen IV, 12.
Blätter f. d. bayer. Gymn.- u. R.-W. XV, 10.
Revue de l'Instruction publique en Belgique XXII, 5.

Manuscripte.

Bibliographie für December 1879.
P. S. Bremen. „Eine Kategorie befreundeter Zahlen" hat für die Schule keinen Werth. Ihre genaue Adresse erst nachträglich erfahren.
S. i. W. Bemerkungen zu G.'s „Bedenkliche Richtungen".
P. i. E. „Quadrat. Gl. m. 2 Unbekannten".
E. i. S. „Zum vieraxigen Coordinatensystem".

Briefkasten.

A) Allgemeiner.

1) Ist Jemand im Stande, eine recht praktische Anweisung zur Herstellung eines Hektographen zu geben mit Rücksicht auf Dingler's Polyt. Journal Bd. 232, S. 81 und Bd. 233, S. 88?

2) Wir bitten, Briefen, deren Beantwortung oder Rückbeförderung gewünscht wird, immer die nöthigen Briefmarken beizulegen, da nach einer genauen Berechnung das jährliche Porto für Briefe, Postkarten, Kreuzbänder und Packete eine erstaunliche Summe beträgt.

3) Wir bringen nochmals die schon im Briefkasten zu Heft 3 im X. Jahrgang besprochenen Manuscripte des verstorbenen Dir. Wackernagel in Elberfeld in Erinnerung. Findet sich Niemand, der diese Manuscripte ordnen und druckfertig machen würde?

4) Wir suchen angelegentlich nach einem tüchtigen und bewährten Recensenten von Rechenbüchern, deren gerade jetzt eine erhebliche Anzahl bei uns sich aufgehäuft hat. Ebenso suchen wir immer noch nach einem Programm-Referenten für die Provinz Sachsen und die thüringischen Staaten. Findet sich denn gar Niemand dort, der ein Interesse für diese Angelegenheit hat?

5) Die Redaction kann sich auf die Rücksendung von Manuscripten an die Verfasser nur einlassen, wenn diese Rücksendung kostenfrei ist. Es ist daher rathsam, von den Manuscripten immer Copien (z. B. per Hektograph) zu nehmen.

6) Beiträge, deren Verfasser ihre genaue Adresse nicht angeben oder unlesbar schreiben, müssen schon deshalb unberücksichtigt bleiben, weil der Revisionsbogen nicht zur Correctur versandt werden kann.

7) An Manche, die es angeht: Ein Herr Dr. X. aus Deutschland, Lehrer an einem Realgymnasium, schreibt uns, dass er erst jetzt von einem Universitätsprofessor Y. auf unsere Zeitschrift aufmerksam gemacht worden sei. Also zehn Jahre nach der Gründung der Zeitschrift wissen manche deutsche Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften noch nichts von unserem für sie so wichtigen Organe?! Wir bitten übrigens die Herren Fach-Universitätsprofessoren, dem Beispiele Ihres Herrn Collegen Y. zu folgen! — Einer Empfehlung seitens der Unterrichtsministerien, wie sie seiner Zeit das bairische Unterrichtsministerium (vom Juni 1873, s. IV, 177 d. Z.) für angezeigt hielt, bedarf die Zeitschrift wohl nicht mehr.

B) Besonderer.

W. in R. Progr. erh. W. Cons. Fl. schon aufgenommen. — Dr. R. in H. „Kleine Bemerkungen zum Unterrichte in der Planimetrie" erh. —

E. in D. Recension von L.-S. (Synopsis der M. u. G.) erh. Fortsetzung erwünscht. Alles Andere brieflich. — Prof. St. in P. Ihre freundliche Theilnahme an d. Z. hat mich ausserordentlich gefreut, und das Schicksal Ihres vortrefflichen Buchs beweist, dass man in Oesterreich doch das „immer langsam voran" gar zu sehr beherzigt. Also Determinanten, dieses praktische und didaktisch köstliche Hilfsmittel in Oesterreich verpönt?! Und noch dazu Ihre für den Unterricht so äusserst zweckmässige Darstellung?! — P. in W. Dass Sie nun endlich die Rec.-Exemplare erhalten haben, ist erfreulich. — C. in Oberh. Ihre Lösung zu 83 ist falsch. — V. in M. Recension von O. Chemie erhalten. Habe schon das Nöthige besorgt. Das Andere brieflich. — O. Z. cand. math. in K. (Kr. Liegnitz). Ihren Beitrag vom 16. Februar 1879 „Herleitung einer Schwerpunktsberechnung mittelst stereometr. Betrachtungen" habe ich erst heute erhalten, weil sie denselben an einen unrechten Ort sandten. Es ist nicht nachgewiesen, inwiefern die Arbeit einen „Fortschritt über die Arbeiten der Vorgänger hinaus involvirt". Sie setzen den „pädagogischen Werth" Ihrer Arbeit darein, dass sie „bekannte Gegenstände aus einem neuen Gesichtspunkte auffassen lehrt", weisen aber nicht nach, ob dieser Gesichtspunkt wirklich „neu" ist. — K. in Br. Recension H.-D. 2. und 3. Heft erh. Aufsatz über „Behandlung der Geometrie an Volksschulen" im Anschlusse an die Rec. von L. nicht unerwünscht. — K. in O. Lösungen zu den Aufgaben 91—95 erh. — M. in X. Ueber unsere zweite Miscelle (S. 479, Jahrg. X) sind verschiedene Ansichten laut geworden, die wir im nächsten Hefte mittheilen wollen.

Errata.

1) In dem Berichte von Günther (Ueber die Thätigkeit etc. Heft 1, S. 68 im zweiten Vortrag des Referenten) gehört die Randnote (S. 68) zu der Gleichung $x^p \pm \alpha x = \beta$ (S. 69, Zeile 4 v. o.).

2) Ebenda, S. 70, 1. Zeile v. u. muss es auf der rechten Seite der Gleichung heissen

$$-\frac{r}{a} \text{ statt } -r,$$

und ebenso auf den nächsten Zeilen.

Wir werden von einer Seite her darauf aufmerksam gemacht, dass (der Bemerkung des Herrn Dr. Bardey im Anfange S. 25 zuwider) in der Vorrede der deutschen Ausgabe des Bland'schen Werkes der Uebersetzer ausdrücklich bemerke, dass diese neue (2.) Ausgabe, im Gegensatz zur älteren (1.) von Nagel, nicht nur ausgewählte, sondern sämmtliche Gleichungen gebe, nämlich sämmtliche Gleichungen Miles Bland's. Hier ist ein Irrthum. Herr Bardey meint nicht „sämmtliche Gleichungen Miles Bland's", sondern überhaupt „sämmtliche Gleichungen". (Herr Bardey hält also — wenn wir nicht irren — das Werk von Miles Bland für unvollständig.) Die Red.

Die Grundtypen der lösbaren quadratischen Gleichungen mit zwei Unbekannten.*)

Von Dr. Josef Diekmann in Viersen.

Schon in Heft IX S. 423 dieser Zeitschrift haben wir auf die Wichtigkeit hingewiesen, welche die Diskriminante der allgemeinen Gleichung 2. Grades mit zwei Unbekannten für eine prinzipielle Behandlung der Lösung dieser Gleichungen besitzt. Wir wiesen darauf hin, dass die Elimination einer Unbekannten aus den beiden Gleichungen:

$$F \equiv ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$$
$$F_1 \equiv a_1x^2 + 2b_1xy + c_1y^2 + 2d_1x + 2e_1y + f_1 = 0$$

auf eine Gleichung 4. Grades führt, deren Diskussion für die Schule unmöglich ist. Brauchbarer schon ist der Gedanke, diejenigen Werthe für λ zu suchen, durch welche die Gleichung

$$F + \lambda F_1 = 0,$$

die für jedes x und y, welches gleichzeitig $F = 0$ und $F_1 = 0$ macht, ebenfalls erfüllt ist, in lineare Faktoren zerfällt. Denn die Diskriminante der Gleichung

$$F + \lambda F_1 = 0$$

führt bei Berechnung jener Werthe nur auf eine Gleichung 3. Grades in λ, welche wenigstens eine reelle Wurzel haben muss. Allein im allgemeinen Falle einer Berechnung ist diese Wurzel an eine Irrationalität 3. Grades geknüpft, und somit die Zerlegung von

$$F + \lambda F_1 = 0$$

eine eben nicht einfache algebraische Operation. Da wir aber

*) Die früheren arithmetischen Aufsätze des Herrn Verfassers sind: VII, 100 ff. (biquadratische Gleichungen); IX, 347 ff. u. 417 ff. (Invarianten). D. Red.

dennoch eine grosse Zahl von quadratischen Gleichungen mit zwei Unbekannten lösen können und zu lösen gewohnt sind, so wollen wir im Nachstehenden generell diejenigen Fälle untersuchen, in denen die Lösung unabhängig von einer Irrationalität 3. Grades ist, indem wir diejenigen typischen Formen quadratischer Gleichungen a priori aufstellen, welche eine solche Lösung zulassen. Wir hoffen damit eine rationelle Grundlage für die grosse Schaar von Gleichungen zu gewinnen, welche bis jetzt an unsern Schulen nur Gegenstand singulärer Kunstgriffe waren.

In allen Fällen, wo eine solche Lösung durch quadratische oder lineare Gleichungen möglich ist, muss auch die cubische Gleichung für λ sich auf quadratische oder lineare reduciren lassen.

Zwei Fälle, in denen eine solche Reduktion der allgemeinen cubischen Gleichung für λ möglich ist, sind bereits von Plücker angegeben*), nämlich wenn eine Wurzel derselben 0 oder ∞ ist; aber die von ihm angegebene Bedingung zwischen den Coefficienten, für welche dieses statt hat, ist zu complicirt, um daraus mit Leichtigkeit auf die Gestalt schliessen zu können, welche in diesem Falle die gegebenen Gleichungen haben müssen.

Es kommt uns jetzt sehr zu statten, dass wir jene cubische Gleichung in Form einer Determinante**) 3. Grades schreiben

---

*) Analytisch-geometrische Entwicklungen I, S. 241.

**) Angesichts der grossen Bedeutung, welche die Determinanten für die prinzipielle Erledigung so vieler Fragen gerade auf dem Gebiete der niederen Mathematik, sowol in der Algebra als Planimetrie und Trigonometrie haben, muss es auffallen, wie sogar auf Direktorenconferenzen ohne eingestandenermassen begründetes Urtheil über den Gegenstand abgesprochen wird. Das verdammende Schriftstück (Verhandlungen der Direktorenversammlungen in den Provinzen des Königreichs Preussen seit dem Jahre 1879. 2. Band. S. 221 u. f. Berlin, Weidmann) ist für die Fachgenossen von zu grossem Interesse, als dass wir es nicht hier veröffentlichen sollten. In der zweiten Direktorenversammlung der Provinz Hannover heisst es bei der Bestimmung des Umfanges des Lehrpensums wörtlich:

Ob Determinanten?

„Vereinzelt wünscht man noch hinzuzunehmen die Wahrscheinlichkeitsrechnung (Münden) und die Lehre von den Determinanten (Celle, Realschule, Corref.) allerdings gegen das ausdrückliche Votum des Hildesh. Andr. und des Referenten der Celler Realschule. Letzterer äussert über diesen Gegenstand, für dessen Einführung in den Schulunterricht jetzt

können, wodurch dieselbe an Durchsichtigkeit sehr gewinnt. Ordnet man die Gleichung

$$F + \lambda F_1 = 0$$

nach x und y, so erhält man

$$(a + \lambda a_1)\, x^2 + 2\,(b + \lambda b_1)\, xy + (c + \lambda c_1)\, y^2 + 2\,(d + \lambda d_1)\, x + 2\,(e + \lambda e_1)\, y + f + \lambda f_1 = 0,$$

und als Bedingung für das Zerfallen in zwei lineare Faktoren:

$$\varDelta \equiv \begin{vmatrix} a + \lambda a_1 & b + \lambda b_1 & d + \lambda d_1 \\ b + \lambda b_1 & c + \lambda c_1 & e + \lambda e_1 \\ d + \lambda d_1 & e + \lambda e_1 & f + \lambda f_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Es ist die bekannte Diskriminante des Kegelschnittes $F + \lambda F_1 = 0$; für uns eine Gleichung 3. Grades in λ.

Alle Elemente der Determinante sind lineare Formen von

---

namentlich in Fachzeitschriften viel agitirt wird, es sei ja bekannt, dass die Determinanten für den Mathematiker von Fach ein unentbehrliches Handwerkszeug geworden seien; was aber diese Lehre der Schule Grosses nützen solle, vermöge er nicht einzusehen. Wol möge ja ein gewisser didaktischer Werth darin liegen, wenn der Schüler lerne statt mit ausgeführten algebraischen Ausdrücken, mit Symbolen zu rechnen, die an seine Ueberlegung gewisse Anforderungen stellen und dafür weitläufige Operationen ersparen und eine gewisse Durchsichtigkeit bei Behandlung von Aufgaben ermöglichen — aber, fragt er, sind diese Vortheile wirklich so erheblich, dass man ihretwegen seine kostbare Zeit, und wahrscheinlich recht viel Zeit, opfert? Und sollte wol bei einer ungründlichen und wenig Zeit raubenden Behandlung der Determinantenlehre selbst im günstigsten Falle mehr zu erreichen sein, als vielleicht bei einigen wenigen Schülern eine gewisse Routine in mechanischen Operationen? Der Celler Ref. hat noch keine Experimente nach dieser Richtung angestellt, wird es auch wahrscheinlich zunächst noch nicht thun, da es ihm sowol an Zeit als an Muth (sic) fehlt; er glaubt indess kaum, auch ohne sich durch den Versuch überzeugt zu haben, dass für die Schule irgend etwas Erspriessliches dabei herauskommt. Darum: „keine Determinanten, weder auf dem Gymnasium noch auf der Realschule!"†) Nun, Herr Referent, wovon man nichts versteht, davon soll man auch nicht reden.

Der Verf.

†) Von der Red. d. Z. gesperrt gedruckt, nicht in d. Verhandl. — Also eine Meinung, die nicht auf „Ueberzeugung" sondern auf „Glauben" beruht. Ist das eines wahren Mathematikers würdig? D. Red.

λ, und es würde sich die Gleichung $\varDelta = 0$ zunächst auf eine quadratische und lineare reduciren, wenn eine solche lineare Form von λ als Faktor vor die Determinante tritt. Nimmt man etwa $a + \lambda a_1$ als Faktor heraus, so wird aus obiger Determinante:

$$(a + \lambda a_1) \begin{vmatrix} 1 & \frac{b + \lambda b_1}{a + \lambda a_1} & \frac{d + \lambda d_1}{a + \lambda a_1} \\ b + \lambda b_1 & c + \lambda c_1 & e + \lambda e_1 \\ d + \lambda d_1 & e + \lambda e_1 & f + \lambda f_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Wir bekommen daher $a + \lambda a_1$ als Faktor, oder in $a + \lambda a_1 = 0$ eine Wurzel der Gleichung $\varDelta = 0$, wenn $\frac{b + \lambda b_1}{a + \lambda a_1}$ und $\frac{d + \lambda d_1}{a + \lambda a_1}$ Constanten, d. h. von λ unabhängig sind. Ist nun, wenn μ und μ_1 beliebige Constanten bezeichnen,

$$\text{I.} \quad \begin{aligned} \mu a &= b, \text{ und } \mu_1 a = d \\ \mu a_1 &= b_1, \text{ und } \mu_1 a_1 = d_1, \end{aligned}$$

so ist auch $\mu(a + \lambda a_1) = b + \lambda b_1$, $\mu_1(a + \lambda a_1) = d + \lambda d_1$ und somit

$$\frac{b + \lambda b_1}{a + \lambda a_1} = \mu, \quad \frac{d + \lambda d_1}{a + \lambda a_1} = \mu_1.$$

Die Gleichungen I. drücken aber nichts anderes aus, als die Proportion

$$a : b : d = a_1 : b_1 : d_1.$$

Ebenso wie $a + \lambda a_1$ kann man aber auch jede andere der linearen Formen in der Determinante als Faktor behandeln, so dass wir zu obiger Proportion noch die beiden folgenden schreiben können:

$$\begin{aligned} b : c : e &= b_1 : c_1 : e_1 \\ d : e : f &= d_1 : e_1 : f_1. \end{aligned}$$

Wir bekommen somit drei Formen lösbarer quadratischer Gleichungen, nämlich

$$1) \quad \begin{cases} ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0 \\ \mu ax^2 + 2\mu bxy + c_1 y^2 + 2\mu dx + 2e_1 y + f_1 = 0 \end{cases}$$

$$2) \quad \begin{cases} ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0 \\ a_1 x^2 + 2\mu bxy + \mu cy^2 + 2d_1 x + 2\mu ey + f_1 = 0 \end{cases}$$

$$3) \quad \begin{cases} ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0 \\ a_1 x^2 + 2b_1 xy + c_1 y^2 + 2\mu dx + 2\mu ey + \mu f = 0. \end{cases}$$

Sehr charakteristisch stellt sich auch die Lösung der Gleichungen 1), 2) und 3) in dreifacher Form dar. Denn der rationale Werth, welchen wir beim Systeme 1) für λ erhalten ($\lambda = -\mu$), lehrt aus beiden Gleichungen die Glieder mit x eliminiren, wodurch wir eine quadratische Gleichung für y und durch Auflösung also zwei lineare Gleichungen für y erhalten. Bei dem Systeme 2) lehrt der Werth für λ die Glieder mit y eliminiren und wir erhalten zwei lineare Gleichungen für x. Bei der Form 3) endlich eliminirt der Werth von λ die linearen Glieder und das absolute, so dass eine quadratische Gleichung für $\frac{x}{y}$ übrig bleibt, durch deren Auflösung wir zwei lineare Gleichungen in x und y bekommen. Es sind dieses ja auch schliesslich die Hauptlösungsformen, auf welche lösbare quadratische Gleichungen gewöhnlich führen.

Im Falle der Proportionalität je dreier Coefficienten ist für die Determinante selbst noch zu merken, dass sich zwei Elemente zu Null machen lassen, was die Auswerthung der Determinante sehr erleichtert. Hierher gehören auch noch diejenigen Spezialformen, bei welchen zwei Coefficienten von vornherein Null sind. Die Proportion $a : b : d = a_1 : b_1 : d_1$ besteht auch, wenn etwa $a : d = a_1 : d_1 = 0$ und $b : d = b_1 : d_1 = 0$ ist. Wir bekommen dann zwei Gleichungen, in denen die Glieder mit x^2 und xy fehlen. Dehnen wir dieses auch auf die andern beiden Proportionen aus, so bekommen wir folgendes Schema lösbarer Gleichungen, wobei wir die Form einer Gleichung hinschreiben.

0	Form der Gleichungen.
1) ab	$cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$
2) ad	$cy^2 + 2bxy + 2ey + f = 0$
3) bd	$ax^2 + cy^2 + 2ey + f = 0$
4) bc	$ax^2 + 2dx + 2ey + f = 0$
5) be	$ax^2 + cy^2 + 2dx + f = 0$
6) ce	$ax^2 + 2bxy + 2dx + f = 0$
7) de	$ax^2 + 2bxy + cy^2 + f = 0$
8) df	$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2ey = 0$
9) ef	$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx = 0.$

Alle diese Formen, welche schon einen sehr grossen Theil der gewöhnlich behandelten Gleichungen umfassen, können noch

in so fern spezialisirt werden, als darin noch ein oder mehrere Coefficienten Null sein können, wodurch an der Lösbarkeit nichts geändert, die Mannichfaltigkeit der Formen aber noch sehr vergrössert wird. Dabei ordnet der rationale Werth von λ die Lösung der ganzen vorstehenden Gruppe den drei auf vor. S. angegebenen zu. Ausserdem wird derselbe Werth von λ, welcher z. B. in 8) das Glied ey eliminirt, auch das Glied $e(x+y)$ eliminiren, wodurch noch eine weitere Spezialisirung gegeben ist. Wir wollen uns erlauben, das bisher Gesagte an einem numerischen Beispiel von Form 8) oder 9) zu verificiren.

Es sei gegeben

$$3x^2 - 6xy + y^2 + 3(x+y) = 0$$
$$5x^2 - 4xy + y^2 - (x+y) = 0.$$

Multipliciren wir die erste Gleichung mit λ und addiren zur ersten, so wird:

$$\text{II.}\quad x^2(3+5\lambda) - 2xy(3+2\lambda) + y^2(1+\lambda) + x(3-\lambda) + y(3-\lambda) = 0.$$

Die Diskriminante dieser Gleichung ist:

$$\begin{vmatrix} 3+5\lambda & -(3+2\lambda) & \frac{3-\lambda}{2} \\ -(3+2\lambda) & 1+\lambda & \frac{3-\lambda}{2} \\ \frac{3-\lambda}{2} & \frac{3-\lambda}{2} & 0 \end{vmatrix} = (3-\lambda)^2 \begin{vmatrix} 3+5\lambda & -(3+2\lambda) & 1 \\ -(3+2\lambda) & 1+\lambda & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Daraus ergibt sich: $\lambda_1 = \lambda_2 = 3$; $\lambda_3 = -1$.
Setzen wir den Werth $\lambda = 3$ in die Gleichung II. so wird daraus:

$$(3x - y)(3x - 2y) = 0,$$

und für $\lambda = -1$ erhält man aus derselben Gleichung:

$$(x-2)(x+y) = 0.$$

Demnach ergeben sich folgende beiden Gruppen linearer Gleichungen:

$$3x - y = 0, \qquad x - 2 = 0,$$
$$3x - 2y = 0, \qquad x + y = 0,$$

und durch Zusammenstellung von je einer Gleichung aus der einen mit einer aus der andern Gruppe erhält man:

$$x_1 = x_2 = 0;\ x_3 = x_4 = 2;\ y_1 = y_2 = 0;\ y_3 = 3,\ y_4 = 6.$$

Das Vorstehende bezog sich auf diejenigen besondern Formen, welche beide Gleichungen haben müssen, wenn ihre Diskriminante sich auf eine quadratische und lineare Gleichung reduciren lassen soll. Wir bemerkten schon eingangs, dass Plücker*) bereits zwei Fälle angibt, in denen eine solche Reducirbarkeit stattfindet, nämlich, wenn eine Wurzel der cubischen Gleichung $\Delta = 0$ Null oder Unendlich ist. Die Bedingungen zwischen den Coefficienten, welche er hierfür angibt, sind folgende:

$$\text{III.} \qquad ae^2 - 2bed + cd^2 + fb^2 - afc = 0;$$

$$\text{IV.} \qquad a_1e_1^2 - 2b_1e_1d_1 + c_1d_1^2 + f_1b_1^2 - a_1f_1c_1 = 0.$$

Wie man sieht, kommen in jeder dieser beiden Bedingungen nur die Coefficienten einer Gleichung vor; es handelt sich also hierbei um spezielle Formen einer Gleichung, während die andere der gegebenen Gleichungen die allgemeine Form beibehält.

Aus den Gleichungen I. S. 176 folgt auch

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{d}{d_1}.$$

Setzen wir den gemeinschaftlichen Werth dieser Verhältnisse etwa gleich $\frac{k}{k_1}$, so bekommen wir spezielle Formen einer Gleichung, je nachdem man $k = 0$ oder $k_1 = 0$ setzt; sie entsprechen den beiden Fällen, wo die cubische Gleichung die Wurzel 0 oder ∞ hat. In einer der Gleichungen verschwinden dann jedesmal drei Glieder und wir erhalten für $k = 0$ folgende Formen einer der Gleichungen:

0	Form einer Gleichung.
abd	$cy^2 + 2ey + f = 0$
bce	$ax^2 + 2dx + f = 0$
def	$ax^2 + 2bxy + cy^2 = 0.$

Wir sehen, dass bei jeder der drei vorstehenden Formen die Plücker'sche Bedingung III erfüllt ist; für $k_1 = 0$ erhalten wir dieselben Formen für die Coefficienten mit Indices und es ist Bedingung IV erfüllt. Der erstere Werth entspricht der Wurzel $\lambda = 0$; der letztere $\lambda = \infty$. Im letzteren Falle ver-

*) Plücker: a. a. O. S. 243 ff.

schwindet λ aus einer Reihe der Determinante $\Delta = 0$ gänzlich und es bleibt nur eine quadratische Gleichung für λ übrig. Dieses findet aber auch noch statt, wenn λ in zwei Reihen an zwei Stellen verschwindet, so dass wir zu den vorstehenden Formen noch folgende bekommen:

0	Form einer Gleichung.
1) $a_1 b_1 d_1 e_1$	$c_1 y^2 + f_1 = 0$
2) $b_1 d_1 c_1 e_1$	$a_1 x^2 + f_1 = 0$
3) $b_1 e_1 d_1 f_1$	$a_1 x^2 + c_1 y^2 = 0$
4) $a_1 b_1 b_1 c_1$	$2 d_1 x + 2 e_1 y + f_1 = 0$
5) $a_1 d_1 d_1 f_1$	$2 b_1 xy + c_1 y^2 + 2 e_1 y = 0$
6) $c_1 e_1 e_1 f_1$	$a_1 x^2 + 2 b_1 xy + 2 d_1 x = 0.$

In allen diesen Fällen bekommen wir also in der Diskriminante eine quadratische Gleichung für λ. Besonders sind die drei letzten Fälle von Bedeutung, denn wir sehen hieraus, dass die eine Gleichung eine lineare ist [in 5) und 6) ist eine Wurzel Null], und wir stossen also hier auf den schon bekannten Satz: Die Lösung einer quadratischen und linearen Gleichung mit zwei Unbekannten kann höchstens auf eine Gleichung zweiten Grades führen.

Aber hierbei ist Eins zu merken. Während nämlich in den vorhergehenden Fällen die cubische Gleichung eine rationale, oder wenigstens eine reelle Wurzel haben musste, kann es hier vorkommen, dass die quadratische Gleichung für λ irrationale, beziehungsweise complexe Wurzeln besitzt. Da aber die Irrationalität hier nur vom zweiten Grade ist, so ist auch in diesem Falle die Zerlegung nicht nur möglich, sondern die Behandlung der Gleichungen nach obigem Verfahren gewinnt dann noch an besonderem Interesse. Denn es ist wol nicht zu leugnen, dass in manchen Fällen, wo wir für λ rationale Werthe finden, auch ohne Diskriminante wenigstens ein*) solcher Werth mit einiger Ueberlegung erkannt werden kann, mit dem wir eine der Gleichungen multipliciren müssen, um durch Addition oder Subtraktion beider eine zerlegbare Gleichung zu bekommen. Das ist aber nicht der Fall, wenn die Diskriminante irrationale oder

*) Wie z. B. $\lambda = 3$ für die Gleichungen S. 178.

complexe Wurzeln für λ liefert. Ich wähle als Beispiel Gleichungen, wovon die eine zu Nro. 4 S. 180 gehört, nämlich die wohlbekannte und einfache Form:

$$x^2 + y^2 = 13$$
$$x + y = 5.$$

Die zweite Gleichung mit 2λ multiplicirt und zur ersteren addirt gibt

V. $$x^2 + y^2 + 2\lambda x + 2\lambda y - (13 + 10\lambda) = 0.$$

Die Diskriminante dieser Gleichung lautet:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ 0 & 1 & \lambda \\ \lambda & \lambda & -(13+10\lambda) \end{vmatrix} = 0,$$

und liefert für λ die Werthe:

$$\lambda_1 = \frac{-5+i}{2}; \quad \lambda_2 = \frac{-5-i}{2}.$$

Setzt man den Werth für λ_1 in V., so wird

$$x^2 + y^2 - x(5-i) - y(5-i) + 12 - 5i = 0;$$

oder $$[x - 2 - i(y-3)] \cdot [x - 3 + i(y-2)] = 0^{*}).$$

Für λ_1 erhalten wir daher die beiden linearen Gleichungen:

A. $$\begin{cases} (x-2) - i(y-3) = 0 \\ (x-3) + i(y-2) = 0. \end{cases}$$

Ebenso erhalten wir aus V. für λ_2 die beiden linearen Gleichungen

B. $$\begin{cases} (x-3) - i(y-2) = 0 \\ (x-2) + i(y-3) = 0. \end{cases}$$

Die complexe Form der Gleichungen ist hier von besonderem Interesse, denn dadurch liefert jede Gleichung eine Lösung; nämlich die Werthe $x = 2$ und $y = 3$ resp. $x = 3$, $y = 2$; und dieses sind die Wurzeln der gegebenen Gleichungen. Aber auch wenn man eine der Gleichungen A. mit einer aus B. combinirt, erhält man dieselben Wurzeln, und drittens kann man eine der complexen Gleichungen mit der gegebenen reellen $x + y = 5$ zusammenstellen. Wenn man nämlich in

*) Man erhält die Zerlegung, wenn man die erstere Gleichung nach x auflöst und bedenkt, dass dann unter dem Wurzelzeichen das Quadrat einer linearen Form von y stehen muss.

$$x + y = 5$$
$$x - 2 - i(y - 3) = 0$$

die erste Gleichung mit i multiplicirt und zur zweiten addirt, so erhält man nach Division durch $1 + i$ den Werth $x = 2$; subtrahirt man beide Gleichungen, so erhält man $y = 3$.

Es ist wol nicht zu verkennen, dass vorstehende Lösung nicht nur theoretisches Interesse hat, sondern vorkommenden Falls von grösserem didaktischen Werthe ist, als die gewöhnlicheren Methoden, die zwar mit mechanischer Sicherheit ausgeführt werden können, wobei aber der Zusammenhang mit den allgemeinen Prinzipien der Lösung quadratischer Gleichungen meistens verloren geht; und doch existirt dieser Zusammenhang auch für die separirten Lösungen. Einer der beliebtesten Wege, Gleichungen von vorstehender Form zu lösen, und den wir noch auf jenen Zusammenhang hin untersuchen wollen, ist der, die lineare Gleichung zu quadriren, die andere von ihr zu subtrahiren u. s. w., mit andern Worten diejenige lineare Gleichung $x - y = d$ zu suchen, welche mit den beiden gegebenen gemeinschaftliche Wurzeln hat. Dadurch aber, dass die eine Gleichung quadrirt wird, verschaffen wir uns ein System von zwei quadratischen Gleichungen, welche zu Nro. 7 S. 177 gehören, also eine allgemeine Behandlung zulassen.

Wir erhalten, wenn wir dasselbe Beispiel beibehalten wollen:

$$x^2 + 2xy + y^2 = 25$$
$$x^2 \quad + y^2 \quad = 13,$$

und fernerhin:

$$x^2(1 + \lambda) + 2xy + y^2(1 + \lambda) - (25 + 13\lambda) = 0.$$

Die Diskriminante lautet:

$$\begin{vmatrix} 1 + \lambda & 1 & 0 \\ 1 & 1 + \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -(25 + 13\lambda) \end{vmatrix} = 0,$$

oder:

$$(25 + 13\lambda)[(1 + \lambda)^2 - 1] = 0.$$

Daher ist:

$$\lambda_1 = 0; \quad \lambda_2 = -2; \quad \lambda_3 = -\frac{25}{13}.$$

Der Werth λ_1 führt zur ursprünglichen Gleichung zurück und sagt also aus, dass $x + y = 5$ eine der zur Lösung gehörigen linearen Gleichungen ist.

Der zweite Werth für λ hingegen liefert etwas Neues; er lehrt von dem Quadrate der linearen Gleichung das Doppelte der andern subtrahiren und dadurch die lineare Gleichung

$$x - y = \pm 1$$

finden. Diese Gleichung mit der vorhergehenden genügt zur Lösung.

Der dritte Werth endlich für λ lehrt das absolute Glied eliminiren und liefert die beiden linearen Gleichungen

$$2x - 3y = 0; \quad 3x - 2y = 0,$$

welche ebenfalls mit einer der vorhergehenden Gleichungen die Wurzeln ergeben.

Kleinere Mittheilungen.

Zu den Lehrmitteln.

Statistik der mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrbücher an den höheren Schulen Preussens.

Zusammengestellt vom Gymnasiallehrer Schlegel in Waren (Mecklenburg).

Das Januarheft 1880 des „Centralblattes für die gesammte Unterrichts-Verwaltung in Preussen" bringt eine übersichtliche Darstellung der Verbreitung der verschiedenen Lehrbücher in allen Unterrichtszweigen an den höheren Schulen Preussens, mit Angabe des Titels jedes Lehrbuches und der Anzahl der Anstalten jeder Provinz, an denen es eingeführt ist. Wir stellen im Folgenden diejenigen Resultate dieser höchst interessanten Darstellung, welche das mathematisch-naturwissenschaftliche Fach betreffen, im Auszuge zusammen. Die Zahlen der Tabelle geben die Anzahl der Werke an, welche an soviel Anstalten eingeführt sind, als die in der ersten Verticalreihe stehende Ziffer angibt.

(Siehe Tabelle nächste Seite.)

Hinsichtlich der mathematischen und naturgeschichtlichen Lehrbücher ist jedoch zu bemerken, dass die Zahl der dabei genannten Anstalten sich dadurch erhöht hat, dass viele Anstalten für dasselbe Fach Bücher verschiedener Autoren benutzen.

Eine jener Uebersicht beigegebene Circularverfügung, betreffend das bei Einführung von Schulbüchern einzuhaltende Verfahren, enthält den Passus: „Die Veröffentlichung dieses Verzeichnisses wird nicht allein einem statistisch-literarischen Interesse dienen, sondern dem Unterrichte selbst mittelbar förderlich sein können, indem dasselbe bei Vorschlägen zur Einführung eines Buches den Ueberblick über die vorhandenen gleichartigen Lehrmittel erleichtert und die in Fachzeitschriften geübte Kritik auf die vergleichende Betrachtung der jetzt im thatsächlichen Gebrauche befindlichen Bücher richten wird." — Dem wäre unseres Erachtens noch hinzuzufügen, dass die Qualität der meistverbreiteten

Zahl der Anstalten.	Mathematische Lehrbücher.	Mathematische Uebungsbücher.	Physik.	Mathematische Geographie.	Chemie.	Naturbeschreibung.	Rechnen.	Zahl der Anstalten.	Mathematische Lehrbücher.	Mathematische Uebungsbücher.	Physik.	Mathematische Geographie.	Chemie.	Naturbeschreibung.	Rechnen.	Autoren, deren Werke in mehr als 25 Anstalten eingeführt sind:
1	55	15	16	3	10	36	19	26	—	1*	—	—	—	—	—	Bremiker (5)**.
2	17	10	4	1	3	4	4	29	1	—	—	—	—	—	—	Reidt.
3	7	4	2	—	4	6	6	32	—	—	—	—	1	—	—	Lorscheid.
4	3	—	1	—	2	3	1	39	—	—	—	—	—	—	1	Harms.
5	1	2	1	1	2	3	1	40	—	—	1	—	—	—	—	Jochmann.
6	3	2	—	1	1	1	1	42	—	1*	—	—	1	—	—	{ Gauss (5). Rüdorff.
7	2	—	1	—	2	—	1	44	1	—	—	—	—	—	—	Mehler.
8	—	—	1	—	—	2	—	51	1	—	—	—	—	—	—	Koppe.
9	1	—	1	—	—	1	—	53	—	1*	—	—	—	—	—	Wittstein (5).
10	—	—	1	—	1	2	2	62	—	—	—	—	—	—	1	Böhme.
11	1	1	—	—	—	—	—	66	—	1*	—	—	—	—	—	Schlömilch (5).
12	—	—	—	—	—	1	—	69	—	1*	—	—	—	—	—	August (5).
13	—	1	—	—	—	—	1	70	—	—	—	—	—	1	—	Schilling II.
14	—	1*	—	—	—	—	1	75	—	—	1	—	—	—	—	Trappe.
15	1	—	—	—	—	—	—	79	—	—	—	—	—	1	—	Leunis I.
16	1	—	1	—	—	1	1	80	—	—	—	—	—	1	—	Leunis II.
18	1	—	—	—	—	—	—	82	—	1	—	—	—	—	—	Bardey.
19	—	1*	1	—	—	1	1	94	—	—	—	—	—	—	1	Schellen.
20	1	—	—	—	—	—	—	147	—	1	—	—	—	—	—	Heis.
21	—	—	—	—	—	—	1	155	—	—	—	—	—	1	—	Schilling I.
22	1	—	—	—	1	—	—	169	—	1*	—	—	—	—	—	Vega (7).
23	—	—	—	—	—	—	3	187	—	—	1	—	—	—	—	Koppe.
25	—	1	1	—	—	—	—	217	1	—	—	—	—	—	—	Kambly.
Sa.	95	38	31	6	26	61	43	Sa.	4	8	3	0	2	4	3	
								Tot.	99	46	34	6	28	65	46	

(Es giebt also z. B. 55 math. Lehrbücher, die nur an je einer Anstalt eingeführt sind, während andrerseits das Lehrbuch von Kambly an 217 Anstalten gebraucht wird.)***)

Hiernach ist die Gesammtzahl der Bücher und Anstalten:

	Mathematische Lehrbücher.	Mathematische Uebungsbücher.	Logarithmentafeln.	Physik.	Mathematische Geographie.	Chemie.	Naturbeschreibung.	Rechnen.
Bücher	99	32	14	34	6	28	65	46
Anstalten	611	332	473	435	16	172	571	434

Bücher einen Schluss auf die im Allgemeinen erreichte wissenschaftliche Höhe des Unterrichts in dem betr. Fache gestatten wird.

---

*) Logarithmentafeln.

**) Stellenzahl der Logarithmen.

***) Wahrscheinlich braucht sie also da nur der Verfasser des betr. Lehrbuchs, der dort gerade als Lehrer fungirt. Red.

Aus der oben gegebenen Tabelle geht auf den ersten Blick hervor, dass weitaus die Mehrzahl der Lehrbücher nur einen winzigen Verbreitungsbezirk hat. Es werden nämlich an weniger als 11 Anstalten gebraucht:

	Mathematische Lehrbücher.	Mathematische Uebungsbücher.	Logarithmentafeln.	Physik.	Mathematische Geographie.	Chemie.	Naturbeschreibung.	Rechnen.
Bücher	89	27	6	28	6	25	58	35
d. h. %	90	84	43	82	100	90	90	76

Das günstige Verhältniss in der Verbreitung der Logarithmentafeln erklärt sich einerseits aus dem geringen Reize, welchen die Fabrikation dieser Bücher bietet, andrerseits aus der geringeren qualitativen Verschiedenheit derselben, da bei Herstellung der Logarithmentafel die individuellen Bedürfnisse der Autoren nicht entfernt soviel Spielraum haben, wie bei den übrigen der oben erwähnten Bücher. Andrerseits zeigt die Tabelle, dass in den meisten Fächern der Unterricht von einigen wenigen Büchern geradezu beherrscht wird; so namentlich durch die mathematischen Lehrbücher von Kambly, die mathematischen Uebungsbücher von Heis und Bardey, die Logarithmentafeln von Vega, die Physik von Koppe und Trappe, die naturgeschichtlichen Bücher von Schilling und Leunis.

Unter den Verlegern beherrscht F. Hirt in Breslau mittelst der Bücher von Kambly, Trappe und Schilling (217, 75, 225) die Fächer der Mathematik, Physik und Naturbeschreibung derartig, dass kein Anderer auch nur einigermassen ihm nahe kommt.

Logarithmentafeln mit 7 Stellen sind an 203, mit 5 Stellen an 266, mit 4 Stellen an 1 Anstalt in Gebrauch. (Bei 1 Tafel mit 3 Anstalten ist die Stellenzahl nicht angegeben.) Auffallend ist das gänzliche Fehlen der sechsstelligen Tafeln.

Unterricht in mathematischer Geographie scheint nach unserer Tabelle nur an 16 Anstalten Preussens gegeben zu werden; es müsste denn sein, dass hier und da ohne Lehrbuch oder mit facultativem Lehrbuch unterrichtet würde.

Von allgemeiner bekannten, resp. anerkannten Werken, die trotzdem nur wenig verbreitet sind, notiren wir noch:

1) Mathematische Lehrbücher: Brockmann (1), H. Müller (0), Kruse (0), Worpitzky (1).

2) Mathematische Uebungsbücher: Gandtner und Junghans (2), Heilermann und Dieckmann (2), Hofmann (11), Meier Hirsch (25).

3) Logarithmentafeln: Schrön (19), Köhler (14), Bruhns (1), Lalande (6).

4) Physik: Brettner (19), Fliedner (2), J. Müller (10), Reis (1).

5) Mathematische Geographie: Brettner (6), Koppe (5).
6) Chemie: Roscoe (10), Stöckhardt (4).
7) Naturbeschreibung: Garcke (6), Schödler (1), Seubert (5), Thomé (19, 12), Wünsche (4).
8) Rechnen: Diesterweg-Heuser (10), Koch (19), Stubba (10).

Eine Ausdehnung der oben gegebenen Tabelle auf die Staaten des deutschen Reiches, vielleicht vorläufig mit Ausschluss Süddeutschlands, lässt sich nunmehr, nachdem durch Darlegung der Verhältnisse in Preussen die Hauptarbeit gethan ist, mit Hülfe der Programme leicht bewirken*).

Im Uebrigen überlassen wir es dem Leser, zu prüfen, inwieweit sich die Verbreitung der meist und mindest gebrauchten Bücher mit dem durch die Kritik über den wissenschaftlichen und pädagogischen Werth derselben gefällten Urtheile in jedem einzelnen Falle in Uebereinstimmung bringen lässt. Jedenfalls theilen wir die Hoffnung des „Centralblattes", dass die Kritik sich mit den meistverbreiteten, also auch einflussreichsten Büchern künftig besonders gründlich beschäftigen wird.

Sprech- und Discussions-Saal.

Ein angeblich allgemeiner mathematischer Rechnungsgebrauch.

Beitrag zur mathematischen Orthographie.)**

Vom Herausgeber.

Wir erhielten auf unsere im Jahrgange X, S. 479—80 mitgetheilte Miscelle***) folgende Interpellation:

„Der Einsender der Notiz, welche X, 479—80 unter der Ueberschrift „„Miscellen"" unter Nr. 2 abgedruckt ist, befindet sich im

---

*) Wir fragen hiermit an, ob sich nicht in jedem Einzelstaate des deutschen Reichs zu dieser interessanten Arbeit fleissige Hände erbieten?
D. Red.

**) Vergl. auch den Aufsatz: „Sickenberger, mathematische Orthographie, in Jahrg. IV, 379.

***) Zur Bequemlichkeit der Leser drucken wir das Wesentliche derselben hier nochmals ab:

In derselben Schule fand ich bei einem Schüler die Zinsen eines Kapitals von 500 M. bei 5% auf 10 Monate so berechnet:

$$500 : 100 \times 5 : 12 \,.\, 10.$$

Auf den Vorhalt, dass das verstanden werden könne $\frac{500}{100} . 5 = 25$ und auch $500 : (100 . 5) = \frac{500}{500} = 1$ etc. erhielt ich zur Antwort: „Das haben wir bei Dr X. so gelernt".

Irrthum, wenn er glaubt, $500 : 100 \times 5$ könne ausser $\frac{500}{100} . 5 = 25$ auch noch $500 : (100 . 5) = \frac{500}{500} = 1$ bedeuten. Die Zeichen „:" und „$\times$" kommen, nach allgemeinem mathematischen Gebrauche, als Rechnungszeichen derselben Stufe, in derselben Reihenfolge zur Verrechnung, in welcher sie gedruckt oder geschrieben sind. $500 : 100 \times 5$ kann demnach ebensowenig $500 : (100 . 5)$ bedeuten, wie $500 - 100 + 5$ als $500 - (100 + 5)$ gedeutet werden kann." Dr. M.

Bald nach Empfang der Bemerkung des Dr. M. schrieben wir eine Erwiderung nieder, die wir jedoch später mit einer gründlicheren vertauschten. Da wir aber unsicher darüber waren, ob doch nicht vielleicht irgendwo von einer Autorität obiger „mathematischer Gebrauch" festgesetzt, beziehentlich von vielen Mathematikern angenommen worden sei, und weil wir darüber, dass wir coram publico mathematico einen so argen Schnitzer begangen haben sollten, förmlich erschrocken waren, so frugen wir nicht weniger als sechs, dieser Zeitschrift nahe stehende und als Mathematiker wohl renommirte Herren um ihre Meinung. Die eingegangenen Gutachten folgen nun hier ohne Namensnennung und beweisen, dass die Ansichten über diesen Punkt noch auseinandergehen. Am Schlusse haben wir unsere eigene Ansicht dargelegt.

Gutachten I.

„Ich muss Ihnen unbedingt beistimmen. Nach meinem persönlichen Gefühl sind schon Aufgaben wie (Heis § 24 Nr. 17)

$$\frac{x^3}{y^3 z^3} : \frac{y^2}{z^2} : \frac{x^2}{y^2}$$

vom Uebel und doch liegt bei ihnen die Sache weit anders. Ich habe mich in Bardey nach ähnlichen Aufgaben umgesehen und zu meiner Freude nichts dergleichen gefunden. So kann ich nur als meine persönliche Meinung aussprechen, dass, falls sich irgendwo eine ähnliche Schreibweise wie die des Hrn. Dr. M. fände, es unbedingt nothwendig wäre, sie zu bekämpfen. Als ich beim Durchblättern Ihres letzten Heftes (des ersten 1880) die betr. Formel sah, erschrak ich ordentlich, wie die mathematische Formelsprache geradezu gebraucht sei, um den Ueberblick über die Rechnung absichtlich recht zu erschweren und zugleich die Rechnung selbst unverständlich zu machen. Ich glaube sonst vor Formeln nicht zu erschrecken, aber diese jagte mir einen gelinden Schauer ein; ich bin überzeugt, Prof. Weierstrass in Berlin würde sich über eine solche Schreibweise entsetzen. — Dass das Beispiel $500 - 100 + 5$ nicht

passt, da dieses = 500 — 95 ist, bedarf keiner Erwähnung. Doch dies sagt Ihre Erwiderung selbst. K.

II.

Beziehentlich Ihrer Anfrage stimmen wir, die Unterzeichneten, Ihnen bei, dass die Schreibweise eine mathematisch-correcte nicht, und daher unzulässig ist, wiewol sie in sogenannten Rechenbüchern hier und da vorkommen mag. Die Beziehung des Herrn Dr. M. auf einen „allgemeinen mathematischen Gebrauch" (sic?) halten wir so lange historisch und sachlich für unbegründet, als Herr Dr. M. nicht im Stande ist, ein namhaftes Lehrbuch zu bezeichnen, in welchem diese Regel des Herrn Dr. M. consequent durchgeführt ist. H. u. D.

III.

Meiner Ansicht nach ist

$$a : b \, . \, c$$

eine unzulässige Schreibweise. Deswegen eben hat man die Klammern, um solche Unbestimmtheiten definitiv zu beseitigen. Die Behauptung, dass der Leseordnung nach gerechnet werden müsse, geht zu weit. Ich hege die Ueberzeugung, dass entweder

$$(a : b) \, . \, c \text{ oder } a : (b \, . \, c)$$

zu schreiben ist; wer die Klammern vermeiden will, kann ja den dieselben ersetzenden Bruchstrich wählen und

$$\frac{a}{b} c \text{ resp. } \frac{a}{bc}$$

schreiben. G.

IV.

Auf Ihre freundliche Anfrage betreffs der saloppen Schreibweise der Formel

$$500 : 100 \times 5 : 12 \cdot 10$$

kann ich nur antworten, dass ich jüdische Kaufleute so rechnen gesehen, aber keinen Lehrer der Mathematik; was Hr. Dr. M.'s Aeusserung über die Reihenfolge der auszuführenden Operationen betrifft, das kann nur von commutativen Rechnungsarten gelten und ist somit die Bemerkung $500 - 100 + 5 = 500 - (100 + 5)$ befremdend. Da könnte man im obigen Falle auch so rechnen:

$$500 : 100 \times 5 = 1,$$

$$1 : 12 \times 10 = \frac{1}{120},$$

oder

$$500 : 100 = 5,$$

$$5 : 12 \times 10 = \frac{5}{120}.$$

Die Klammern dienen ja dazu, um Willkürlichkeiten zu beseitigen und anzudeuten, was zusammengehört; denn wenn wir die Sache allgemein fassen und schreiben

$$a : b \times c : d \times e,$$

so kann man sofort bemerken, dass $b \times c = bc$ sei, und daher schreiben

$$a : bc : de = \begin{cases} \frac{a}{bc : de} \\ \frac{a}{bc} : de \end{cases}.$$

Ich glaube hiermit die Unzulänglichkeit der oben angeführten saloppen Schreibweise dargethan zu haben und würde Ihnen rathen, auf Einwürfe, wie die von Dr. M., gar nicht einzugehen; dass es einen allgemeinen mathematischen Missbrauch bei derartigen Rechnungen gibt, habe ich schon erwähnt und könnte neben den Juden noch Handelsschüler anführen, die auch so rechnen, wobei jedoch anzunehmen ist, dass diese Leute das Niederschreiben der Ziffern nur als Stütze des Gedächtnisses auffassen, nicht als Berechnung einer Formel. St.

V.

Beim Durchlesen der mir übersandten Erwiderungen auf den Ausspruch von Dr. M. habe ich mich freilich über Vieles gewundert — nur nicht über jenen, welchen ich Wort für Wort unterschreiben würde, wenn hinzugefügt wäre „sobald keine Parenthesen vorhanden sind“. Denn in diesem Falle müssen, da wir doch einmal von links nach rechts schreiben, streng die Denkoperationen in derselben Richtung vorgenommen werden.

$$a + b - c$$

bedeutet streng genau eine Differenz, deren Minuend eine Summe ist, nicht aber eine Summe deren Addend eine Differenz ist. Doch bleibt es Jedem unbenommen die Rechnung anzufangen wo er will, so lange die Eigenschaften der Functionen es gestatten. Es gibt bekanntlich Wortverbindungen, welche vor- und rückwärts gelesen denselben Sinn haben, aber auch Sätze, die von vorne gelesen harmlos, aber rückwärts nichts weniger als das sind.

Es hat sich nun aber durch den Gebrauch als ein unabweisbares Bedürfniss festgesetzt, dass man Parenthesen unter Umständen weglassen kann und muss, wenn die Technik der Algebra nicht abgeschmackt werden soll. Dahin gehören folgende Fälle:

1) Wenn eine Zahlenverbindung höherer Ordnung (Stufe) mit einer Zahl durch eine Operation niederer Stufe verbunden ist. So ist

$$a + c \,.\, b^x$$

eine Summe, deren Addend ein Product und in diesem der Multiplicator eine Potenz ist.

2) Das Zusammenschreiben bei Producten

$$a : (b \,.\, c \,.\, d) = a : bcd.$$

3) Der sogenannte Bruchstrich.

Nach 1) ist zweifellos

$$2^{3^2} = (2^3)^2 \text{ und nicht } 2^{(3^2)}.\text{*)}$$

Und eben so zweifellos

$$500 : 100 \times 5 : 12 \,.\, 10 = \Big\{\Big[(500 : 100) \times 5\Big] : 12\Big\} \,.\, 10.$$

In demselben Sinne fasst auch Heis seine Aufgabe (Sammlung § 6, 18, γ) auf, nämlich

$$a \,.\, b : c \,.\, d = \Big[(a \,.\, b) : c\Big] \,.\, d.$$

Und eben so klar ist Studniczka in dem Lehrbuch der Algebra, Prag 1878, S. 31, wo steht

$$(a + b + c) : d = a : d + b : d + c : d.$$

Das möchte Studniczka gewiss nicht gerne von rechts nach links gerechnet sehen. Was Herr K. sagt, ist mir unverständlich; wenn Heis nicht Autorität ist, soll es vielleicht Bardey sein oder wer sonst? Dass Bardey zuweilen irrt, davon hatten wir jüngst Proben. Das Beispiel, welches Hr. K. aus Heis citirt, ist ganz unverfänglich. Wenn K. anfangen will diese Schreibweisen zu bekämpfen, werden unsere mathematischen Formeln bald bei lauter Klammern das Ansehen gewinnen, als wenn ein Mensch im Hochsommer mit Pelz, Bärenmütze, Pelzstiefeln und Fausthandschuhen einhergeht. Wer soll Autorität sein? Ist es etwa der Autor, in dessen Werken Ausdrücke der bezeichneten Art entweder zufällig nicht vorkommen, oder der sie geflissentlich meidet, weil er fürchtet gebissen zu werden? Ja freilich, Sie führen da noch manches feine und grobe Geschütz ins Feuer — die Herren G., H., St. sind mir liebe und respectvolle Namen! Ich entzweie mich ungerne mit ihnen. Was sagen Sie von Reidt, Koppe, Egen, Franke? — sie sind doch auch nicht zu verachten. Wie machen diese es? davon wird nichts gesagt — aber M. (wol weil er M. heisst?) wird verurtheilt!**) Ich

*) Siehe jedoch S. 194. Anmerk. Z. 10 v. u.

**) Die Personenfrage spielt hier keine Rolle. Wir betrachten Alles nur sachlich. Red.

werde Ihnen Proben geben! Egen, Handb. d. allgem. Arithm. I. S. 72 steht

$$a + b : c + d = \frac{a+b}{c+d}.$$

Koppe, Arithmetik, 6. Aufl. 1862. § 61

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = a \cdot d : b \, . \, c = \frac{a \, . \, d}{b \, . \, c}.$$

Reidt, Elemente der Math. I. Anh. I. S. 23

$$\frac{a}{m} : \frac{b}{n} = \frac{a}{m} \cdot mn : \frac{b}{n} \cdot mn = an : bm.$$

Dagegen (und das wird M. freuen) Franke, Elem. der Zahlenlehre, Leipzig 1850, § 15

$$a : b : c \, . \, d = a \, . \, d : b : c = (a \, . \, d) : (b \, . \, c)$$

und ibid. allerlei dergleichen.

Was sagen H. u. D. hierzu? — Wissen sie denn Bücher anzugeben, worin Ausdrücke der Form

$$\Big\{\Big[\big\{[a \, . \, b] : c\big\} : d\Big] . \, e\Big\} : f$$

vorkommen? — Ich nicht, und wo jene obigen wirklich zu finden und unverfänglich sind, da sind sie mustergültig.

Was nun aber St. schreibt, ist erst recht „salopp“ und documentirt ein totales Missverstehen der M.'schen Aeusserung, oder was dasselbe ist, des mathematischen Gebrauchs. Wenn man mit ihm in allgemeinen Zahlzeichen schreibt

$$a : b \times c : d \times e$$

so sind die Zahlenverbindungen invers, also derselben Stufe, und man führt der Reihe nach dieselben aus. Wie kann St. nun aber in ganz entgegengesetztem Sinne sagen 1) ist $b \times c = bc$, $d \times e = de$; also

$$a : bc : de = \frac{a}{bc : de}.$$

Das heisst denn doch durch den Zaun brechen; man soll nicht in der Mitte, sondern vorn anfangen — vor Füssen weg, wie man zu sagen pflegt —; also auf K.'s Wunsch:

$$\Big\{\Big(\big\{[a : b] \times c\big) : d\Big\} \times e$$

und nicht

$$a : \Big[(b \times c) : (d \times e)\Big],$$

warum denn nicht auch

$$(a : b) \times (c : d) \times e?$$

Dies würde ein richtiges Resultat wenigstens geben, aber dem Sinne des Ausdruckes entschieden widersprechen.

Wenn Sie nach Allem diesen noch Willens sein sollten, die verschiedenen Gutachten genannter Autoritäten, die mir die Sache nicht recht überlegt zu haben scheinen, mit dem Ihrigen zu veröffentlichen, wogegen ich nichts einwenden kann, so werden Sie Herrn Dr. M. und mir, der ich mich moralisch verpflichtet fühle, für seine Ansicht einzutreten, eine Entgegnung in Ihrer Zeitschrift hoffentlich nicht versagen. L. M.

Erwiderung des Herausgebers.

Dass bei Operationen verschiedener Stufen immer die höhere der niedern vorangehen soll, dass man also

$$a \pm b.n = a \pm (bn) \text{ und nicht } (a \pm b)n$$
$$a \pm b^n = a \pm (b^n) \quad - \quad - \quad (a \pm b)^n$$
$$a \pm \sqrt[n]{b} = a \pm \left(\sqrt[n]{b}\right) \quad - \quad - \quad \sqrt[n]{b \pm a}$$
$$ab^n = a(b^n) \quad - \quad - \quad (ab)^n$$

schreiben und rechnen müsse, das dürfte allgemein angenommen sein und liegt übrigens so sehr in der nothwendigen logischen Congruenz der Schreibweise mit dem Sinne der Aufgabe, dass kaum ein Irrthum — selbst nicht bei Anfängern, sobald sie über die Bedeutung der Klammern belehrt sind — möglich ist. Anders aber liegt die Sache bei Operationen derselben Stufe; hier sind Irrthümer viel eher möglich und deshalb muss hier durch ein äusseres Merkmal die Reihenfolge der Operationen angedeutet werden, um so mehr, da hier Schreibweise und Sinn der Aufgabe sich nicht so klar decken, dass Missverständnisse ausgeschlossen wären. Als solche äussere Zeichen besitzen wir aber die Klammern und die Bruchstriche.

Denn wie im Allgemeinen, so gilt auch in der mathematischen Orthographie die Hauptregel: Schreibe so, dass von Seiten des Lesers jedes Missverständniss absolut ausgeschlossen ist.

Mir ist in meiner Lehrpraxis wirklich vorgekommen, dass Schüler in ähnlichen Aufgaben wie die in Rede stehende

$$500 : 100 . 5 : 12 . 10$$

rechneten (wahrscheinlich weil sie hierin eine Vereinfachung sahen), $500 : (100 . 5)$ oder $\frac{500}{500} = 1$ etc. Sobald aber die Aufgabe so geschrieben war $\frac{500}{100} . 5$, rechneten sie richtig $= 25$.

Die Regel des Hrn. Dr. M. aber, die auch Schröder*) angibt, scheint mir ein durch nichts motivirter Machtspruch zu sein, dem wichtige Bedenken entgegenstehen:

1) Ein Verstoss gegen Rechnungsvortheile, die wir doch lehren und üben sollen. Ich würde in einer arithmetischen Arbeit es einem Schüler als Mangel (Ungeschick) anrechnen, wenn er die Aufgabe

$$34 - 26 + 39 - 13 + 41$$

nach der M.'schen Regel rechnete; denn das ist ein Schneckengang!

---

*) In seinem Abriss der Arithmetik und Algebra, Leipzig 1874 — das grössere Werk des Verf. war uns nicht zugänglich — gibt Prof. Schröder im Abschnitt II („Conventionen über die Parenthesen und Interpretation der Ausdrücke") in § 79 folgende „Uebereinkünfte" an:

„I. Uebereinkunft: Kommen Operationen derselben Stufe ohne Klammern verknüpft vor, so hat man sich dieselben in der Reihenfolge, in der man liest (von links nach rechts) fortschreitend ausgeführt zu denken.

II. Uebereinkunft: Kommen Operationen verschiedener Stufen zusammen, ohne dass durch Klammern ihre Reihenfolge vorgeschrieben wäre, so hat man sich jederzeit die Operationen der höhern Stufe zuerst ausgeführt zu denken."

„Darnach — fährt Schröder fort — darf also beim Zusammentreffen von Operationen derselben Stufe die Klammer nur dann weggelassen werden, wenn sie die ersten Operationsglieder umschliesst; bei Verknüpfung von Operationen verschiedener Stufe darf hingegen die Klammer weggelassen werden, wenn sie den Ausdruck von höherem Range einschliesst. So ist z. B.

$$\begin{aligned} a - b + c &= (a - b) + c \\ a + b \, . \, c &= a + (b \, . \, c) \\ a - b^c &= a - (b^c) \\ \sqrt[c]{a} + b &= \left(\sqrt[c]{a}\right) + b \\ ab^c &= a(b^c). \end{aligned}$$

Dagegen darf bei

$$\left.\begin{array}{l} a - (b + c) \\ (a + b)c \\ (a - b)^c \\ \sqrt[c]{(a + b)} \\ (ab)^c \end{array}\right\} \text{die Klammer durchaus nicht weggelassen werden.}$$

Ausnahme zu I: $a^{b^c} = a^{(b^c)}$ und nicht $\left(a^b\right)^c$. [Also gerade dem widersprechend, was oben (S. 191) Hr. L. M. sagt!] — Hr. S. citirt hier Heis § 6 und Bardey II. 44 ff.

Leider unterlässt Hr. S. anzugeben, wie und wo diese „Uebereinkünfte" (Conventionen) zu Stande gekommen sind, ob auf einer Versammlung von Mathematikern, oder ob sie sich allmählig und unvermerkt unter Mitwirkung von Autoritäten stillschweigend gebildet haben, also so zu sagen geschäftlich durch den Usus sanctionirt sind. Auch das Werk von Hankel, „Vorlesungen über die complexen Zahlen" gibt hierüber keinen Aufschluss.

Vielmehr soll er die positiven und negativen Glieder trennen und jede Gattung vereinigen, also so rechnen:

$$34 + 39 + 41 - (26 + 13) = 114 - 39 = 75,$$

und ebenso

$$6 : 3 . 4 : 8 = (6 . 4) : (3 . 8) = \frac{6 . 4}{3 . 8} = \frac{24}{24} = 1,$$

oder, um ein schwierigeres Beispiel zu wählen,

$$7 : 3 . 9 : 13 = (7 . 9) : (3 . 13) = \frac{7 . 9}{3 . 13} = \frac{63}{39} = 1\frac{8}{13}.$$

Er soll also die directen und inversen Operationen trennen, was die Zahl der inversen verringert, also die Rechnung abkürzt.

Es gibt aber noch einen zweiten für die Praxis wichtigen Grund:

2) Bekanntlich sind die inversen Operationen schwieriger, als die directen. Wer wollte läugnen, dass ceteris paribus ein Divisionsexempel mehr Mühe macht, als ein Multiplicationsexempel? Ja schon bei der Subtraction zeigt sich das (wie schon jeder Kellner und jede Ladenmamsell weiss), durch das sogen. Zuzählen, welches in Oesterreich allgemein angewendet wird, aber in Deutschland sehr spärlichen Boden findet. Wenn ich nun rechne $7 : 3 . 9 : 13$ nach der M.'schen Regel, so muss ich zweimal dividiren, während ich bei $(7 . 9) : (3 . 13)$ nur eine Division nöthig habe.

Um also die Rechnung übersichtlicher und kürzer zu machen und um alle Missverständnisse auszuschliessen, wird man sich kluger Weise der Klammern oder noch besser der Bruchstriche bedienen, wenn man Beispiele rechnet, wie

$$500 : 100 . 5 : 12 . 10, \text{ und also lieber schreiben}$$

$$\frac{500 . 5 . 10}{100 . 12}$$

oder, um gleich die unten von Hrn. L. M. perhorrescirte Form zu nehmen,

$$\left\{\left[([a . b] : c) : d\right] . e\right\} f = \frac{a . b . e . f}{c . d} = \frac{abef}{cd}.$$

Und das den Schülern zu zeigen, war der Zweck meiner Auseinandersetzung in der Schule des Hrn. Dr. X. in H.

Dem von Hrn. L. M. — dessen Ansichten wir übrigens beistimmen würden, wenn sie nicht zu weit gingen — gezeichneten mathematischen Sonderling aber, der im Hochsommer mit „Bärenmütze, Pelzstiefeln und Fausthandschuhen“ einhergeht, dürfen wir getrost jenen gegenüberstellen, der im Besitze eines Wagens neben Pferd und Wagen einherlief, oder jenen, der den ihm lästigen Ueberzieher und Schirm wegwarf und dann bei einem Gewitter zur Strafe

tüchtig durchnässt wurde. Wenn aber Autoritäten wie L. M. und Herr Schröder bei der Demonstration von Ausdrücken wie a^{b^c} sich diametral widersprechen (s. o.), dann haben wir freilich nach dem Muster der orthographischen auch eine mathematische Uneinigkeit, zu deren Schlichtung allerdings „Conventionen" wünschenswerth sind, nur dürfen diese nicht autokratische sein. Sollte wirklich im J. 1980 ein Mathematikercongress darüber entscheiden, so rathen wir unseren Nachkommen, bis dahin zur Vermeidung von Missverständnissen sich der Klammern, und wo diese zu „bärenmützig" aussehen, der — Bruchstriche zu bedienen. Sapientibus sat! — Der Herausgeber.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaction der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A) Auflösungen.

86. (Gestellt von Schlömilch X_5 351). U sei der Mittelpunkt des umgeschriebenen Kreises, V der Höhendurchschnittspunkt von $\triangle\ MNP$, dessen Ecken M und N fest sind, während P beweglich ist. Auf welcher Curve muss P fortrücken, wenn UV parallel verschoben werden soll?

Auflösung. Wenn man MN zur Abscissenaxe und die in der Mitte von MN errichtete Senkrechte zur Ordinatenaxe nimmt, wenn dann $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{y}$ die Coordinaten des Punktes P sind, so hat man als Gleichungen der Seiten MP und NP bezüglich:

$$y = \frac{\mathfrak{y}}{\mathfrak{x} - \frac{1}{2}MN}\left(x - \frac{1}{2}MN\right) \text{ und } y = \frac{\mathfrak{y}}{\mathfrak{x} + \frac{1}{2}MN}\left(x + \frac{1}{2}MN\right).$$

Die Gleichungen der Höhen NN' und MM' sind demnach:

$$y = \frac{\frac{1}{2}MN - \mathfrak{x}}{\mathfrak{y}}\left(x + \frac{1}{2}MN\right) \text{ und } y = -\frac{\frac{1}{2}MN + \mathfrak{x}}{\mathfrak{y}}\left(x - \frac{1}{2}MN\right).$$

Daraus ergeben sich die Coordinaten von V:

$$x = \mathfrak{x} \text{ und } y = \frac{MN^2 - 4\mathfrak{x}^2}{4\mathfrak{y}}.$$

Da ferner die Coordinaten des Schwerpunktes S $x = \frac{1}{3}\mathfrak{x}$ und $y = \frac{1}{3}\mathfrak{y}$ sind, so erhält die Tangente des Winkels γ, welchen SV, oder, was dasselbe ist, UV mit der Abscissenaxe bildet, den Werth

$\frac{MN^2 - 4\mathfrak{x}^2}{4\mathfrak{y}} - \frac{\mathfrak{y}}{3}$, dividirt durch $\frac{2}{3}\mathfrak{x}$. Soll sich nun die Gerade UV parallel mit sich selbst verschieben, so muss γ constant sein, d. h. es muss, wenn man MN mit $2c$ bezeichnet,

$$3\mathfrak{x}^2 + \mathfrak{y}^2 + 2\,\mathfrak{x}\mathfrak{y}\,\mathrm{tg}\gamma - 3c^2 = 0$$

sein. Dies ist aber die Gleichung einer Ellipse oder Hyperbel, je nachdem γ kleiner oder grösser als 60^0 ist; der Mittelpunkt der Curve ist der Anfangspunkt der Coordinaten und sie selbst geht durch die Punkte M und N. Wenn $\gamma = 60^0$ ist, ergibt sich die Gleichung

$$3\,\mathfrak{x}^2 + \mathfrak{y}^2 \pm 2\sqrt{3}\,\mathfrak{x}\mathfrak{y} - 3\,c^2 = 0,$$

welche zwei Paare von parallelen geraden Linien repräsentirt, die durch M und N gehen und von denen das eine Paar einen Winkel von 60^0, das andere einen Winkel von 120^0 mit der Abscissenaxe bildet. Dr. STOLL-Bensheim.

Dr. Bermann (Liegnitz) hat eine ähnliche Lösung eingesandt.

87. (Gestellt von Schlömilch X_5 351 und in verkürzter Form wiederholt.) Die Oerter für den Schwerpunkt und Höhendurchschnittspunkt sämmtlicher Dreiecke zu finden, welche denselben umgeschriebenen und eingeschriebenen Kreis haben. M sei der Mittelpunkt des umgeschriebenen, N der des eingeschriebenen Kreises und $MN = e$.

1. Auflösung. Bekanntlich berührt der Feuerbach'sche Kreis den inneren Berührungskreis des Dreiecks von innen (vergl. unter andern Baltzer Elem. d. Math. Planim. § 12, 8, IV). Bezeichnet man daher mit M' den Mittelpunkt des ersteren und bedenkt, dass der Radius desselben $= \frac{1}{2}r$ ist, so hat man $NM' = \frac{1}{2}r - \varrho$. Der Schwerpunkt S und der Durchschnittspunkt H der Höhen liegen mit M und M' auf derselben Geraden (vergl. Baltzer a. a. O.) und zwar ist die Entfernung MH das Doppelte von MM', ebenso wie die Entfernung MO das Doppelte von MN. Es ist daher $OH = r - 2\varrho$, eine Grösse, die sich nicht ändert, welche Lage das Dreieck ABC auch haben mag, vorausgesetzt, dass es immer dem Kreise mit dem Radius r einbeschrieben und dem Kreise mit dem Radius ϱ umbeschrieben bleibt; daher beschreibt bei der Lagenänderung des Dreiecks ABC der Durchschnittspunkt der Höhen um den festen Punkt O einen Kreis vom Halbmesser $r - 2\varrho$; ebenso der Mittelpunkt M' des Feuerbach'schen Kreises um den Punkt N einen Kreis vom Radius $\frac{1}{2}(r - 2\varrho)$, und endlich der Schwerpunkt S, welcher um den dritten Theil der Strecke MH von M in der Richtung nach

H hin abliegt, um einen Punkt, der um $\frac{2}{3}e$ von M in der Richtung nach N zu abliegt, einen Kreis vom Radius $\frac{1}{3}(r - 2\varrho)$.

Bensheim. Dr. Stoll.

2. Auflösung. PQR sei ein Dreieck aus jener Schaar; M und N seien die Mittelpunkte der um- und eingeschriebenen Kreise, T der Höhendurchschnitt und S der Schwerpunkt. O, die Mitte von MT, ist gleichzeitig der Mittelpunkt des Feuerbach'schen Kreises, dessen Radius bekanntlich $\frac{1}{2}r$ ist. Nach einem bekannten Satze berührt der Feuerbach'sche Kreis die vier Berührungskreise des Dreiecks, die drei äusseren äusserlich, den inneren innerlich. Daher ist $NO = \frac{1}{2}r - \varrho$, d. h. der Ort für den Mittelpunkt des Feuerbach-schen Kreises ein Kreis um N mit dem Radius $\frac{1}{2}r - \varrho$. Zieht man $TU \parallel ON$ bis zum Durchschnitt mit MN, so ist der Punkt U durch $MN = NU$ bestimmt, und es ist $UT = 2NO = r - 2\varrho$. Der Höhendurchschnitt T liegt also auf einem um U mit dem Radius $r - 2\varrho$ beschriebenen Kreise. Zieht man ebenso $SV \parallel ON$ bis zum Durchschnitt mit MN, so ist $MV : VN = MS : SO = 2 : 1$, und dadurch der Punkt V bestimmt. Ferner ist $VS = \frac{2}{3}ON$ $= \frac{1}{3}(r - 2\varrho) = \frac{1}{3}UT$. Es liegt also S auf einem um V mit dem Radius $\frac{1}{3}(r - 2\varrho)$ beschriebenen Kreise. M, N, U, V sind harmonische Punkte, M und N die Aehnlichkeitspunkte der Kreise U und V.

E. Capelle-Oberhausen.

88. (Gestellt von F. v. Lühmann-Königsberg Neumark. X_5 352.) Gegeben sind vier von einem Punkte O ausgehende Strahlen und ein Punkt P. Es soll durch P eine Gerade, welche die vier Strahlen nach einander in A, B, C, D schneidet, so gezogen werden, dass von ihren drei zwischen den Strahlen liegenden Abschnitten die beiden äusseren einander gleich werden (also $AB = CD$).

Analysis: Ist E die Mitte von BC und $OF \parallel AD$, so sind sowol OB, OC, OE, OF als auch OA, OD, OE, OF harmonische Strahlen. Zieht man daher durch P eine Parallele zu OD, welche OA, OB, OC, OE, OF bezüglich in A', B', C', E', F' trifft, so wird $B'C'$ durch $E'F'$ harmonisch getheilt und A' ist die Mitte von $F'E'$. Nach einem bekannten Satze ist nun $A'F'^2 = A'B' \cdot A'C'$. Legt man also durch $B'C'$ einen beliebigen Kreis, so ist $A'F'$ gleich der von A' an diesen Kreis gezogenen Tangente.

Eine andere Lösung würde sich aus der Lösung der folgenden Aufgabe 89 ergeben. v. Lühmann-Königsberg N.-M.

2. Auflösung. Eine beliebige Parallele zu $ABCD$ schneide die Strahlen in A', B', C', D', ferner sei $B'E \perp OA'$, $B'F \perp OD'$, $C'G \perp OA'$, $C'H \perp OD'$. Es ist $B'E : C'G = C'B' : C'A' = B'C' : B'D' = B'F : C'H$, daher $B'E \cdot B'F = C'G \cdot C'H$ und somit $\triangle EFB' = GHC'$. Da man die Lage von B' auf dem Strahle beliebig wählen kann, so ist $\triangle EFB'$ bestimmt. Wählt man noch C'' beliebig auf OC und fällt $C''G' \perp OA'$, $C''H' \perp OD'$, so ist $\triangle GHC$ bestimmt, da es $= \triangle EFB$ und $\backsim \triangle G'HC''$ ist.

E. Capelle (Oberhausen).

3. Auflösung. (Im Princip ähnlich mit der 1. Auflösung.) Wir denken uns die Aufgabe gelöst, so dass auf der durch P gehenden Linie die Strecken AB und CD gleich sind. Zieht man dann durch den Mittelpunkt M der Strecke BC den Strahl OM und ausserdem durch O den Strahl GOH parallel mit $PABCD$, so sind diese beiden Strahlen harmonisch conjugirt sowol zu OA und OD, als auch zu OB und OC. Jede Linie, die parallel ist entweder zu GOH oder zu OM, schneidet das gegebene Strahlensystem so, dass die beiden äusseren Abschnitte einander gleich sind. Es kommt also nur darauf an, die beiden Strahlen zu finden, welche sowol zu OA und OD als auch zu OB und OC zugleich harmonisch conjugirt sind, oder mit anderen Worten, die Doppelstrahlen der Involution, welche durch jene vier Strahlen bestimmt ist. Dies geschieht aber nach der bekannten von Steiner, systematische Entwickelung § 17 II, angegebenen Construction, indem man vorerst mit einem beliebigen Radius einen Kreis beschreibt, der durch O geht; die Schnittpunkte desselben mit den Strahlen OA, OB, OC, OD mögen mit α, β, γ, δ bezeichnet werden. Hierauf verbindet man den Schnittpunkt L von $\alpha\gamma$ und $\beta\delta$ mit dem Schnittpunkt N von $\alpha\beta$ und $\delta\gamma$ durch die Gerade LM, welche den Kreis in ϑ und ϑ' schneidet. Die Strahlen $O\vartheta$ und $O\vartheta'$ sind dann die verlangten Doppelstrahlen. Zu diesen parallel hat man durch den Punkt P zwei Gerade zu ziehen; diese genügen den Anforderungen der Aufgabe.

Dr. Stoll (Bensheim).

B) Neue Aufgaben.

Lehrsätze über das Sehnenviereck. (Schluss.)

Fortsetzung von X_6, 421, Nr. 93—95, XI_1, 33 und 34, Nr. 100—102; XI_2, 108, Nr. 108, 109.

110. Haben verschiedene Sehnenvierecke in demselben Kreise die Eigenschaft, dass ihre grössere innere Diagonale (d_1) ein Durchmesser desselben ist, und ihre kleinere Diagonale (d_2), wie ihre Lage auch wechselt, doch gleichweit vom Mittelpunkte des Kreises entfernt bleibt, so ist die dritte Diagonale (d_3) metrisch unabhängig von der Verschiedenheit aller dieser Sehnenvierecke, und ihre con-

stante Grösse wird ausgedrückt durch $d_3 = \frac{d_1 d_2}{\sqrt{d_1^2 - d_2^2}}$. Ist aber bei diesen sonst sich gleich bleibenden Bestimmungen die grössere innere Diagonale d_1 der verschiedenen Sehnenvierecke nicht ein Durchmesser, ist sie aber in jedem gleichweit vom Mittelpunkte entfernt, so sind die dritten Diagonalen dieser Sehnenvierecke ungleich, und es lässt sich ihr Maximum und Minimum dadurch bestimmen, dass man bei einem beliebigen dieser Vierecke im Scheitel seines grössten Winkels A, in welchem das eine Ende von d_1 liegt, eine Tangente nach beiden Seiten an den umgeschriebenen Kreis des Sehnenvierecks legt, dann den gegenüberliegenden kleinsten Winkel A' in seinem Scheitel auf beiden Seiten von d_1 anträgt, diese beiden neuen Schenkel bis an die Tangente verlängert, den Durchschnittspunkt der Tangente und desjenigen Schenkels, der durch den durch die Diagonale d_1 gebildeten grösseren Kreisabschnitt geht, X, und den anderen Durchschnittspunkt Y nennt; so ist AX das Maximum und AY das Minimum der metrischen Länge der dritten Diagonale aller dieser Vierecke.

111. Der Flächeninhalt eines Vierecks, das Sehnen- und Tangentenviereck ist, ist gleich der Wurzel aus dem Producte seiner vier Seiten. $(I = \sqrt{a b a_1 b_1})$.

R. O. Consentius (Karlsruhe).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.*)

Aufgaben, welche dem Journal de mathématiques élémentaires et spéciales entnommen sind und dort entweder als Questions oder als Prüfungsaufgaben angeführt sind.

Jeder Aufgabe haben wir eine kurze Auflösung beigefügt.

Aufgaben über Körper, welche durch Rotation einer Fläche entstanden sind.

32. Die Gestalt eines rechtwinkligen Dreiecks zu finden, wenn sich die Volumina, welche man durch Rotation des Dreiecks um seine drei Seiten erhält, wie $12:15:20$ verhalten. Auflösung: Die Seiten des Dreiecks verhalten sich wie $5:4:3$.

33. Ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten $AC = BC = a$ rotirt um eine durch C gehende und ausserhalb des Dreiecks liegende Gerade, welche mit AC einen Winkel von 30^0 bildet. Das Volumen

*) Diese Abtheilung des Aufgaben-Repertoriums ist die Fortsetzung und Erweiterung des früheren Aufgaben-Repertoriums der Nouv. Annal. des Mathém. Berücksichtigt werden sollen vorzugsweise französische und englische Zeitschriften: besonders 1) Nouv. Ann. des Math. — 2) Journal de mathématiques élémentaires et spéciales, und 3) The educational Times.

V zu berechnen. Auflösung: $V = \frac{1}{3}\pi . \frac{1}{2}a\,(\sqrt{3}+1)\,(\frac{3}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2\sqrt{3} + \frac{1}{4}a^2) - \frac{1}{3}\pi . \frac{1}{2}a\sqrt{3}\,\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{3}\pi . \frac{1}{2}a . \frac{3}{4}a^2 = \frac{1}{6}\pi\, a^3\,(\sqrt{3}+1)$.

34. Rotirt ein rechtwinkliges Dreieck um seine Hypotenuse z, so ist das Volumen gleich dem einer Kugel vom Radius $\sqrt[3]{\frac{36}{5}}$; rotirt es dagegen successive um jede seiner Katheten x und y, so ist die Summe der beiden Volumina gleich dem einer Kugel vom Radius $\sqrt[3]{21}$. Die Seiten des Dreiecks zu berechnen. Auflösung: $5\,x^2y^2 = 144\,z$ (1); $x^2 + y^2 = z^2$ (2); $xy\,(x+y) = 84$ (3). Hieraus ergibt sich $x^6y^6 + \frac{2 . 144^2}{25}\,x^3y^3 - \frac{84^2 . 144^2}{25} = 0$, also $xy = 12$ und $x + y = 7$.

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

SCHÜTZE, E. TH. (Oberlehrer am Seminar zu Waldenburg in Sachsen), Praktische Anweisung zur Behandlung der Bruchrechnung und der bürgerlichen Rechnungsarten für angehende Lehrer. Zugleich ein ausgeführter Lehrgang in sechs Kreisen. gr. 8. (X, 368 S.) Leipzig, B. G. Teubner 1877. Preis 4 M.

Trotzdem diese „praktische Anweisung" für solche angehende Lehrer bestimmt ist, die, ohne den vollständigen Seminarcursus hinter sich zu haben, mit einem Schulamt betraut worden sind, habe ich mich dennoch entschlossen, sie an dieser Stelle anzuzeigen und zu besprechen, weil es für den Rechenunterricht im Allgemeinen nur förderlich ist, wenn sich die Lehrer an höheren Schulen auch um den Rechenunterricht an den Elementarschulen kümmern und so den Elementarlehrern einen Fingerzeig geben, dass eine Gegenleistung sehr erwünscht wäre. Nach den von mir gemachten Erfahrungen habe ich freilich nicht mehr viel Hoffnung, dass hinsichtlich des Rechenunterrichts eine gewisse Fühlung zwischen diesen Lehrerkreisen entsteht: beide meinen allein fertig werden zu können, bedenken aber nicht, dass jährlich tausenden von Schülern, die von der Elementarschule auf eine höhere Schule übergehen, viel Mühe und Arbeit erspart werden könnte, wenn sie nicht umlernen müssten: manche schwache Kraft erträgt diese Last nicht und sinkt ermattet um; man meint dann, der Schüler habe kein Talent für die Mathematik: quidquid delirant reges, plectuntur Achivi. Hier in Berlin gibt es sogar höhere Schulen, an denen, trotzdem eine sogenannte Vorschule (Elementarschule) mit ihnen verbunden ist, ein solches Umlernen vorkommt: ich erinnere nur an die Stellung des Divisors in Bezug auf den Dividendus. Im Hinblick darauf muss man freilich an einer allgemeinen Einigung verzweifeln. Ich glaubte dies vorausschicken zu müssen, um die Anzeige des vorliegenden Buches zu motiviren.

Der Hr. Verf. setzt bei den angehenden Lehrern den zur gedeihlichen Ausführung erforderlichen Wissensstoff voraus, glaubt

aber, dass ihnen die schulgemässe Form seiner Behandlung fehlt: er will sie deshalb in Bezug auf die wichtigsten Partieen des Rechenunterrichts der Volksschule mit dieser Form bekannt und vertraut machen: „Im Hinblick auf den bei Ertheilung des Rechenunterrichts noch sehr häufig anzutreffenden Mechanismus kam es dem Verfasser vor Allem auch darauf an, durch möglichst klare, lückenlos fortschreitende Entwicklung und eine auf allseitiges Verständniss der vorkommenden Rechenoperationen gerichtete Form der Behandlung das logische Moment im Rechenunterricht zu seiner Geltung zu bringen." Ich erkenne gern an, dass dies dem Hrn. Verf. in ausgezeichneter Weise gelungen ist, wenngleich die Methode desselben nicht neu ist und sich nur durch eine sorgsame, accurate Ausführung vortheilhaft unterscheidet. Ob diese Ausführung nicht mitunter insofern das Maass überschreitet, als sie dem unterrichtenden Lehrer sogar den Wortlaut der zu stellenden Fragen vorschreibt, wage ich nicht zu entscheiden, da ich nicht weiss, wie weit der Unterricht auf dem Seminar in dieser Beziehung vorgearbeitet hat. Da der Hr. Verf. selbst Seminarlehrer ist, wird er ja am besten wissen, worin sich die angehenden Lehrer am ersten vervollkommnen müssen. Sie besitzen eben seiner Ansicht nach den Wissensstoff, nicht aber die schulgemässe Form seiner Behandlung. Niemand nun wird dem Hrn. Verf. daraus einen Vorwurf machen wollen, dass er ganz besonders sein Augenmerk darauf richtet, das logische Moment im Rechenunterricht zu seiner Geltung zu bringen und am wenigsten ich, aber — die Schüler sollen doch auch rechnen lernen. Ich fürchte, dass bei der so bedeutenden Hervorhebnng des logischen Moments der Lehrer gar nicht Zeit finden wird, die Schüler im Rechnen selbst, in der passenden Benutzung der Eigenschaften der zu einer Zahl zu verbindenden Zahlen der Aufgabe zu üben: das ist doch schliesslich auch ein wichtiges Moment des Rechenunterrichts, das hinter dem logischen nicht zurückstehen darf.

Der Hr. Verf. behandelt in dem vorliegenden Buche die Rechnung mit gemeinen Brüchen, die Decimalbrüche, die Regeldetri und die sogenannten bürgerlichen Rechnungsarten. Die Decimalbrüche behandelt er zweimal: einmal, indem er die Kenntniss der Rechnung mit gemeinen Brüchen voraussetzt, und dann ohne diese vorauszusetzen. Wie schon bemerkt legt hierbei der Hr. Verf. den Hauptnachdruck auf das logische Moment, und sind ihm seine methodischen Anweisungen in dieser Beziehung durchaus gelungen. Die Art und Weise wie er gerechnet haben will, wie er namentlich die Rechnung mit ganzen Zahlen behandeln will, ist dabei wenig ersichtlich, ich muss mich an das Wenige halten, was sich aus der Rechnung mit Decimalbrüchen ersehen lässt. Bei dem Durchlesen der Vorrede waren meine Erwartungen ziemlich hoch gespannt, ich glaubte wirklich ein Buch vor mir zu haben, in dem ein wenig mit dem alten Schlendrian gebrochen sei; ich finde dort nämlich den

Satz: „Kein Lehrer sollte freilich in der Liebe zum Alten soweit gehen, sich gegen alles Neue ohne Weiteres abzuschliessen. Jedenfalls handeln die am redlichsten gegen ihre Schüler, die sich das Schriftwort gesagt sein lassen: Prüfet Alles und das Beste behaltet." Sogleich darauf lässt sich der Hr. Verf. ausserordentlich umständlich darüber aus, dass durchaus der Divisor hinter den Dividendus zu stellen sei: von den beigebrachten Argumenten wäre meiner Ansicht nach das eine, dass auf einer höheren Stufe des mathematischen Unterrichts diese Stellung allein angewendet wird, massgebend gewesen. Meine Hoffnung auf „das Beste" wurde bei dem Durchlesen der Bruchrechnung noch aufrecht erhalten, indem ich hier das sichtliche Bestreben fand, das Rechnen mit gemeinen Brüchen mathematisch zu behandeln; die Behandlung der Decimalbrüche aber zeigte mir leider, dass der Hr. Verf. in der Liebe zum Alten noch recht weit geht und sich gegen das Neue ziemlich streng abschliesst. Schon die verschiedene Behandlung der Decimalbrüche, je nachdem die gemeinen Brüche schon durchgenommen sind oder nicht, zeigt den Standpunkt des Verf.

Der Hr. Verf. sagt mit Recht, dass auf der zweiklassigen Volksschule es sich von selbst versteht, dass die gemeinen Brüche hinter den Decimalbrüchen zurückstehen müssen; trotzdem ist aber seine Ausführung durchaus nicht geeignet, seine Meinung zu unterstützen. Im Allgemeinen wissen die Lehrer recht gut mit gemeinen Brüchen umzugehen, weniger gut mit decimalen Zahlen. Trotzdem beinahe alle Währungszahlen decimal sind, also alle praktischen Rechnungen mit decimalen Zahlen zu thun haben, kann man sich doch nicht entschliessen, die Rechnung mit diesen Zahlen eingehender als sonst zu behandeln. Die in der Rechnung auftretenden Zahlen sind länger geworden, wir müssen also darauf achten, dass die Rechnung mit diesen längeren Zahlen so kurz als möglich geschieht, wir müssen namentlich auch die Eigenschaften der zu verbindenden Zahlen passend benutzen. Hier war der Punkt, wo ich Neues von dem Hrn. Verf. erwartete, aber ich fand es nicht. Der Hr. Verf. wird wol eben so gut wie ich wissen, dass der angehende Lehrer grade hierin die meiste Unterweisung braucht, damit er nicht die decimal getheilten Zahlen ebenso wie die nicht decimal getheilten behandelt, er muss also namentlich in der Behandlung des Münz-, Maass- und Gewichtssystems unterwiesen werden. In dem vorliegenden Buche geschieht dies aber in einer Weise, dass ich die armen Schüler bedauere, die von den angehenden Lehrern nach der Methode des Herrn Verf. unterrichtet werden. Das Resolviren und Reduciren dieser ausserordentlichen Menge von Einheiten, denen der Hr. Verf. sogar solche beifügt, die gar nicht im Gesetze stehen, wie Hektometer, ist nicht viel anders behandelt als früher, wo die Währungszahlen nicht decimal waren. Meiner Ansicht nach darf der Schüler diese umständlichen Multiplicationen

und Divisionen mit den Potenzen von 10 gar nicht kennen lernen, das Resolviren und Reduciren muss im richtigen Lesen der verschieden benannten, aber nur mit einer Benennung geschriebenen Zahlen bestehen, worauf auch die Verordnung des Bundesrathes hinsichtlich des Schreibens der mehrfach benannten Zahlen hinauslief.

In der Verbindung der einzelnen Einheiten leistet dabei der Herr Verf. Erstaunliches: ich frage nur, wie es möglich ist, dass Jemand, der schon einmal in seinem Leben eine Länge mit dem Meter gemessen hat, Kilometer mit Zehnteln von Millimeter in einer Maasszahl vereinigen kann (S. 146 steht z. B. 17,3263286 km)? Eine so ungeschickte Behandlung des Münz- etc. Systems ist nicht im Stande den Nutzen zu zeigen, den die decimalen Währungszahlen der Rechnung bringen sollen. Der Hr. Verf. hätte hier vor der Herausgabe seines Buches auch erst Alles prüfen sollen, und dies um so mehr, als er bedenken muss, dass seine Schüler Lehrer werden, die nach seiner Methode weiter unterrichten. Hinsichtlich der vier Species in Decimalbrüchen ist der Hr. Verf. in der Liebe zum Alten auch zu weit gegangen: Decimalbrüche müssen vor der Addition und Subtraction gleichnamig gemacht werden, bei der Multiplication wird das Komma erst im Product bestimmt, vor der Division müssen die Decimalbrüche gleichnamig gemacht werden; dass er bei einer solchen Behandlung der Division die Aufgabe: 0,42 : 312 in die Aufgabe 42 : 31200 verwandelt und die Division mit einem fünfstelligen Divisor anstatt mit einem dreistelligen ausführt, ist natürlich consequent. Berücksichtigt sind auch die vier Species in abgekürzter Form, aber nicht eingehend genug. Die abgekürzten Rechnungsarten haben jetzt eine ganz andere Bedeutung als früher, sie sind namentlich in der Volksschule an ihrer Stelle, viel mehr noch als in den höheren Schulen, wo später längere Rechnungen mit grösseren Zahlen mittelst Logarithmen gelöst werden. Dem Schüler muss aber diese Art der Rechnung geläufig werden, er muss gelernt haben, dass er durch sie vielleicht mit der Hälfte der Ziffern ein eben so brauchbares Resultat erzielen kann, wie bei nicht gekürzter Rechnung. Selbstverständlich ist es aber, dass der Schüler sich nur dann dieser Rechnung bedienen wird, wenn er in ihr sicher ist, im entgegengesetzten Falle wird er die längere vorziehen. Soll aber der Schüler sicher werden, so muss es vor allen Dingen der Lehrer sein, und dieser wird es an der Hand der von dem Hrn. Verf. gegebenen Darstellung nicht werden. Es muss auch die nicht gekürzte Rechnung in einer Form gemacht werden, die später die gekürzte Rechnung brauchen kann, damit der Schüler nicht umzulernen braucht. Nachdem aber z. B. der Hr. Verf. stets die Multiplication mit der niedrigsten Ordnung des Multiplicators angefangen hat, fängt er plötzlich bei der abgekürzten Multiplication mit der höchsten Ordnung an: warum hat er das nicht von Anfang an gethan? Während früher die Einerstelle erst im Product be-

stimmt wurde, wird sie jetzt schon in dem ersten Theilproducte bestimmt, das hätte er auch früher so machen sollen. Die Division, die einer weit eingehenderen Unterweisung bedarf als die Multiplication, ist auf kaum zwei Seiten abgemacht, trotzdem sie doch die wichtigste der abgekürzten Rechnungsarten ist, da man bei ihr am meisten Ziffern spart. Der Hr. Verf. hätte aber die Rechnung wirklich etwas mehr studiren müssen, ehe er sie an dieser Stelle zur Unterweisung für Lehrer bearbeitete: aus dieser Unterweisung lernt man nimmermehr abgekürzt dividiren! Nach der Meinung des Hrn. Verf. kann man z. B. die abgekürzte Division nicht dann anwenden, wenn der Quotient mit Einern schliesst, sie lässt sich nur gebrauchen, wenn er auch decimale Einheiten (Zehntel etc.) hat, aber auch in diesem Falle darf erst dann mit der abgekürzten Division begonnen werden, wenn man die Einer des Quotienten gefunden hat.

Der Hr. Verf. hat die Decimalbrüche noch einmal behandelt, ohne die Kenntniss der Rechnung mit gemeinen Brüchen vorauszusetzen. Es ist diese Behandlung meiner Ansicht nach die allein richtige, denn der sogenannte Decimalbruch ist kein specieller Fall des gemeinen Bruches, sondern eine Erweiterung der ganzen Zahl. Es ist nicht zu leugnen, dass der Herr Verf. hier mitunter ziemlich nahe an das Richtige herangekommen ist, ohne es jedoch zu erreichen: die gemeinen Brüche beherrschen trotz der Ueberschrift des Capitels noch zu sehr die ganze Herleitung, während doch die Herrschaft dem einzigen Gesetze gebührt: Es ist eine Einheit irgend einer Ordnung gleich 10 Einheiten der nächst niederen Ordnung. Die Regeln, die für die vier Species gewonnen werden, sind schliesslich dieselben wie früher: Vor der Addition muss man die Posten gleichnamig machen etc. Wie wenig der Hr. Verf. das zuletzt angeführte Gesetz zu benutzen versteht, zeigt die Herleitung der Regel für die Division einer Zahl durch eine Potenz von 10: der Hr. Verf. weiss da nichts Besseres als die Zahl lang durch 10, 100, 1000 etc. zu dividiren! Der zehnte Theil der Einer sind Zehntel, der hundertste Hundertstel, damit ist die Regel hergeleitet.

Wozu hat sich nun aber der Hr. Verf. die grosse Mühe gemacht, auf beinahe 100 langen Seiten die angehenden Lehrer in der Rechnung mit Decimalbrüchen zu unterweisen? Man sollte meinen, um dann in den Aufgaben des praktischen Lebens auch mit Decimalbrüchen zu rechnen. O nein, der Hr. Verf. ist anderer Meinung: indem er zu der Behandlung der Regeldetriaufgaben kommt, stösst er in einer solchen Aufgabe auf die Zahl 0,7, mit der man doch rechnen kann: nein, mit solchen Zahlen rechnet man nun nicht mehr, denn der Hr. Verf. legt dem unterrichtenden Lehrer die Worte in den Mund: „Hierbei merkt: Decimalbrüche behandelt man in Regeldetriaufgaben stets wie gemeine Brüche. Schreibe

also 0,7 als gemeinen Bruch und ziehe dann den Bruchstrich darunter!" Auf S. 244 erinnert der Hr. Verf. noch einmal daran, damit der angehende Lehrer ja nicht auf den Gedanken komme, mit Decimalbrüchen zu rechnen. Ich frage nur: wozu in aller Welt hat denn Deutschland das neue Münz-, Maass- und Gewichtssystem eingeführt? Kann mir der Hr. Verf. vielleicht die Frage beantworten?

Nicht unerwähnt möchte ich es lassen, dass der Hr. Verf. noch nichts von der österreichischen Art bei der Subtraction zu sagen weiss, die doch die Division wesentlich vereinfacht, da sie das Hinschreiben der Theilproducte unnöthig macht; man findet dieselbe doch schon in vielen deutschen Rechenbüchern wenigstens erwähnt; in der That findet sie immer mehr und mehr Anwendung, eine allgemeinere Anwendung lässt sich aber erst dann erhoffen, wenn die Herren Seminarlehrer in der Liebe zum Alten weniger weit gehen und sich gegen alles Neue weniger abschliessen.

Für die bürgerlichen Rechnungsarten, die durchaus verständlich und eingehend behandelt sind, will der Hr. Verf. ausschliesslich den Bruchsatz, also den Schluss auf die Einheit zur Verwendung gebracht sehen. Er verwirft mit Recht den Proportionsansatz, an dem „ältere Berufsgenossen mit einer Zähigkeit hängen, die sich nur aus dem Autoritätsglauben erklären lässt, dass diese von der eigenen Schulzeit her gekannte und bei ihnen in Fleisch und Blut übergegangene Lösungsform das Vorzüglichste sei, was die Methodik bis jetzt auf diesem Gebiete hervorgebracht." Mit diesen Worten der Vorrede stimmt es schlecht, dass der Hr. Verf. auf mehr als 20 Seiten (§ 53) den Proportionsansatz in seiner Anwendung auf Regeldetriaufgaben etc. behandelt*).

Zum Schluss noch einige Kleinigkeiten. Doppelbrüche müssen, wenn kein Irrthum entstehen soll, einen kürzeren und einen längeren Bruchstrich haben, da man sonst nicht weiss, welches der Hauptbruchstrich ist. Das Multiplicationszeichen $\times$ darf nicht für das Wort „Mal" benutzt werden, der Hr. Verf. schreibt z. B. (S. 13) ich lege $2 \times$ ein solches Geldstück auf die Tafel. Das Gleichheitszeichen darf man nur zwischen gleiche Zahlen setzen, der Hr. Verf. setzt es wiederholt zwischen ungleiche Zahlenausdrücke, er schreibt z. B. $1 = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ als Lösung der Aufgabe $1 - \frac{3}{7}$**); auch ver-

*) Verfasser gibt keinen Grund dieses Verfahrens an; wahrscheinlich will er damit den „älteren Berufsgenossen" (S. VI der Vorrede) ein Zugeständniss machen. D. Red.

**) Dieser grobe Fehler — Missbrauch des Gleichheitszeichens — ist leider bei Volksschülern und in Volksschulrechenbüchern so häufig, dass man mit der Sammlung solcher „Schnitzer" eine ganze Broschüre füllen könnte; er ist ein „Capitalfehler"! Wir fanden ihn früher sogar in dem Rechenbuche des sonst so verdienten Hentschel und in Schulzeitschriften. Das eben ist „Dilettanten-Mathematik"! Siehe X, 479 und viele andere Stellen unserer Zeitschrift. D. Red.

wechselt er gleichbenannte Zahlen mit gleichen Zahlen*), indem er meint, man könne nur Gleiches von Gleichem subtrahiren.

In Hinsicht auf die Methodik wird der angehende Lehrer Vieles aus dieser praktischen Anweisung lernen können; in Hinsicht auf praktisches Rechnen wird er nichts Besseres als er bis dahin gelernt hat, darin finden.

Berlin. Dr. A. Kallius.

Nachschrift der Redaction. Wir bedauern, dass wir bei der sonst trefflichen methodischen Anlage des Buches für Seminarzwecke den Ausstellungen des Herrn Referenten beipflichten müssen. Aber es fordern dies Gerechtigkeit und Consequenz, da wir oft schon in dieser Zeitschrift den mathematischen Seminarunterricht als die Quelle der Mängel in den mathematischen Elementarkenntnissen der von der Volksschule zur höheren Schule übergehenden Schüler und des „Umlernens" bezeichnen mussten. Wir wünschen und hoffen daher, der Herr Verfasser werde bei Gelegenheit einer neuen Auflage die hier vorurtheilsfrei und im Interesse der Sache gegebenen Winke benutzen. Wir speciell möchten ihn bitten, statt der langen Division, wie sie leider immer noch in Deutschland meist üblich ist (so z. B. S. 187, 190, 192), zur Sparung des Platzes und zur Uebung des Kopfrechnens die kurze Division, bei welcher zugleich die andere und leichtere Art der Subtraction wiederholt wird, anzuwenden. In Oesterreich findet jeder Schüler diese in Deutschland noch übliche langstielige Division sonderbar und — belächelt sie. Auch die Rechnungsvortheile (so z. B. S. 191), welche z. B. Odermann in seinem kaufmännischen Rechenbuche sehr ausführlich behandelt, verdienen grössere Berücksichtigung. Freuen würden wir uns, wenn wir so einmal eine Musterleistung erhielten, auf welche man künftige Seminar- und Volksschullehrer verweisen könnte.

Schlegel, Victor (Oberlehrer am Gymnasium in Waren), Lehrbuch der gesammten Mathematik. Wolfenbüttel, Druck und Verlag von Julius Zwissler. I. Theil. Arithmetik und Algebra. 1878. XII. 188 S. II. Theil. Geometrie. 1879. XII. 222 S. III. Theil. Trigonometrie. (Mit einer vierstelligen Logarithmentafel.) 1880. VI. 116 S. Preis ?

Referent ist im Allgemeinen kein Freund neu erscheinender Lehrbücher der Elementarmathematik, deren seiner Ueberzeugung nach viel zu viele gedruckt werden, und aus diesem Grunde beschäftigt er sich auch nicht gern mit der Durchsicht und Besprechung solcher Werke. Ist doch das Beste, was man darüber sagen kann, in vielen Fällen das, dass sich eben nichts Besonderes darüber sagen lässt, dass gerade kein Grund zum Tadeln vorliegt. Der weise Erlass des rheinischen Provinzialschulcollegiums, welchen seiner Zeit

*) Wir haben dagegen häufig in Schulen die Verwechslung „gleicher" Zahlen mit „geraden" Zahlen gefunden (z. B. 6 ist eine „gleiche" Zahl, statt eine „gerade"). D. Red.

auch diese Zeitschrift (VII, 325) mit gutem Grunde abdruckte, setzt innerhalb seines Bereiches der Lehrbücher-Manie einen Damm; auch werden darin mit Bedacht die Gründe für eine anscheinend so anormale Verfügung angegeben. Diese Gründe etwas erweiternd, scheuen wir uns nicht, den Satz auszusprechen, dass nur zwei Kategorien von Lehrern zu der in Rede stehenden didaktischen Thätigkeit wirklich berufen sind: solche, die über eine grosse Erfahrung verfügen, und solche, die durch selbstständige Originalarbeiten auf irgend einem Gebiete der von ihnen gelehrten Wissenschaft ihr Bestreben und ihre Befähigung, selbe thatkräftig zu fördern, dargethan haben. Hier nun sind diese beiden Bedingungen erfüllt, die eine derselben sogar im reichsten Maasse. Denn ebenso wie Herrn Schlegel's Arbeiten über pädagogische Dinge, wie wir sie häufig in diesen Blättern lasen, von seinem sicheren und geprüften Urtheil Zeugniss ablegen, ebenso kennt ihn die Fachwelt als unermüdlichen mathematischen Schriftsteller, insonderheit als energischen Kämpfer für allgemeinere Anerkennung und Verbreitung der Grassmann'schen „Ausdehnungslehre". Wenn ein solcher Mann die Feder ergreift, um ein Compendium zu verfassen, so darf er unserer Aufmerksamkeit und Theilnahme von vornherein sich versichert halten, umsomehr als das Publikum hoffen darf, den Einfluss, welcher Grassmann'schen Ideen auf die Gestaltung des elementaren Unterrichtes etwa einzuräumen wäre, aus diesem Werke kennen zu lernen. Man wird also an eine solche Arbeit mit ganz anderen Gefühlen und Erwartungen herantreten, als an die grosse Masse der Dutzendbücher, und wir können gleich a priori dem Leser dieser Zeilen die Zusicherung geben, dass unser Referat ihm keine Enttäuschung bereiten wird. Wenden wir uns jetzt zur gesonderten Besprechung der drei Abtheilungen, aus welchen das Werk vorläufig sich zusammensetzt.

I. Derjenige Zweig der Grössenlehre, welcher sowol nach Umfang als nach Inhalt den stabilsten Charakter trägt, ist unstreitig die allgemeine Arithmetik, und so wird die Einwirkung neuer Gedanken und Gesichtspunkte hier verhältnissmässig am wenigsten zu spüren sein. Wir begnügen uns deshalb zu sagen, dass dieser erste Theil mit eben so grosser Umsicht als Vollständigkeit bearbeitet ist und nicht nur nichts irgendwie Wesentliches vermissen lässt, sondern in einzelnen Partieen sogar mehr bietet, als die meisten unserer Schulen zu verarbeiten im Stande sein werden. Insbesondere rechnen wir hierher die Logarithmen und die gemeiniglich etwas stiefmütterlich behandelten Kettenbrüche; die letztere Theorie werden auch Leute, die mit der Sache selbst zur Genüge vertraut sind, nicht ohne Nutzen und Interesse studiren. Eine sehr empfehlenswerthe Neuerung ist die den Schluss des Ganzen bildende Register-Tafel, in welche alle früher an verschiedenen Stellen zur Verwendung gekommene Formeln nachgeschlagen werden können. Dieselbe wird auch beim Repetiren sehr gute Dienste leisten können.

II. Am Begierigsten musste man auf die Geometrie sein, welche ja der freien Entfaltung Grassmann'scher Anschauungsweisen naturgemäss den weitesten Spielraum gestattet. Ja wir wollen es offen gestehen, dass uns früher, da wir das Buch selbst noch nicht kannten, häufig eine gewisse Besorgniss beschlich, der Verf. möge des Guten vielleicht etwas zu viel thun und sich von seiner gewiss berechtigten Vorliebe weiter fortreissen lassen, als es uns anderen, in dieser Auffassung minder versirten, Lehrern gefiele. Glücklicherweise war diese Furcht, wie sich nun herausstellt, eine ganz unnütze; es ist, wie uns scheint, ganz das richtige Maass eingehalten worden, um den Unterricht mit den Keimen aus Grassmann's Gedankenkreise zu befruchten, ohne doch dem Anfänger eine für ihn noch transcendente Methode aufzudrängen. Als hervorragende Eigenthümlichkeit der Schlegel'schen Geometrie ist zu nennen der umfassende Gebrauch, welcher von dem Princip der Bewegung gemacht wird. Nicht als ob er hierin ohne jeden Vorgänger dastünde; allein Vieles ist doch so eigenartig durchgeführt, dass es als des Verf. selbstständiges Eigenthum betrachtet werden muss.

Besonderer Fleiss wird auf die Definition und Klarstellung der Fundamentaleigenschaften aller geometrischen Gebilde verwendet, wobei auch auf entsprechende Beispiele aus dem täglichen Leben Bedacht genommen ist. Die Unterscheidung der Gebilde nach „Gebieten" stammt aus der Ausdehnungslehre, bietet aber dem Verständniss gewiss nicht die mindeste Schwierigkeit. Neu ist an diesem Orte die Definition „freier Gebiete", d. h. solcher, welche durch sich stets gleichbleibende Bewegungen eines Gebietes von niedrigerem Range erzeugt wurden. Die höhere Geometrie lehrt, dass dies Gebiete von durchaus gleichem (constantem) Krümmungsmaass sind. Abweichend von anderen Autoren lässt Schlegel der eigentlichen Planimetrie die Longimetrie voraufgehen, beschränkt sich aber innerhalb dieser nicht darauf, die vier Species an Strecken zu illustriren, sondern gibt auch Sätze über verschiedene Strecken, welche ein und derselben Geraden angehören. Die Parallelentheorie wird ohne all' den wissenschaftlich sein sollenden Ballast abgehandelt, der manches sonst gute Lehrbuch unnöthig beschwert: an jeder Geraden werden von Anfang an die Merkmale der Lage und Richtung unterschieden, und stimmen also zwei Gerade in der Richtung, nicht aber in der Lage überein, so nennt man sie einfach parallel. So bleibt man mit der Anschauung im Einklange und genügt vollständig dem Lehrzweck, denn eine allen wissenschaftlichen Anforderungen genügende Theorie des Parallelismus ist und bleibt eine Chimäre. Der Winkel gilt als Drehungsgrösse; zu seiner Messung wird baldmöglichst die Kreislinie beigezogen, womit wir einverstanden sind. Zum Schlusse dieses einleitenden Abschnittes, und ehe zum Dreieck fortgeschritten wird, findet auch der Eine unendlich entfernte Punkt der Geraden seine Stelle, diese so überaus naturgemässe mathematische

Fiction, an der aber merkwürdigerweise noch immer gewisse Leute Anstoss nehmen.

Der Fundamentalsatz von der Summe der Dreieckswinkel wird nach Thibaut in einfachster Weise bewiesen. Der Satz von der Winkelsumme im Polygon gibt Anlass, auch der Sternvielecke kurz Erwähnung zu thun. Die Congruenzsätze werden, wie zu erwarten stand, nicht durch Aufeinanderlegen, sondern durch Construction erhalten; daran schliessen sich gleich die wichtigeren Aufgaben. In ihr volles Recht tritt die Bewegung wieder bei den Sätzen über Summe und Differenz von Flächenräumen (Satz des Pappus u. s. w.); es schadet auch nicht, dass dabei der verallgemeinerte Begriff der geometrischen Addition (Diagonale eines Parallelogramms als Summe zweier zusammenstossender Seiten) zur Sprache kommt, denn dergleichen kann den geistigen Horizont eines geweckten Schülers nur erweitern. Die Lehre vom Kreis hinwiederum steht der gewöhnlichen Darstellungsweise näher.

Aehnlichkeit zweier Figuren definirt der Verf. nicht metrisch, sondern projectivisch; unseres Wissens ist von deutschen Schulbüchern jenes von Tellkampf das erste gewesen, in welchem ähnliche Figuren nicht als solche bezeichnet wurden, deren Winkel gleich und deren Seiten proportionirt sind, sondern als Gebilde, welche so gelegt werden können, dass die Verbindungslinien homologer Punkte sich in Einem Punkte, dem Aehnlichkeitscentrum, schneiden. Schlegel's Erklärung holt noch weiter aus, indem sie von dem allgemeinen Begriff der geometrischen Verwandtschaft ausgeht: zwei Figuren können in immer weiteren Graden congruent ($\cong$), ähnlich ($\sim$), affin ($\wr$) und collinear ($\overline{\wedge}$) verwandt sein. Jede dieser vier Verwandtschaftsformen, mit Ausnahme der bereits abgehandelten ersten, wird einer eingehenden Betrachtung unterzogen, so dass die Gesammtheit der bezüglichen Abschnitte einen vollständigen Cursus der neueren synthetischen Geometrie repräsentirt. Insbesondere gestattet die Lehre von der Collinearität eine vollständige Behandlung der involutorischen Punkte und Strahlenbüschel, der polaren Verhältnisse beim Kreise, der Theoreme von Pascal und Brianchon.

Der der reinen Geometrie angehängte Abriss der rechnenden Geometrie ist zwar sehr concis gehalten, lässt jedoch bei aller Kürze nichts vermissen. Es wird die Construction der Wurzeln einer linearen, quadratischen und reducirbaren Gleichung vom höheren Grade gelehrt, die Kreistheilung und Kreismessung vorgetragen. Letztere würde vielleicht Mancher etwas ausführlicher gewünscht haben, da der Initiative des Lehrers ziemlich viel überlassen wird. Gegen eine Stelle hegen wir Bedenken, weil sie, ohne dass dies sicherlich der Verf. beabsichtigte, den Lernenden leicht auf eine falsche Fährte leiten kann. Derselbe spricht nämlich davon, dass der Kreis geometrisch in $(2^n + 1)$ Theile getheilt werden könne, wenn dies eine Primzahl und zudem n eine Potenz von 2 sei. Indem er dann aber

fortfährt: „Dies trifft zu für $n = 2, 4, 8 \cdots$“, so liegt es doch gewiss nahe, dass man auch 16 für eine solche Zahl hält, während doch einer bekannten Entdeckung Euler's zufolge die Verzeichnung des 65537-Eckes mit Lineal und Zirkel nicht möglich ist. Dankenswerth ist es, dass auch (S. 159) eine Näherungsmethode für reguläre Polygone von beliebiger Seitenzahl aufgenommen ward; dieselbe stimmt, wie Berichterstatter im 3. Jahrgang der „Zeitschr. f. d. Realschulwesen“ nachgewiesen hat, vollkommen mit der sogenannten „Generalregel“ des Bologneser Professors Renaldin überein, welche gegen das Ende des 17. Jahrhunderts so grosses Aufsehen erregt hat.

Ein Anhang behandelt auf 25 Seiten die Curven zweiter Ordnung mit den einfachsten Hilfsmitteln. Wir persönlich sind zwar der Ansicht, dass an pädagogischem Werthe und an Durchsichtigkeit keine Methode von jener erreicht wird, welche an die wörtliche Bedeutung des Namens „Kegelschnitte“ anknüpft und zur Herleitung der Brennpunktseigenschaften vom Dandelin'schen Lehrsatze ausgeht. Nachdem aber der Verf. diese Curven nicht erst in der Stereometrie, sondern bereits im zweiten Theile vornehmen wollte, wozu er vollauf berechtigt war, hat er, dies Zeugniss können wir ihm nicht versagen, das Mögliche gethan, um jedem halbwegs reifen Primaner die Kenntniss einer der schönsten Partieen der Geometrie zu vermitteln.

Die Abtheilung wird beschlossen durch eine sehr reichhaltige Sammlung planimetrischer Uebungsaufgaben und durch ein genaues Register aller Definitionen — Zugaben, welche den Werth des Buches in den Augen der Lernenden wie Lehrenden nur erhöhen können.

III. Die Trigonometrie hat des Verf. ausdrücklicher Erklärung zufolge einen kleinen Leitfaden dieser Disciplin zum Vorbilde, welchen der selige Hermann Grassmann bearbeitet und seinen eigenen Schulstunden zu Grunde gelegt hatte. Derselbe besass mehrfache Vorzüge und bekundete, wie eine Recension aus Schlömilch's Feder rühmend hervorhob, allenthalben den gewiegten praktischen Schulmann. Das charakteristische Moment in Grassmann's System bildete die Behandlung der Goniometrie. Es wurden nämlich nicht sämmtliche trigonometrische Functionen auf einmal eingeführt, sondern zunächst blos eine; diese wird für sich eingehend discutirt, und nachdem so deren Eigenschaften in den festen geistigen Besitz des Schülers übergegangen, werden auf sie die übrigen Functionen begründet. Als jene eine Grundfunction nun wählte aber Grassmann nicht etwa, wie man hätte glauben sollen, den Sinus, sondern den Cosinus; als Grund für diese Bestimmung führte er an, dass der Sinus bei der gewöhnlichen geometrischen Versinnlichung eine dem gegebenen Winkel selbst fremde Linie sei, der Cosinus dagegen auf einen der Schenkel falle. Wir verkennen das Bestechende dieser

Motivirung, welche auch diejenige Schlegel's ist, keineswegs, allein Ein Gegengrund scheint uns doch aller Berücksichtigung werth zu sein. Hätte der Cosinus irgend einen beliebigen anderen Namen, so fiele dieses Argument weg; nachdem aber Cosinus = Complementi Sinus ist, fällt es uns wenigstens schwer, längere Zeit von einem Kunstwort Gebrauch zu machen, dessen eigentlicher Sinn und etymologische Deutung absolut nicht klar gemacht werden können.

Dies vorausgeschickt, können wir dem dritten Theile des Schlegel-schen Lehrbuches nur alles Lob zollen. Die Goniometrie begreift ausser dem, was ihr gewöhnlich zugerechnet wird, auch noch eine Darstellung der Anfangsgründe der Transcendental-Analysis in sich, in welcher besonders die hübsche elementare Berechnung von π mittelst einer Combination von Arcusfunctionen namhaft zu machen ist. In der eigentlichen Trigonometrie spielt der Radius des um- und einbeschriebenen Kreises eine grössere Rolle als sonst, wodurch eine grössere Lebendigkeit des an sich etwas einförmigen Stoffes erzielt wird. Auch die goniometrische Auflösung der quadratischen und kubischen Gleichungen wird vorgetragen. Wir können bei dieser Gelegenheit die Bemerkung nicht unterdrücken, dass eine vollständige Befriedigung des Causalitätsbedürfnisses doch nur dann erreicht wird, wenn man der cyklischen Goniometrie eine hyperbolische an die Seite stellt und den reduciblen Fall der Cardan'schen Formel auf letztere reducirt.

Ein dreifacher Anhang ist diesem dritten Theile beigegeben: nämlich erstens die übliche Formel- und Wiederholungstabelle, zweitens eine mittelst geschickter Bezeichnung bei grosser Reichhaltigkeit auf kleinen Raum zusammengedrängte Aufgabensammlung sammt einem Verzeichniss rationaler Dreiecke, und endlich eine Logarithmentafel, die auch apart von der Verlagshandlung bezogen werden kann. Persönlich die fünfstellige Tafel August's benützend und von den Vorzügen derselben durchdrungen, glauben wir doch andererseits auch, dass sämmtlichen Zwecken der Schule mit den vierstelligen Logarithmen, welche Herr Schlegel uns hier bietet, vollständig Genüge geleistet werden kann. — S. 28, Z. 12 v. u. statt $\frac{x}{2!}$ lies $\frac{x^2}{2!}$.

In wieweit nach all' dem die bis jetzt erschienenen drei Theile des auch seiner äusseren Gestalt nach sehr empfehlenswerthen Schlegel'schen Lehrbuches auch weitergehenden Ansprüchen der Lehrer an höheren Schulen gerecht werden, erhellt wol ohne besondere Anpreisung von unserer Seite. Solche Leistungen sprechen für sich selbst.

Ansbach. Dr. S. Günther.

MÜLLER, Dr. JOH. (weil. Professor in Freiburg), Elemente der ebenen Geometrie und Stereometrie. 4. verbesserte und vermehrte Auflage bearbeitet von Hub. Müller. 1. Theil: Die Anfangsgründe der geometrischen Disciplinen in 3 Theilen. Mit 155 Textfiguren und einer Tafel mit 4 Maasstäben und 4 Transporteuren. Braunschweig, Vieweg und Sohn. 1880. 8. 124 S. Pr. ?

Indem der rühmlichst bekannte Herr Herausgeber auf die Vorzüge dieses Schulbuches hinweist, kann er doch nicht umhin zu gestehen, dass die Ableitung der Congruenzsätze in den früheren Auflagen durch ein „bedenkliches Opfer an Gründlichkeit" erkauft war, „da zum Zwecke der Dreiecksconstructionen Theile der erst später abgehandelten Kreislehre zur Verwendung kamen". „Um dies zu vermeiden, werden jetzt die Fundamentalsätze über Dreieck und Kreis sofort nach der Betrachtung der Winkel und Strecken abgehandelt und zwar durch Verwendung von Bewegungen der Figuren (Umwenden — Symmetrie), wie der Herr Verfasser schon in seinem Leitfaden der ebenen Geometrie (2. Aufl. Leipzig bei Teubner 1877) und Andere*) wol noch früher gethan haben. Dadurch hat natürlich das Werkchen sehr gewonnen. Da es überdies ein reichhaltiges, tabellenartig übersichtliches und immer auf das Praktische gerichtete Uebungsmaterial bietet und durch Einfachheit, Anschaulichkeit und Klarheit vor ähnlichen Büchern sich auszeichnet, so ist es in seiner gegenwärtigen Gestalt ein vortreffliches Lehrbuch für Schulen, in welchen die Mathematik weniger umfangreich, tief und abstract, sondern mehr anschaulich gelehrt wird, also für höhere Volks-, Töchterschulen und Volksschullehrer-Seminare und ganz besonders für Autodidacten. Obgleich wir im Einzelnen an dem ersten Theile des Werkchens (der Planimetrie) auch noch Manches geändert wünschten**), wollen wir doch nicht Nebensachen bemängeln. Umsomehr müssen wir bedauern, dass der Herr Verfasser die Mühe gescheut hat, den stereometrischen Theil umzuarbeiten. Denn dieser entspricht hinsichtlich seiner Methode gar nicht mehr den Anforderungen, die man gegenwärtig an ein methodisch durchdachtes Lehrbuch stellen muss. Nicht nur ist der Hauptgrundsatz alles Lehrens und Lernens „vom Einfacheren zum Zusammengesetzteren" oder „vom Leichtern zum Schwierigern" zu wenig be-

*) Unter diesen darf sich auch der Referent nennen, der in seiner „Vorschule der Geometrie", Halle 1874, das Umwenden (Umklappen) und Drehen in der Ebene sehr ausgiebig angewendet hat, ausgiebiger, als es bis dahin in irgend einem Lehrbuche der Geometrie zu finden sein dürfte.

**) So z. B. würden wir es vorziehen, statt der (zweimaligen) Abbildung eines Theodolithen S. 69—70, Fig. 101 und 102, eine Figur nur schematisch zu geben, und beim pythagoreischen Lehrsatz (S. 85) hätte doch wenigstens einer der vielen anschaulichen constructiven Beweise mitgetheilt werden können. (S. Reidt, Planimetrie S. 119—123, und Schlömilch, G. d. M. 5. Aufl. S. 53—54.)

rücksichtigt, es fehlt auch ein nothwendiger Bestandtheil des stereometrischen Unterrichts, d. i. die Zeichnung der Körpernetze und Anweisung zur perspectivischen Darstellung der Körper; denn diese (Darstellung) ist eine gefährliche Klippe*) des Verständnisses für alle Anfänger in der Stereometrie. Hier kann Kommerell-Hauck (Tübingen 1828 3. Aufl. recens. VIII, 422) zum Muster dienen**). Gerade in der Methodik und Didaktik des stereometrischen Unterrichts, der meist noch im hergebrachten Alltagsschlendrian ertheilt wird, ist noch Manches zu thun, und wir werden demnächst in diesen Blättern hierfür einen vom gewöhnlichen abweichenden Lehrgang entwerfen.

Wir möchten deshalb dem Herrn Verfasser dringend rathen, bei der Bearbeitung einer neuen Auflage diesen Theil des Buches einer gründlichen Umarbeitung zu unterwerfen. H.

Lieber, Dr., und v. Lühmann, Geometrische Constructionsaufgaben. Fünfte Auflage. Mit 1 Figurentafel. XII u. 194 S. Berlin, Verlag von L. Simion. 1880.

Diese 5. Auflage der sehr gangbaren Constructionsaufgaben der rühmlich bekannten Herren Verfasser ist der 4. (1878) verhältmässig rasch gefolgt. Wie schon in der 4., so sind auch in der 5. Aufl. Analysen statt der meisten Auflösungen gesetzt worden. Ueberdies sind die §§ 116 (Theilung der Geraden), die §§ 132, 133, 134 (Theilung des Parallelogramms, Trapezes und Vierecks) umgearbeitet und die §§ 12, 23 (Trapez und Viereck) und § 166 (Anwendung des Apollon. Berührungsproblems) erheblich vermehrt worden. Das Bedürfniss einer neuen Auflage nach so kurzer Zeit dürfte wol nicht nur auf die bezügliche Brauchbarkeit, sondern auch auf den zunehmenden wirklichen Gebrauch dieses Lehr-

*) Ref. erinnert sich noch aus seiner Gymnasialzeit, dass in Sachsen das Lehrbuch der Mathematik von Wunder, weil. Prof. an St. Afra in Meissen, eingeführt war, welches, ohnehin in der althergebrachten dogmatischen Weise den Schüler von der Mathematik abschreckend — in der Stereometrie durch höchst complicirte, auf Tafeln gezeichnete, und augenangreifende(!) Figuren das Höchste leistete, um den jetzt noch eingerosteten Glauben zu befestigen, man müsse zur Mathematik besondere Anlagen haben. Daher es denn auch in Sachsen ein öffentliches Geheimniss war, dass die Schüler der sogenannten „Fürstenschulen" (besonders aber damals die Meissner) in der Mathematik die grössten Ignoranten seien und in der Classe immer nur einer bis zwei sich befunden haben sollen, an die sich der Herr „Professor" wendete. Wir selbst haben noch im Jahre 1870 auf einem sächs. Gymnasium einen von einer sächs. „Fürstenschule" kommenden Primaner gefunden, der kaum Tertianerkenntnisse hatte und doch — nach Prima gesetzt wurde.

**) Bereits 1878 in 4. Auflage erschienen und mit einer „Neugestaltung der Figuren" bereichert. Man lese dort die Vorrede von Hauck!

mittels in höheren Schulen schliessen lassen. Seine Reichhaltigkeit und innere Einrichtung, sowie seine Compendiosität machen es in der That zu einem empfehlenswerthen Unterstützungs- und Ergänzungs-Lehrmittel jedes geometrischen Lehrbuchs, namentlich solcher, die keinen Uebungsstoff enthalten. Die neue Auflage sei daher der Aufmerksamkeit der Herren Fachgenossen angelegentlichst empfohlen. H.

GANDTNER, Dr. J. O., und JUNGHANS, Dr. K. F., Sammlung von Lehrsätzen und Aufgaben aus der Planimetrie. Erster Theil, die Anwendung der Proportionen nicht erfordernd. 4. Auflage, herausgegeben von Dr. K. F. Junghans. Berlin. Weidmann'sche Buchhandlung. Preis 2 M.

Die vorliegende Sammlung, wol überhaupt die erste, in welcher geometrische Aufgaben für die Schule systematisch bearbeitet sind und welche deshalb ihre grossen Verdienste hat, ist bereits in dieser Zeitschrift*) vom Herrn Rector Binder in Ulm sehr eingehend besprochen, so dass wir uns darauf beschränken, diese neue Auflage des ersten Theils angelegentlichst zu empfehlen. Dieselbe unterscheidet sich von den früheren Auflagen nur dadurch, dass die von Herrn Binder gemachten Bemerkungen benutzt sind, namentlich bei Umarbeitung des § 25 (Constructionen von Figuren in und um Figuren).

Dr. LIEBER-Stettin.

MARTUS (Prof. a. d. Königst. Realschule in Berlin), Mathematische Aufgaben zum Gebrauche in den obersten Klassen höherer Lehranstalten. Aus den bei Abiturientenprüfungen an preussischen Gymnasien und Realschulen gestellten Aufgaben ausgewählt und mit Hinzufügung der Resultate (II. Theil) zu einem Uebungsbuche vereint. Vierte Auflage. I. Theil: Aufgaben, 1878. II. Theil: Resultate mit vielen Zusätzen, 1880. Leipzig, Koch's Verlagshandlung.

Diese Sammlung wurde leider noch nicht ausführlich in dieser Zeitschrift besprochen, da der betreffende Referent, welcher s. Z. die Aufgabensammlung von Gandtner-Jungshans so gründlich recensirte, uns hierin bei der dritten Auflage im Stiche liess. Wir halten es daher für Pflicht, diese vierte Auflage des allgemein bekannten und geschätzten Buches wenigstens anzuzeigen und zu bemerken, dass der 2. Theil viele Zusätze erhalten hat. Trotzdem

*) Man sehe III, 389 u. ff. u. 473. D. Red.

übertrifft sie an Umfang die uns vorliegende zweite nur um ca. 17 Seiten (285 S. gegen 268), da (nach einer Mittheilung des Verfassers) Satz und Druck sehr zusammen gedrängt wurde. Im 1. Theile (210 S.) ist wenig geändert. Er bringt, laut Vorrede, 15 neue Aufgaben: die Nr. 201°, 650A, 654A, 659B, 667α, 669A, 672, 707A, 928, 1134 bis 1138 und 1437A. Die reichsgesetzlichen Zeichen für die neuen Maasse und Gewichte sind selbstverständlich angewandt. Dass das Buch auch im Auslande geschätzt wird, beweist der Umstand, dass es schon 1873 ins Niederländische und 1878 ins Ungarische übersetzt worden ist. Wir enthalten uns für jetzt jeder eingehenderen Beurtheilung und bemerken nur, dass es uns freuen würde, wenn ein Fachcollege, der das Werk durch vieljährigen Gebrauch gründlich kennt, uns eine — der Binder'schen Recension von Gandtner-Junghans analoge — Beurtheilung desselben liefern wollte*). H.

HUTT (Oberlehrer am Gymnasium zu Brandenburg a. H.), Die Mascheronischen Constructionen, für die Zwecke höherer Lehranstalten und zum Selbstunterrichte bearbeitet. Halle bei H. W. Schmidt. 1880. Preis?

Diese deutsche Bearbeitung des angeblich (im Urtext sowol als auch in der französischen und deutschen Uebersetzung) vergriffenen Buches von Lorenzo Mascheroni („La geometria del compasso") wird gewiss vielen Mathematikern und Lehrern der Mathematik eine erwünschte Gabe sein. Zwar haben das Buch einige Autoren benutzt und zum Theil verarbeitet, so z. B. Busch in seiner Vorschule der darstellenden Geometrie (Berlin 1846), Gandtner und Junghans in ihrer Aufgabensammlung (Berlin 1870, neueste 4. Auflage 1879) und Frischauf „Die geometrischen Constructionen von Mascheroni und Steiner" (Graz 1869). Auch Steiner erwähnt das Buch in seiner „Einleitenden Uebersicht" zu seinem Werkchen „Die geometrischen Constructionen ausgeführt mittelst der geraden Linie und Eines festen Kreises" (Berlin 1833)**), und es ist — wie auch der Herr Verfasser glaubt — sehr wahrscheinlich, dass diesem grossen Mathe-

*) Ausführliche Recensionen s. Zeitschr. f. GW. XXIV (1870) S. 688 ff. (2. Aufl.) und XXIX S. 505. (3. Aufl.). Oest. Zeitschr. f. GW. 1876, S. 125. Pädagog. Monatsschrift aus Schleswig-Holstein 1875, Heft 9. Grunert's Archiv Th. 50, Heft 3 (Lit.-Ber.).

**) Steiner schreibt in der Anmerkung S. 1: „Mascheroni's „Gebrauch des Zirkels" aus dem Italienischen ins Französische übersetzt von Carette und ins Deutsche von Grüson, Berlin 1825." Steiner erscheint hier ungenau, denn der Titel des mathematischen Original-Werkes ist der oben bezeichnete (Pavia 1797) und der Titel der deutschen Uebersetzung: „Gebrauch des Zirkels".

matiker Mascheroni's Buch Anregung gewesen ist zu seinen wichtigen und erfolgreichen Untersuchungen, zu denen wol auch Brianchon's Werk „Application de la théorie des transversales", Paris 1818 beigetragen haben mag. Aber eine Bearbeitung, „welche die Schwerfälligkeit und den Ordnungsmangel des Originalwerkes vermeidet", war uns wenigstens bis jetzt nicht bekannt. Zu bedauern ist nur, dass die Verlagsbuchhandlung nicht mehr Sorgfalt auf die Correctheit des Textes und der Figuren verwendet hat*). Es ist natürlich unmöglich, beim Mangel des Originalwerkes zu untersuchen und zu beurtheilen, ob der Verfasser „den Weizen von der Spreu zu sondern" und „statt einer bequemen Reproduction eine nützliche Bearbeitung zu liefern" verstanden hat. Wir müssen daher eine solche Beurtheilung denjenigen Fachgenossen überlassen, welche das Originalwerk besitzen und sich mit diesem Gegenstande besonders beschäftigt haben. Wir wollten aber nicht unterlassen auf das Büchelchen die Collegen aufmerksam zu machen. H.

KRIST, Dr. JOS. (k. k. Landesschulinspector, Ritter der eisernen Krone III. Cl. und Custos des k. k. physikalisch-astronomischen Hofcabinets), Anfangsgründe der Naturlehre für die unteren Classen der Mittelschulen. Zehnte, mit der neunten gleichlautende Auflage. Mit 213 Holzschnitten. Wien, Braumüller. 1880. 223 S. Pr. 1 fl. 50 kr. (ca. ℳ 2,50).

Wenn so vorzügliche Bücher, wie das vorliegende, die zehnte Auflage erleben, so ist unsere Zeitschrift doppelt verpflichtet, das Lehrer- und Leserpublikum derselben, insbesondere die Fachcollegen der Physik darauf hinzuweisen. So sei es denn gleich im Vorhinein gesagt, dass wir es hier mit einer Musterleistung zu thun haben. Das Leserpublikum dieser Zeitschrift wird uns, die wir Manchem eher zu streng als zu mild urtheilen, wol kaum im Verdacht der Uebertreibung haben, und wir werden unsere Behauptung nach allen Seiten hin begründen**).

Gehen wir zuerst auf die Vertheilung des Stoffes ein. Das Ganze enthält 12 Abschnitte und in ihnen eingewebt, mit Rück-

*) Der Herr Verfasser schreibt uns darüber: „Gleichzeitig erlaube ich mir die Bitte, veröffentlichen zu wollen, dass S. 7 und 8 sowie die Figuren 1 und 29 in ihrer vorliegenden mangelhaften Ausführung von der Verlagshandlung zum Drucke zugelassen worden sind, trotzdem ich sie ausdrücklich als noch nicht druckfertig erklärt hatte. Ueberhaupt sind meine sorgfältigen Correcturen seitens der betreffenden Officin mit so wenig Aufmerksamkeit behandelt worden, dass eine gelinde öffentliche Rüge dafür nicht unverdient sein möchte."

**) Leider verbot uns der Raum dieses Heftes, Belege aus dem Buche selbst abzudrucken und wir müssen dies auf ein späteres Heft versparen.

sicht auf den österr. Gymnasiallehrplan, die Elemente der Chemie, die auch abgesehen von diesem Lehrplan gegenwärtig in einem Lehrbuche der Physik kaum mehr entbehrt werden können. Diese 12 Abschnitte sind:

1. Einleitung (nothwendige allgemeine Begriffe).
2. Schwere (Schwerpunkt, Gewicht, Luftdruck, Expansivkraft).
3. Wärmelehre.
4. Molekularkräfte (Cohäsion, Adhäsion, Capillarität, Lösung, Krystallisation).
5. Chemische Erscheinungen (das Nothwendigste aus der anorganischen Chemie).
6. Gleichgewicht und Bewegung (Statik und Dynamik der festen Körper).
7. Tropfbarflüssige Körper (Hydro-Statik und -Dynamik).
8. Luftförmige Körper (Aëro-Statik und -Dynamik).
9. Schall.
10. Licht.
11. Magnetismus.
12. Elektricität.

Man sieht schon aus dieser Anordnung, dass wichtige didaktische Grundsätze, z. B. „vom Leichten zum Schweren" und „vom Bekannten zum Unbekannten" und ebenso jener „schreite so gut wie möglich systematisch vor" d. h. „bringe die Beweismittel immer vor dem zu Beweisenden", angewandt sind.

Auch der Stoff ist weise beschränkt, doch so, dass das Buch so ziemlich das enthält*), was ein Gebildeter, welcher die oberen Classen einer höheren Schule durchzunehmen nicht in der Lage ist, für's Leben braucht, und andrerseits so viel, dass der die höheren Classen noch Durchlaufende nun durch mathematische Hilfskenntnisse unterstützt sich weiter in den Stoff vertiefen kann. Aber ausser diesen beiden Vorzügen, dem stofflichen Haushalt und der logischen Anordnung des Inhalts, ist es besonders die methodische Behandlung des Stoffes, welche dem Buche einen so hohen Werth verleiht und es vor ähnlichen Schriften auszeichnet. Es ist die consequente Anwendung der inductiven Methode. Der Versuch steht im Vordergrunde und aus ihm als Prämisse wird das Naturgesetz durch Schlussfolgerung abgeleitet, und zwar in einer Form, die sowol nach der ästhetischen als auch nach der sprachlich-logischen Seite gleich vorzüglich ist. Die sprachliche Fassung der Sätze ist eine äusserst prägnante und concise. Hier ist kein Wort zu wenig und keins zu viel! Aber bei aller Kürze

*) Nur etwas mehr von der (neuern) Meteorologie (S. 122), die ans Barometer angeschlossen ist, sowie von der Dampfmaschine, die ihren Platz in der Aërodynamik gefunden hat (S. 131), hätten wir gewünscht.

ist der Stil doch nicht abstossend oder gar unverdaulich; vielmehr ist er nach den englischen Mustern von Tyndall und Lockyer fliessend und ansprechend, so dass man glauben möchte, der Herr Verfasser habe im Anschluss an den Oppel'schen Aufsatz in dieser Zeitschrift (I, 394 u. 443 u. ff.) und im Gegensatze zu den bedauerlichen Ansichten vieler Philologen (vgl. z. B. in dieser Zeitschrift IX, 485) zeigen wollen, wie sehr der naturwissenschaftliche Unterricht, kunstgerecht ertheilt, den sprachlichen unterstützen könne und solle. Dies spricht auch die Vorrede (zur 5. Aufl.) deutlich aus mit den von jedem Lehrer der Naturwissenschaften zu unterschreibenden Worten: „Erst dann wird der Schüler aus dem physikalischen Unterrichte für seine allgemeine Bildung einen bleibenden Gewinn ziehen, indem er, abgesehen von dem erlangten Einblick in den Verlauf der Naturerscheinungen, nicht nur ein gutes Stück inductiver Logik erwerben, sondern auch lernen kann, seine Gedanken präcis in Worten auszudrücken. Auf dieses Moment legte ich bei der Abfassung des Buches ein besonderes Gewicht; denn soll sich die sprachliche Bildung unserer Jugend heben, so darf mit dieser Aufgabe nicht ausschliesslich der Lehrer der deutschen Sprache betraut werden, sondern sämmtliche Lehrer der Schule müssen für diesen Zweck einheitlich zusammenwirken."

Man könnte daher ein solches Buch, obschon es nur für die unteren Classen der Mittelschulen bestimmt ist, getrost dem (Gymnasial- und Realschul- etc.) Primaner in die Hand geben, damit er daraus jene Präcision des Ausdrucks lerne, welche seine sämmtlichen Arbeiten und besonders seine deutschen Aufsätze durchdringen soll. Aber auch jedem Lehrer der Physik, welcher beabsichtigt mit seinem Opus die Schule zu beglücken, ist es zu vorheriger Lectüre zu empfehlen. Vielleicht liesse Mancher dann seine Arbeit ungedruckt*).

Wir wollen nun durchaus nicht in Abrede stellen, dass wir — und mit uns auch gewiss mancher Fachgenosse nach seiner Individualität — Manches anders behandeln würden und der Hr. Verfasser will auch — der Vorrede nach zu schliessen — gar nicht, dass man sich sclavisch an sein Lehrbuch binde; aber einer im Grossen und Ganzen so ausgezeichneten Leistung gegenüber muss jede Ausstellung im Einzelnen verstummen. Wenn man — in Ansehung der Schwierigkeit — das Unternehmen, ein allen Anforderungen

---

*) Es wäre nicht uninteressant, dieses Buch mit den drei physikalischen Lehrbüchern, die nach dem Verzeichnisse von Schlegel (S. 185) in Preussen am meisten gebraucht werden: Koppe (an 187 Anstalten), Trappe (an 75 Anstalten) und Jochmann (an 40 Anstalten) hinsichtlich seiner Vorzüge zu vergleichen, obschon diese Vergleichung schwierig ist, da Krist nur für Unter- und Mittelclassen (nach preussischer Eintheilung) schreibt, jene aber zugleich für die Oberclassen.

entsprechendes Lehrbuch der Physik zu schreiben, als ein Ideal bezeichnen wollte, so darf man behaupten, dass der Verfasser diesem Ideal sehr nahe gekommen ist. Auf jeder Seite erkennt man nicht nur den gewiegten Schulmann, sondern auch den geschickten Experimentator. So konnte es denn auch nicht ausbleiben, dass, schon von der ersten Auflage ab, das Buch sich einer wohlwollenden Aufnahme seitens der übereinstimmenden Kritik zu erfreuen hatte, und wir müssen den Staat oder die Stadt und die Schule beglückwünschen, wo als Schulinspector eines Landes ein so sachverständiger Mann sitzt. In manchen preussischen Provinzen und wol auch in manchen andern deutschen Landen wäre eine solche Kraft zu wünschen, wo durch theologische und philologische Ignoranz, Arroganz oder Indolenz das Gebiet des naturwissenschaftlichen Unterrichts, was die Inspection und das Verständniss bei derselben betrifft, brach liegt. Wir möchten das Buch in Deutschland besonders für Seminare, sogen. Mittelschulen, höhere Töchterschulen, Lehrerinnenseminare, auch höhere Bürgerschulen etc. empfehlen und würden das auch thun für Gymnasien und Realschulen, wenn nicht leider in Deutschland der physikalische Unterricht meist erst auf späterer Stufe und ohne Propädeutik begänne*). Hierin sind uns die Oesterreicher voran, indem sie auf ihren Mittelschulen (in Deutschland „höhere Schulen") schon dem aus der Unterabtheilung Austretenden eine Summe des Wissens mitgeben, die ihm für's praktische Leben genügen kann, während z. B. in Preussen ein aus der Tertia eines Gymnasiums abgehender Schüler in Physik und überhaupt in Naturwissenschaften in der Regel ein Ignorant sein wird und strenggenommen sein muss. Hier, wie in manchen anderen Dingen auf dem Gebiete der Schule muss man sagen: „der österreichische Schulmeister hat den preussischen besiegt". Aber auch dem nach einem anderen Buche unterrichtenden Lehrer möchten wir das besprochene Buch als methodischen Wegweiser nebenbei dringend empfehlen.

Was das Aeussere betrifft, so könnten auch manche Verleger und Drucker etwas an dem Buche lernen. Der Druck ist schön und übersichtlich. Ueberall sind wichtige Sätze gesperrt und die Gesetze cursiv gedruckt. Weniger Wichtiges, Zusätze oder Fragen und Uebungen sind kleiner gesetzt. Die Figuren sind sauber und fein ausgeführte Holzschnitte, die schon etwas Künstlerisches an sich haben und selbst gegen die in der 8. Auflage sehr abstechen. Ein alphabetisches Register — immer eine Höflichkeit des Autors gegen den Leser — erleichtert die Orientirung. Und somit empfehlen wir am Schlusse nochmals angelegentlich diese ausgezeichnete Leistung unsern Fachgenossen. H.

*) Vgl. Wiese, Ges. u. Vrdg. I. S. 38 u. 44.

MOHN (Professor der Meteorologie an der Universität zu Christiania, Director des Norwegischen meteorologischen Instituts), Grundzüge der Meteorologie. Die Lehre vom Wind und Wetter. Nach den neuesten Forschungen gemeinfasslich dargestellt. Deutsche Originalausgabe. Zweite verbesserte Auflage. Mit 25 Karten und 34 Holzschnitten. Berlin, Verlag von Dietrich Reimer. 1879. Preis 6 ℳ.

Referent beeilt sich, auf ein Buch hinzuweisen, das bereits in zweiter und zwar verbesserter Auflage schon seit längerer Zeit erschienen ist, und welches daher von dem Leserpublikum dieser Zeitschrift wol kaum einer Anzeige, geschweige denn einer Empfehlung bedarf. Doch würde es einen befremdenden Eindruck auf unsere Leser machen, wollte eine Zeitschrift von der Bedeutung der unsrigen ein so wichtiges didaktisches Hilfsmittel und zugleich eine so seltene Erscheinung der Literatur auf dem heut zu Tage mit Vorliebe bebauten Gebiete allgemeiner naturwissenschaftlicher Belehrung todtschweigen, um so mehr, als gerade auf dem Gebiete der Meteorologie, dieses zwar noch in der Entwickelung begriffenen, doch immens wichtigen Theiles der Physik, sowol unter Gebildeten im Allgemeinen, als auch besonders unter Lehrern, eine beklagenswerthe Unklarheit und Unwissenheit herrscht. Dazu aber haben unsere Schulphysiken reichlich beigetragen, da in ihnen die Meteorologie in der Regel nur einen dürftigen Anhang bildet, welcher von den neuen Errungenschaften nicht viel zu sagen weiss. Man braucht nur ein physikalisches Lehrbuch von der Gattung der Alltagsphysiken aufzuschlagen, ohne gerade zu solchen Meisterwerken wie Schödler herabzusteigen, so findet man unsere Ansicht bestätigt*).

*) Wir suchen z. B. vergebens wichtige Begriffe, Erscheinungen und Gesetze in dem bekannten Werke von Pouillet-Müller (Lehrbuch der Physik und Meteorologie 7. Aufl. 1868. Th. II, S. 957ff. „die Atmosphäre, ihr Druck und ihre Strömungen“ — von der 8. von Pfaundler bearbeiteten Auflage liegt uns die Meteorologie noch nicht vor), selbst in der kosmischen Physik desselben Verfassers (1875). Hier führen meist noch Kämtz und Dove das Scepter. Ebensowenig finden wir etwas darüber in populären Schriften, z. B. in „Die Wärme“ (3. Band der Naturkräfte von Carl, S. 279ff. „Die Wärme auf der Erde“) oder in W. Schütte „Das Reich der Luft“ (S. 303ff. „Der Wind“). In dem vorzugsweise der Volksbildung dienenden „Buche der Natur“ von Schödler, das nach dem Prospect in neun Sprachen übersetzt ist und das uns in der 21. Auflage vorliegt, ist in dem Capitel IX, S. 202ff. („Die Meteorologie“), auf S. 210ff. (§ 253—255 die von dem Luftdruck und den Winden handeln) kein Wörtchen von der neueren Meteorologie zu finden! Dass man in einem Buche wie das „Compendium der mathematischen Physik“ von Wüllner darüber nichts findet, mag wol einerseits durch das „Compendium“, andererseits durch die rein mathematische Anlage des Buches seine Erklärung finden. Dass man aber in Bohn, „Ergebnisse physikalischer Forschung“ darüber vergeblich Belehrung sucht, muss sehr befremden. Sind etwa in der Meteorologie „physikalische Forschungen“ nicht gemacht worden? — Selbst in der trefflichen „Allgemeinen Erd-

Der Verfasser des vorliegenden Lehrbuchs, das ursprünglich in norwegischer Sprache unter dem Titel *„Om Vind og Vejr“* („Vom Wind und Wetter“) nach der Vorrede 1872 in erster Auflage und 1874 als deutsche Originalausgabe erschien und von dem bekannten Director der deutschen Seewarte zu Hamburg, Dr. Neumayer, beim deutschen Publikum eingeführt wurde, ist ein namhafter Meteorologe. Er spricht sich in seinen zwei Vorworten (1874 und 1879) ausführlich über Zweck und Inhalt seines Werkes, sowie über die Umänderungen der zweiten Auflage aus.

Skizziren wir zuvörderst für den Theil unseres Leserpublikums, der etwa das Buch nicht genau kennt oder nicht zur Hand haben sollte, den Inhalt.

Nach einer Einleitung über den Begriff der Meteorologie und ihr Verhältniss zu verwandten Wissenszweigen folgen neun Abschnitte, „Capitel“ genannt:

1. Cap. Die Wärme der Luft, des Meeres und der Erde.
2. „ Die Wasserdämpfe in der Luft.
3. „ Der Druck der Luft.
4. „ Die Bewegung der Luft und des Meeres. Wind- und Meeresströme.
5. „ Niederschlag.
6. „ Das Wetter.
7. „ Stürme.
8. „ Elektrische und optische Erscheinungen in der Atmosphäre.
9. „ Praktische Meteorologie. Klimatologie. Vorausbestimmung des Wetters.

Insofern die Meteorologie nach dem Verfasser die Wissen-

kunde“ von Hann-Hochstetter-Pokorny (Prag 1875) findet man in dem 1. von Hann bearbeiteten Theile, im 2. Abschnitte „Die Atmosphäre“, nichts von den neueren Errungenschaften der Meteorologie und ebensowenig in der neuesten (4.) Auflage der Guthe'schen Geographie von H. Wagner. In dem deutschen Hauptwerke über Meteorologie von Schmid (Leipzig 1860, XXI. Band der Karsten'schen allgemeinen physikalischen Encyclopädie) finden sich leider auch nur sporadische Angaben über die Arbeiten der neueren Meteorologen Buchan, Buys-Ballot u. A., aber keine zusammenhängende Darstellung. Dagegen hat Reis in seinem ohnlängst erschienenen Schulbuche „Elemente der Physik, Meteorologie und mathem. Geographie“ Leipzig 1879, die neuere Meteorologie sehr gut verarbeitet.

Wir verweisen bei dieser Gelegenheit unsere Fachgenossen auf mehrere sehr hübsch geschriebene und über die neuere Meteorologie orientirende Aufsätze von zweien unserer Freunde: van Bebber (Vorstand der III. Abth. der d. Seewarte) „die moderne Witterungskunde“ in der „Sammlung gemeinnütziger Vorträge des deutschen Vereins in Prag“ No. 42—43, und „Untersuchung der Witterungsphänomene auf Grund der Simultanbeobachtungen an der d. Seewarte in Hamburg“, Pet. Mitth. 1878. Heft 3. S. 88; ferner: Günther's Aufsatz über denselben Gegenstand in der Bremer Zeitschrift „Nordwest“.

schaft ist, „welche sich mit dem Luftkreis (= Atmosphäre) beschäftigt“, scheint in Capitel 4 ein fremdartiger Gegenstand sich eingeschlichen zu haben: das Meer, als ein Bestandtheil der Erdoberfläche und insofern zur Geographie gehörig. Weil jedoch die Meeresströmungen „für die Meteorologie von der grössten Bedeutung sind, da sie vorzugsweise die eigenthümliche Vertheilung der Temperatur an der Oberfläche des Meeres bedingen“ (S. 158), so ist die Aufnahme dieses Capitels der Geographie in die Meteorologie durch den nothwendigen Zusammenhang beider wohlbegründet. Die wichtigsten dieser neun Abschnitte dürften der 3., 4. und 6. sein, welche das Wesentliche oder die Quintessenz der Meteorologie enthalten, und in denen nothwendige meteorologische Begriffe und Erscheinungen erklärt und wichtige Gesetze abgeleitet werden. Hier findet man u. a. die Isobaren, die wir dem schottischen Meteorologen Alexander Buchan verdanken, die barometrischen Maxima und Minima, die barometrischen Gradienten, Wirbelcentra u. dergl. erklärt; ebenso die Gesetze der Winddrehung (S. 149) und Windrichtung, wie z. B. das von dem holländischen Meteorologen Buys-Ballot ca. 1855 aufgestellte Windrichtungsgesetz.

Gehen wir nun noch mit wenigen Worten auf die Methode des Werkes ein. Dr. Neumayer stellt diese „Grundzüge“ in seiner Vorrede zur zweiten Auflage als ein mustergiltiges, populäres Werk hin, welches „die richtige Mitte zwischen streng wissenschaftlicher Deduction und gemeinfasslicher Darstellung in musterhafter Weise einzuhalten versteht“, und er hat darin gewiss Recht, sobald man seinen Standpunkt streng festhält. Der Verfasser schrieb nämlich weder für Gelehrte noch für der Physik Unkundige, d. h. etwa für Solche, die nur Volksschulbildung genossen haben; vielmehr für Solche, welche in der günstigen Lage waren, eine höhere Bildung sich zu verschaffen, vorausgesetzt, dass sie als ehemalige preussische Gymnasiasten das ganze Gymnasium oder wenigstens Obersecunda absolvirten. Denn ein Tertianer und ein Untersecundaner eines preussischen Gymnasiums dürfte schwerlich (ohne Privatstunden) das Buch verstehen, da die Physik nach dem preussischen Normallehrplan (s. Wiese, Verordnungen und Gesetze I, S. 38 und 326) erst in Obersecunda und auch da nur mit einer Stunde wöchentlich beginnt.

Diesen methodischen Standpunkt muss man bei der Beurtheilung des Buches festhalten, man kann sonst leicht in ein Fahrwasser der Beurtheilung gerathen, dessen Richtung Verfasser und Befürworter vielleicht bekämpfen möchten. Der Eine, weniger gebildete, wird natürlich in dem Buche noch Manches unverständlich finden, der Andere — und hier habe ich unser Leserpublikum im Auge — wird Vieles ausgeführter und gründlicher wünschen; besonders wird ihm vielleicht die consequente, aber für den vorliegenden Zweck opportune Perhorrescirung jeder mathematischen Formel nicht be-

hagen. Immerhin hätte sich aber doch Manches für den mathematisch Gebildeten in Anmerkungen geben lassen.

Dagegen wird man die neuere Gestaltung der Meteorologie, insbesondere die Lehre von den Winden und Stürmen vorzüglich verarbeitet finden, und zwar in einer verständlichen und eleganten Form, die überall durch Anschaulichkeit, z. B. durch viele und vorzügliche Karten (25) und Holzschnitte (34) unterstützt wird. Obgleich wir in der Fassung einiger Sätze und Gesetze, sowie auch in der Beschreibung von Instrumenten*) kleine Ungenauigkeiten finden, so fallen sie doch gegenüber der das ganze Werk charakterisirenden Klarheit nicht sehr ins Gewicht.

Vermisst haben wir schmerzlich geschichtlich-literarische Nachweise für Solche, welche auf Grund des Gelesenen weitere und tiefere Studien machen wollen. Sie dürften sich für eine neue Auflage sehr empfehlen. Auch eine Beschreibung der deutschen Seewarte, als einer in ihrer Art einzigen Reichsanstalt, sowie ihrer Organisation würde der deutschen Ausgabe zum Vortheil gereichen. Sie würde sich passend an das 9. Capitel (praktische Meteorologie) anschliessen.

Die äussere Ausstattung ist vorzüglich. Ein ausführliches Inhaltsverzeichniss erleichtert zwar die Orientirung, doch würde ein alphabetisches Register einer neuen Auflage gewiss einen neuen Vorzug gewähren.

Dass das Buch sich vortrefflich für Schüler- (und Schul-) Bibliotheken eignet, braucht kaum bemerkt zu werden. In der Privatbibliothek eines naturwissenschaftlichen (besonders des Physik-) Lehrers wird es ohnehin nicht fehlen dürfen. Immerhin bleibt zu bedauern, dass eine Nation von 42 Millionen sich ein Buch über Meteorologie von einem Ausländer (der noch dazu einem Volke angehört, das sonst in Europa keine Rolle spielt) schreiben lassen musste. — Zwar ist die Wissenschaft international, aber innerhalb der Nationen darf sich doch bis zu einem gewissen Grade eine wohlthätige Eifersucht geltend machen. H.

Budde, Dr. E., Lehrbuch der Physik für höhere Lehranstalten. Berlin, Wiegandt, Hempel & Parey. 1879. VIII und 470. 8°. 373 Holzschnitte und 1 Spectraltafel.

Die heutige Physik wird bekanntlich als eine Mechanik der Zustandsänderungen der Körper aufgefasst; es ist daher nothwendig,

---

*) Z. B. S. 115 bei der Beschreibung des Metallbarometers. S. 210 (Nr. 276) die Linie, die „senkrecht auf der Isobare steht", bedürfte wol für den der höheren Geometrie Unkundigen eine Erläuterung. Ebenso wünschten wir eine genauere Erklärung der Passatwinde (Nr. 188) und der Ablenkung der Winde durch die Axendrehung der Erde (Nr. 200) mit Hilfe einer Figur, etwa so wie sie Schmid in seiner Meteorologie S. 462 (Ablenkung des Polarstromes) gibt.

der Mechanik eine besondere Sorgfalt, sowol bezüglich der Auswahl als auch der Behandlung des Lehrstoffes, zuzuwenden. Diese Hauptanforderung an ein modernes Lehrbuch der Physik für höhere Schulen erfüllt das vorliegende Werk in sehr befriedigender Weise. Mit Recht schliesst es sich der jüngeren Anschauung der theoretischen Mechaniker an, indem es die Trennung von Statik und Dynamik auflässt, und den Lehrstoff der Mechanik gliedert in die allgemeine Mechanik und in die Mechanik der Aggregatzustände. Die erstere umfasst die Mechanik des materiellen Punktes, die Mechanik der starren Körper und endlich die Deformation, den Stoss und die Bewegungshindernisse. Die Mechanik der Aggregatzustände behandelt die Elasticität, die Festigkeiten, die Krystallerscheinungen, dann die Mechanik der tropfbaren und gasförmigen Flüssigkeiten. Nach dem Vorbilde der besten Specialwerke über theoretische Mechanik hat der Herr Verfasser der Mechanik der Körper jene des Punktes vorangestellt, und an der Bewegung des Punktes die Grundbegriffe der Mechanik abgeleitet, dann wird erst vom Einfachen d. i. von der Mechanik des Punktes zu jener der Körper methodisch fortgeschritten. Es ist sehr erfreulich, dass der Herr Verfasser die Grundbegriffe: Gewicht, Kraft, Masse, Arbeit und lebendige Kraft (Energie) genau und consequent definirt und die Erhaltung der Energie sowie die Theorie der bewegten Moleküle ausgiebig berücksichtigt, indem ja diese Lehren das Wesen der neueren Physik durchdringen. Dabei werden, was Ref. gern anerkennend hervorhebt, stets nur die einfachsten mathematischen Mittel herangezogen; dies gilt überhaupt bezüglich aller mathematischen Deductionen des ganzen Buches.

Nachdem es dem Herrn Verfasser gelungen ist, die Hauptschwierigkeit, d. i. die Mechanik, glücklich zu überwinden, darf es uns nicht mehr wundern, wenn er in den übrigen Disciplinen sehr gut weiter kommt. Er geht überall möglichst gründlich vor und berücksichtigt stets den wahren Stand der Sache; so z. B. gefällt es dem Ref., dass der Verfasser die Elektrolyse der Haloidsalze, Oxyde, Sauerstoffsalze und Sauerstoffsäuren der Zersetzung des angesäuerten Wassers voranschickt, und letztere als Zerlegung von $H_2 SO_4$ in H_2 und $SO_3 + O$ darstellt, dass er also diese Säure-Elektrolyse nicht, wie in elementaren Büchern heute noch allgemein geschieht, als Zerlegung des Wassers auffasst. Chemisch reines Wasser ist ein elektrisch sehr schlecht, nahezu nicht leitendes Oxyd, mithin höchstens durch ausserordentlich kräftige Batterien zerlegbar. Unter gewöhnlichen Umständen wird daher nicht das Wasser, sondern die Schwefelsäure zerlegt in H_2 und $SO_3 + O$; SO_3 verbindet sich mit dem Wasser zu neuer Schwefelsäure ($H_2 SO_4$) und O wird frei. Die Erscheinung gibt sich dann freilich äusserlich wie eine Zerlegung des Wassers, als welche sie gewöhnlich, aber fälschlich ausgegeben wird. Die letztere Auffassung ist histo-

risch die ursprüngliche, jedoch bereits wissenschaftlich gefallene, und sie wird nur (mit Bewusstsein ihrer Unrichtigkeit) gehalten, weil sie so einfach ist. Allein der Herr Verfasser thut gut das Richtige zu lehren, und es wird endlich die Elektrolyse des angesäuerten Wassers auch in elementaren Lehrbüchern nicht mehr anders als richtig gelehrt werden dürfen.

Referent könnte noch weitere Beispiele anführen, wo der Verfasser mit dem Herkömmlichen in gerechtfertigter Weise bricht, und stets unbeirrt das Richtige bringt. Ob er jedoch wohl daran gethan hat nach der Analogie von „Optik" und „Akustik" die magnetischen, elektrischen und thermischen Capitel beziehungsweise mit „Magnetik", „Elektrik" und „Calorik" zu überschreiben, mögen die Sprachforscher entscheiden. Dem Ref. scheint dieser Sprachzwang etwas kühn und zu nichts führend. Diese kleine Meinungsdifferenz zwischen dem Autor und dem Referenten kann selbstverständlich der inneren Güte des vorzüglichen Buches keinen Eintrag thun, das Buch wird trotz „Magnetik" Glück haben, wenigstens verdient es solches sicher. P.

STRUTT, J. W. Baron Rayleigh. Die Theorie des Schalles. Uebersetzt aus dem Englischen von Dr. Fr. NEESEN. I. Band. XVI u. 427 S. Braunschweig, Vieweg & Sohn. 1879. 8 ℳ.

Die Akustik wurde bekanntlich gegen Ende des vorigen und zu Anfange unseres Jahrhunderts von Dr. E. F. Chladni neu begründet (Chladni, Theorie des Klanges 1787; dessen Akustik 1802 und 2. Auflage 1830). Eine durch literarische Citate sehr brauchbare Bearbeitung der Akustik erschien später (1839) von Dr. H. E. Bindseil. Einige Jahre darauf (1845) gab Sir John Herschel in der Encyclopaedia Metropolitania eine mathematische Theorie des Schalles. So viel Wahres auch die eben genannten Werke über die Theorie des Schalles brachten, so liessen sie doch die Frage nach dem Wesen des Klanges ungelöst. Erst G. J. Ohm war es vorbehalten, die richtige Theorie des Klanges zu bringen (1843), und es hat Helmholtz dieser Theorie durch seine Analyse des Klanges allgemeine Geltung verschafft (Helmholtz, Tonempfindungen 1. Aufl. 1862, 4. Aufl. 1877). Seitdem ist das Interesse für Akustik nicht nur in den Fach-, sondern auch in weiteren Kreisen umsomehr gestiegen, als treffliche gemeinfassliche Schriften für die Verständlichmachung der neueren Akustik sorgten (Tyndall, Radau und Blaserna). Die auf die physiologische Akustik sich beziehenden Arbeiten der älteren und neueren Zeit findet man in den „Tonempfindungen" von Helmholtz organisch verwerthet; es versteht sich von selbst, dass auch in diesem Werke die physikalische

Theorie des Schalles zu finden ist. Allein es liegt ausser dem Rahmen dieses Werkes, alle fachlich wichtigen und werthvollen Beiträge zur physikalischen Theorie des Schalles zu berücksichtigen; dies ist die Aufgabe eines Specialwerkes über die Theorie des Schalles. Diese Aufgabe hatte sich in unserer Zeit Prof. Donkin gestellt. Leider rief ihn der Tod ab, nachdem er den ersten Theil seiner Akustik (1870) beendet hatte. Es ist daher ein Glück für die Akustik, dass es nunmehr Baron Rayleigh unternahm, alle wichtigen mathematischen Arbeiten über die Theorie des Schalles, wie sie in den physikalischen Journalen und Schriften gelehrter Gesellschaften, nicht für Jedermann zugänglich, zerstreut liegen, zu sammeln und in einem Werke systematisch und selbständig zu bearbeiten. Von diesem erwünschten Werke nun liegt jetzt der erste Band vor. Dieser behandelt in guter Ordnung und in klarer Weise: Die Tonhöhe, Tonscalen, die einfachen und zusammengesetzten Töne (Klänge, Lissajou's Figuren etc.), Tonometer, Thomson's Theorem, Lagrange's Gleichungen, Stoke's Theorem, Young's Theorem, die theoretischen Gesetze der Saiten (Mersenne, Young, Fourier, Sturm und Liouville), die Theorie der tönenden Stäbe, Membranen und Platten. Obwol dieses Werk, seiner Aufgabe gemäss, vorherrschend mathematisch gehalten ist, bringt es doch immer auch das Wesentliche der entsprechenden Untersuchungsmethoden, so dass man in jeder Richtung befriedigt sein kann. In mathematischer Beziehung existirt kein Werk, welches auch nur im Entferntesten diesem gleich käme; es ist das erste, welches systematisch die mathematische Theorie der Akustik enthält.

Der zweite Band wird sich mit den Schwingungen luftförmiger Körper beschäftigen und wir werden seinerzeit darüber in dieser Zeitschrift berichten. P.

Heumann, K., Anleitung zum Experimentiren bei Vorlesungen über anorganische Chemie. 3. u. 4. Lieferung (Schluss des Werkes). S. 321—668 u. XI—XXXIV. gr. 8. 1878/79. Braunschweig, Vieweg & Sohn. Preis?

Das seinerzeit in diesen Blättern*) angezeigte Werk hat mit den beiden vorliegenden Lieferungen seinen in jeder Beziehung würdigen Abschluss gefunden, so zwar, dass Alles, was a. a. O. von uns über die Brauchbarkeit desselben bereits gesagt wurde, auch mit Rücksicht auf diese zweite Hälfte des Buches seine volle Giltigkeit hat.

Besprochen erscheinen in den beiden Lieferungen nebst dem Reste der Metalloide (Phosphor, Arsen, Antimon, Silicium, Kohlen-

*) s. Jahrg. IX (1878) S. 52—53. D. Red.

stoff) hauptsächlich die Metalle. Bei dem bekannten Umstande, als gerade die Metalle die für den Experimentator weniger lohnende Partie ausmachen, verdient die der Bearbeitung derselben vom Verfasser gewidmete Sorgfalt anerkennend hervorgehoben zu werden.

Zwischen die Metalloide und Metalle eingeschoben finden wir überdies noch einen selbstständigen „Anhang", der den optischen Theil der Chemie, wenn wir so sagen dürfen, zum Gegenstande hat, indem darin nämlich die Natur der Flammen, deren Lichtentwickelung und Spectra, die Steigerung der Lichtintensität, Entleuchtung etc. systematisch behandelt erscheinen. Auch dieser Theil verdient alle Beachtung.

In der äusseren Ausstattung des Werkes endlich spiegelt sich die allbekannte Eleganz der Vieweg'schen Bücher ab.

Es dürfte vielleicht gestattet sein, an diesem Orte dem gewiss mehrseitigen Wunsche nach der Herausgabe zwangloser Ergänzungshefte zu dem besprochenen Werke Ausdruck zu geben. Bei dem anerkannten Uebel der raschen Entwerthung literarischer Produkte durch neue Auflagen dürfte es wenigstens nicht unbegründet erscheinen darauf aufmerksam zu machen, dass — wenn auch die Natur vieler Werke (Lehrbücher der Chemie z. B.) schon an und für sich das Erscheinenlassen von Suplementlieferungen unausführbar macht, doch gerade bei einem Werke dieser Art die Möglichkeit der erwähnten, auch vom national-ökonomischen Standpunkte bersücksichtigungswerthen Einrichtung zugegeben werden muss.

Agram. Dr. Gustav Janeček.

Thomé (gegenwärtig Rector der höheren Bürgerschule der Stadt Viersen), Lehrbuch der Zoologie für Realschulen, Gymnasien, forst- und landwirthschaftliche Lehranstalten, pharmaceutische Institute etc., sowie zum Selbstunterricht. Vierte verbesserte Auflage. Braunschweig, Vieweg. 1880. Pr. ?

Dieses bekannte, geschätzte und weitverbreitete Lehrbuch erscheint hier in neuer Auflage, die aber — was einem Schulbuche immer zum Vortheile gereicht — „verhältnissmässig wenig verändert" ist. Die Schwämme wurden mit den Cölenteraten vereinigt, die Protozoen völlig umgearbeitet; dagegen wurden, was wissenschaftlich gerechtfertigt gewesen wäre, die Bryozoen und Tunicaten aus Rücksicht für die Schulen noch nicht zu den Mollusken gerechnet. Mehrere Figuren sind verbessert, einige neu. Die Orientirung erleichtern ein alphabetisches Register und ein ausführliches Inhaltsverzeichniss, welches zugleich der Uebersicht über die Systematik dienen soll. Schon der Titel des Buches deutet an und es ist dies ohnehin den Fachgenossen bekannt genug, dass dieses Lehrbuch sich ein etwas höheres Ziel gesteckt hat, als

die gewöhnlichen Schulbücher*) und daher der Kreis der Lehranstalten für die es bestimmt, ein weiterer ist. Doch dürfte es für jede besondere Lehranstalt an der leitenden Hand des Lehrers seine eigenartige Verwendung finden, da der Stoff sehr reichlich zugemessen ist. Sehr erfreulich ist die ausführliche Behandlung der Somatologie des Menschen (S. 5—116), eines Gegenstandes, der beim Unterricht immer mehr gewürdigt zu werden verdient. Diese wenigen Andeutungen mögen zum Hinweis auf die neue Auflage genügen. H.

Krass-Landois, Der Mensch und das Thierreich in Wort und Bild für den Schulunterricht in der Naturgeschichte. Dritte vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 162 in den Text gedruckten Abbildungen. Freiburg i. B. Herder 1879. Pr. ℳ 2,20.

Dieses von uns und von einem anonymen Ref. früher IX, 380 u. ff. besprochene Schulbuch liegt, nachdem schon 1878 eine zweite unveränderte Auflage gefolgt war, bereits in dritter (wenig veränderter) Auflage vor. In dieser ist der Text revidirt und an manchen Stellen verbessert. „Hinter den Ordnungsklassen und Kreisen sind die Kennzeichen dieser Abtheilungen, möglichst scharf gefasst, angegeben, gewissermassen als allgemeines Ergebniss der vorangegangenen besonderen Darstellungen. So, und nicht umgekehrt, entspricht es der richtigen methodischen Anordnung."

Man ersieht aus diesen der Vorrede entnommenen Worten, dass ein Methodiker an dem Buche mitgearbeitet hat, während der zweite durch seine zooplastischen Präparate auf der Wiener Weltausstellung 1873 (s. IV, 321) wohlbekannte Bearbeiter für die Richtigkeit der Thatsachen bürgen dürfte und die wissenschaftliche Seite des Buches vertritt. Angehängt ist dem Buche ein Preisverzeichniss von 93 Präparaten aus dem Thierreich, welche in der Vorrede den Schulen zur Anschaffung empfohlen werden, zu beziehen durch die Naturalienhandlung von Rudolph Koch in Münster i. W.**) H.

---

*) Wir denken dabei an die uns ebenfalls vorliegenden zoologischen Leitfäden von: Schilling, Krass-Landois, Baenitz und die Oesterreicher Woldřich und Knauer.

**) Wir erinnern hierbei an den ähnlichen Katalog der zooplastischen Präparate ders. Firma in d. Z. V, 398 ff.

Dassenbacher, Schematismus der österreichischen Mittelschulen und der Fachschulen gleichen Ranges. 12. Jahrg. 1879/80. Nebst Status des k. k. Unterrichts-Ministeriums, der österreichischen Landesschulräthe, Bezirks-Schulinspectoren, sowie der Lehrer- und Lehrerinnen-Bildungs-Anstalten. Nach amtlichen Quellen zusammengestellt. 12. Wien, k. k. Hofbuchdruckerei Carl Fromme. Preis 1 fl.

Der neueste Jahrgang dieses von uns in Heft 1 S. 59—60 bereits besprochenen nützlichen Büchleins ist von besonderem Interesse für alle Mitglieder des Mittelschul-Lehrstandes in Oesterreich, da die summarischen Verzeichnisse der Lehrkörper und sämmtliche individuellen Tabellen der Gymnasien und Realschulen heuer dem Unterrichts-Ministerium vorgelegt werden mussten und die Benützung derselben dem Redacteur hohen Orts gestattet war, so dass sämmtliche Angaben über jedes einzelne Mitglied einer genauen Revision unterzogen werden konnten. Daraus erklärt sich auch sein spätes Erscheinen. Durch die somit ermöglichte Genauigkeit und Vollständigkeit der Daten dürfte der Schematismus auch über den Kreis der Standesangehörigen hinaus für alle Jene von Interesse und Nutzen sein, welche mit denselben in persönlichem oder geschäftlichem Verkehr stehen. Namentlich dürfte er auch Redactionen pädagogischer Zeitschriften zu statistischen Ausweisen und Uebersichten, sowie statistischen Bureaus als ein nützliches Hilfsmittel sich erweisen. H.

B) Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinzen Preussen und Posen. Ostern 1879.

Referent: Dr. Meyer, Rector der höheren Bürgerschule zu Freiburg i/Schl.

1) Programm Nr. 27. Elbing, Gymnasium. Gustav Mehler, *Zur Theorie der Vertheilung der Elektricität in leitenden Körpern.* 34 S.

Die vorliegende Arbeit unterscheidet sich von den zahlreichen vorhandenen Bearbeitungen des von derselben behandelten Problems dadurch, dass der Verfasser das allgemeine Resultat von vornherein in Form von bestimmten Integralen erhält, während die bisher bekannten Lösungen die Form von Reihenentwicklungen haben, und nur in speciellen Fällen einzelne der in Betracht kommenden Grössen durch elliptische Functionen oder durch bestimmte Integrale ausgedrückt worden sind. Der Verfasser stellt nämlich das Potential zunächst durch ein Integral dar, welches eine noch unbekannte Function einer complexen Variablen enthält. Es zeigt sich dann, dass diese Function, wenn allen Grenz- und Stetigkeitsbedingungen genügt werden soll, eine doppelt-periodische Function sein muss. Um die Methode in ihrer einfachsten Form anwenden zu können, behandelt der Verfasser zunächst den Fall zweier concentrischen Kugeln und führt den allgemeinen durch die Methode der reciproken Radienvectoren darauf zurück.

2) Programm Nr. 39. Elbing, Realschule I. O. Fabian, *Uebersicht über die Entdeckungsreisen zur Erforschung des Nilquellengebietes.* Zweiter Theil. 39 S.

Nachdem der Verfasser in dem früher herausgegebenen ersten Theile der Abhandlung gezeigt hat, dass bis zum Ende des vorigen Jahrhunderts der Bahr-el-Asrak für den Hauptarm des Nil galt, behandelt er in dem vorliegenden zweiten Theile die Versuche, bis zu den Quellen des Bahr-el-Abiad zu gelangen. Nach einer Schilderung der Gefahren und Schwierigkeiten des afrikanischen Reisens, einer Aufzählung der älteren Versuche, den Weissen Fluss stromaufwärts zu dringen, und der malerischen Schilderung einer Nilfahrt bespricht der Verfasser zunächst die Expeditionen von der Ostküste nach dem Innern von Afrika, beschreibt hierauf die Entdeckung des Mwutan und die neueren Expeditionen den Weissen Fluss aufwärts durch Baker, Schweinfurth, Marno, Chippendall, Kemp, Long, Linant de Bellefonds, Gessi, Piaggia, Russel und Junker, und schliesst mit der Umschiffung des Ukerewesees durch Stanley, durch welche die Frage nach den Quellen des Nil als abgeschlossen betrachtet werden kann.

3) Programm Nr. 125. Kempen, Progymnasium. Korneck, *Genetische Behandlung des planimetrischen Pensums der Quarta.* 30 S.

Nach einigen einleitenden Bemerkungen über die Verschiedenheit der Ansichten in mathematisch-pädagogischen Fragen, wie sie u. a. auch in verschiedenen Aufsätzen dieser Zeitschrift zu Tage treten, von welcher namentlich auf die ersten Jahrgänge, sowie auf die Jahrgänge VII, IX und X Bezug genommen wird, und nach einem Hinweis auf das Irrige der Ansicht, dass für die Auffassung der Mathematik eine besondere Begabung erforderlich sei, worüber sich der Verfasser bereits in einer früheren Programmabhandlung („Ueber mathematischen Unterricht". Programm der höheren Bürgerschule. Kempen 1870) ausführlicher ausgesprochen hat, bietet der Verfasser die vorliegenden Erörterungen als Probe einer Behandlungsweise, wie er sie sich für den Anfangsunterricht erfolgreich denkt. Diese Erörterungen beginnen mit den aus der Anschauung entnommenen Definitionen des mathematischen Körpers, der Fläche, der Ebene, der Geraden (wobei sich der Verfasser der Liersemann'schen Erklärung anschliesst), der Strecke, der Richtung, des Strahls, der krummen Linie, des Winkels (Scheitel, Schenkel, gestreckt, convex, concav, recht, stumpf, spitz), des Kreises (Mittelpunkt, Peripherie, Halbmesser, Bogen, Sehne, Durchmesser, Halbkreis, Tangente) und des Dreiecks (gleichschenklig [Schenkel, Basis, Spitze], gleichseitig), behandeln sodann die gegenseitige Lage zweier Kreise (Centrale, concentrisch, excentrisch, Berührung von innen und von aussen), geben einige einfache geometrische Oerter und Constructionen, betrachten hierauf die parallelen Graden, die Nebenwinkel und Scheitelwinkel, die Winkel an Parallelen und im Dreieck und schliessen mit der Abhängigkeit der Seiten und Winkel eines Dreiecks von einander und mit den Bestimmungsstücken des Dreiecks. Der Verfasser bemerkt ausdrücklich, dass die Arbeit nicht Muster eines Leitfadens für die Hand des Schülers, sondern Darlegung eines in vieler Beziehung von der hergebrachten Behandlungsweise abweichenden Lehrganges sein soll, z. B. in Bezug auf die Parallelen, deren Erklärung von der überall gleichgrossen Entfernung ausgeht, woraus zunächst die Unmöglichkeit des Schneidens und sodann alles Uebrige gefolgert wird.

4) Programm Nr. 127. Lissa, Gymnasium. Julius Töplitz, *Geometrische Untersuchungen über den Zusammenhang der Theorie der Curven mit der Theorie der Verwandtschaften.* 14 S.

Die Abhandlung ist nur der Anfang einer grösseren Arbeit über Constructionen an Curven 3. und 4. Ordnung und beginnt mit der Verwandt-

schaft auf der Geraden, insbesondere mit der Definition der Verwandtschaftsgleichung, der projectivischen Verwandtschaft, den Bedingungen für vier Punktenpaare ein und derselben Verwandtschaft, der Verlegung des Anfangspunktes, der Bedeutung des Verschwindens der Invarianten, der Involution, der Gegenpunkte und der gemeinsamen Punkte. Hieran schliesst sich eine Anzahl geometrischer Beispiele, und zum Schlusse folgen noch eine Discussion über Verwandtschaftscoordinaten und einige allgemeine Untersuchungen über Verwandtschaften und Leitcurven. Die Fortsetzung der Arbeit soll in einem der nächsten Programme folgen.

5) Programm Nr. 133. Rogasen, Gymnasium. A. Tabulski, *Entwurf eines Lehrplans für den mathematischen Unterricht am Gymnasium, nebst einigen Bemerkungen über die Methodik desselben.* 23 S.

Obgleich an allen Gymnasien des preussischen Staates in den Grundzügen der Unterrichtsplan derselbe ist, so erfordern es dennoch die Eigenthümlichkeiten einer jeden Anstalt, dass jede derselben mit einem besonderen Lehrplan für jedes Unterrichtsfach ausgestattet sei. Der Unterricht wird desto erspriesslicher, je mehr ein solcher Unterrichtsplan in die Einzelheiten des Lehrgegenstandes eingeht, selbstverständlich ohne die Individualität des Lehrers zu beeinflussen. Von seinem Director aufgefordert, einen Lehrplan für den mathematischen Unterricht zu entwerfen, hat der Verfasser einen solchen mit anerkennenswerther Gründlichkeit ausgearbeitet, von dem namentlich jüngere Collegen nicht ohne Nutzen Kenntniss nehmen werden, und wenn sie auch nicht ohne weiteres ihren eigenen Unterricht danach ertheilen, so wird doch vielleicht Mancher von ihnen durch dieses Beispiel eine recht heilsame Anregung erhalten, sich das ihm zugewiesene Unterrichtspensum mit gewissenhafter Sorgfalt vorher zurechtzulegen. Auch in den hinzugefügten Bemerkungen über die Methodik wird der angehende Lehrer manchen recht verständigen Fingerzeig entdecken.

C) Bibliographie.

Februar-März.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Brand, Gymn.-Prof. Dr., Die Ueberbürdungsfrage auf der 34. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner zu Trier 1879. Bielitz. Fröhlich. 0,40.

Christinger, Die ethische Aufgabe der Schule mit besonderer Rücksicht auf die Zustände der Gegenwart. Frauenfeld. Huber. 0,60.

Puttkamer, Herr von, und die Simultanschulen in Preussen und Deutschland von X. (16 S.) Berlin. Schleiermacher. 0,60.

Armstroff, Stadtschulinspector, Die Vorschulen zu den höheren Lehranstalten. (30 S.) Duisburg. Mendelsohn. 0,50.

Verzeichnis der gegenwärtig an den preussischen Gymnasien, Realschulen etc. eingeführten Schulbücher. (Aus „Centralblatt für die gesammte Unterrichtsverwaltung".) (103 S.) Berlin. Hertz. 1,80.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Wretschko, Prof. Dr., Elemente der analytischen Geometrie der Ebene. Zum Gebrauch in den obersten Classen der Mittelschulen etc. (94 S.) Brünn. Wincker. 1,60.

2. Arithmetik.

Geisenheimer, Dr. Bergschuldirector, Ueber Wahrscheinlichkeitsrechnung. (44 S.) Berlin. Habel. 1.

Steinhauser, Reg.-R., Hilfstafeln zur präcisen Berechnung 20stelliger Logarithmen zu geg. Zahlen und der Zahlen zu 20stelligen Logarithmen. (296 S.) Wien. Gerold. 12.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Lockyer, Die Beobachtung der Sterne sonst und jetzt. Autorisirte deutsche Ausgabe. Uebersetzt von Siebert. (552 S.) Braunschweig. Vieweg. 18.

Grimm, Julius, Photographien des Mondes, Totalaufnahmen, wie Bilder einzelner Ringgebirge. Offenburg, Mikrophotographische Anstalt von Grimm. 1 Blatt à 1,35.

Chemie.

König, Dr., Chemie der menschlichen Nahrungs- und Genussmittel. 2 Theile. Berlin. Springer. 19.

Artus, Prof. Dr., Grundzüge der Chemie in ihrer Anwendung auf das praktische Leben. (520 S.) Wien. Hartleben. 6.

Richter, Prof. Dr., Chemie der Kohlenstoffverbindungen oder organische Chemie. (834 S.) Bonn. Cohen. 11.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Graessner, Rect., Die Vögel von Mitteleuropa und ihre Eier. Eine Naturgeschichte fast sämmtlicher Vögel Europas mit besonderer Berücksichtigung ihrer Fortpflanzung. In 12 Lieferungen. Dresden. Bänsch. à 2.

2. Botanik.

Müller, Lehrer H., Gymnasialbotanik. (85 S.) Cöslin. Hendess. 1.

—, Schülerherbarium. (171 S.) In Mappe. Ebenda. 1,50.

3. Mineralogie.

Heim, Prof. Dr., Die Erdbeben und deren Beobachtung. Basel. Schwabe. 0,40.

Geographie.

Wollweber, Globuskunde zum Schulgebrauche und Selbststudium. Gekrönte Preisschrift. (112 S. 18 Abb.) Freiburg. Herder. 1.

Egli, Prof. Dir. Dr., Etymologisch-geographisches Lexikon. (644 S.) Leipzig. Brandstetter. 12.

Marthe, Dr., Was bedeutet Carl Ritter für die Geographie? Festrede. (51 S.) Berlin. Reimer. 1.

Martins, Prof. u. Dir. des botanischen Gartens in Montpellier, Gesammelte kleinere Schriften. Autorisirte Uebersetzung von Born. Inhalt: Ueber die Möglichkeit der Erreichung des Nordpols. — Wissenschaftliche Reise um die Welt ausgeführt von der Corvette „Challenger". — Die Britische Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften. — Die Pflanzenbevölkerungen. — Lamarck. Sein Leben und seine Werke. — Die Evolutionstheorie. — Basel. Schweighauser. 8.

Arendts, Prof. Dr., Erster Unterricht im Kartenzeichnen für Schulen. (15 S. 8 lith. Taf.) Augsburg. Lampart. 1.

Embacher, Gymn.-Lehrer Dr., Die wichtigeren Forschungsreisen des 19. Jahrh. In synchronistischer Uebersicht. (47 S.) Braunschweig. Vieweg. 4.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Wiegand, Dr. A., Algebraische Analysis und Anfangsgründe der Differentialrechnung. 5. Aufl. (170 S.) Halle. Schmidt. 1,80.

—, Lehrbuch der Stereometrie und sphärischen Trigonometrie, nebst zahlreichen Uebungsaufgaben. 9. Aufl. (146 S.) Ebenda. 1,50.

Naturwissenschaften.

Werner, Tabellen zur Naturkunde. Zum Gebrauch für Lehrer und Schüler höherer Unterrichtsanstalten. 2. Aufl. Crossen. Appun. 0,75.

Rüdorff, Prof. Dr., Grundriss der Mineralogie für den Unterricht an höheren Lehranstalten. 3. Aufl. Berlin. Müller. 1,20.

Blum's, Dr. L., Grundriss der Physik und Mechanik. 6. Aufl. (162 S.) Leipzig. Winter. 2.

Lorscheid, Rector Prof. Dr., Lehrbuch der anorganischen Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. 8. Aufl. (304 S.) Freiburg. Herder. 3,60.

Geographie.

Winkler, Dr., Bez.-Schulinsp., Leitfaden zur physikalischen und mathematischen Geographie für höhere Bildungsanstalten. 3. Aufl. Dresden. Salomon. 2.

Guthe, Lehrbuch der Geographie. 4. Aufl. bearbeitet von Dr. Wagner. (1030 S.) Hannover. Hahn. 7,50.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Bericht über die Sitzungen der pädagogischen Section der 13. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner zu Trier, 24—27. September 1879.

Von Dir. Dr. Dronke (Trier).

Die pädagogische Section der diesjährigen Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner bot neben dem allgemeinen Interesse, welches sie für das grosse Contingent von Lehrern hat, noch besondere Momente dar, welche die Aufmerksamkeit der Schulmänner zu erregen geeignet waren; ich rechne dahin zunächst die ganz vortreffliche Ausstellung von Lehrmitteln, welche durch die Lintz'sche Buchhandlung unter Mitwirkung des zweiten Präsidenten und mehrerer Lehrer veranstaltet war, und über welche besonders berichtet werden wird; ferner aber rechne ich hierhin, dass Fragen zur Discussion und Entscheidung kamen, welche in den letzten Jahren nicht blos die Gemüther der betheiligten Lehrerwelt, sondern auch die des gesammten deutschen Publicums vielfach aufgeregt hatten und deren Entscheidung sicher auf die zukünftige Gestaltung des Schulwesens einen nicht unwichtigen Einfluss auszuüben geeignet ist: es sind dies die Fragen über Einheitschule und Ueberbürdung der Schüler.

Am 24. Sept., gleich nach Schluss der ersten allgemeinen Sitzung, eröffnete der zweite Präsident der Versammlung Realschuldirector Dr. Dronke die Sitzung der pädagogischen Section, welcher sich 178 Mitglieder (darunter 6 Provinzialschulräthe, 8 Schulräthe, die meisten der anwesenden Gymnasial- und Realschuldirectoren) eingeschrieben hatten, während mindestens 240 an den Sitzungen theil nahmen. Er begründete, dass er als Präsident und als einer der jüngern Directoren der Provinz dem frühern Gebrauche entgegen die interimistische Leitung der Section übernommen habe, damit, dass Herr Provinzialschulrath Dr. Höpfner aus Coblenz anfänglich dem Präsidium gegenüber die Leitung der pädagogischen Section zu übernehmen sich bereit erklärt hatte; die Krankheit seines Collegen, des leider nunmehr verstorbenen Herrn v. Raczek, habe den Genannten gezwungen, wegen Ueberlastung von der Leitung zurückzutreten; die sofort vom Präsidium eingeleiteten Schritte, um den Senior rheinischer Pädagogen für den Vorsitz zu gewinnen, blieben leider resultatlos; da jedoch das Programm gedruckt werden musste, um so frühzeitig versandt werden zu können, dass Professoren und Lehrer sich zeitig genug zu dem Besuche entschliessen konnten, so hatte er nach einer Conferenz mit mehreren angesehenen Schulmännern die interimistische Leitung übernommen. Die Zahl der angemeldeten Vorträge und Thesen war eine erhebliche: Prof.

Dr. J. B. Meyer (Bonn) wollte über wahre und falsche Concentration des Unterrichts sprechen, Hofrath Dr. Perthes (Davos) über den lateinischen Unterricht in den untern Classen, Director Dr. Spangenberg (Wiesbaden) und Director Dr. Schulz (Harburg) über die Ziele des mathematischen Unterrichts in Prima, Prof. Dr. Egenolff (Mannheim) über die griechische Grammatik Melanchthon's, Director Dr. Steinbart (Duisburg) über die Unmöglichkeit der Einheitschule, Prof. Dr. Brand (Bielitz) über einen etwaigen Beweis der angeblichen Ueberbürdung. Bei diesem Reichthume habe er weitere Anmeldungen, wie z. B. „Ueber die sociale Stellung der Lehrer", ablehnen zu müssen geglaubt. Seit acht Tagen aber habe sich das Bild vollständig geändert, aus den verschiedensten Ursachen seien die Anmeldungen zurückgezogen worden und nur die drei zuletzt angeführten übrig geblieben.

Es folgte hierauf die Wahl des Vorstandes und wurde durch Acclamation Realschuldirector Dr. Dronke (Trier) zum Vorsitzenden, Gymnasialdirector Dr. Uhlig (Heidelberg) zum stellvertretenden Vorsitzenden, Prof. Dr. Brand (Bielitz), Gymnasiallehrer Wingen (Trier) und Realschullehrer Dr. Wiedel (Köln) zu Schriftführern ernannt. Dr. Dronke nimmt die Wahl mit Dank und der Bitte an, ihm Nachsicht bei der Führung des Amtes angedeihen lassen zu wollen; Dr. Uhlig war nicht anwesend und wurde später durch einen Brief von seiner Wahl benachrichtigt. Nach einer kürzern Discussion, in welcher Prof. Dr. Eckstein (Leipzig) und Pr.-Sch.-Rath Dr. Baumeister (Strassburg) den Vorsitzenden unterstützen, wird auf Vorschlag des letztern die Tagesordnung derart festgesetzt, dass zunächst der Vortrag von Prof. Dr. Egenolff gehalten, dann die Discussion über die Thesen Steinbart stattfinden solle und zuletzt der Vortrag von Prof. Dr. Brand. Um die Lehrmittelausstellung zu begutachten und die Mitglieder der pädagogischen Section in derselben zu führen, beantragt der Vorsitzende, eine Commission von vier Mitgliedern zu ernennen; der Vorschlag wurde angenommen, und nachdem der Vorsitzende wegen Ueberhäufung an Arbeit es abgelehnt hatte, in diese Commission einzutreten, obschon er bei der Aufstellung und Anordnung mit thätig gewesen war, wurden die Herren Director Prof. Dr. Renvers, Oberlehrer Dr. Buschmann, Akens und Dr. Steeg (alle Trier) zu Mitgliedern ernannt.

Am 25. Sept. sprach Prof. Dr. Egenolff (Mannheim) über die griechische Grammatik Melanchthon's, indem er die einzelnen Abschnitte derselben behandelte, über die Zeit und den Zweck ihrer Abfassung Mittheilung machte und die Quellen (Byzantiner) angab, die wol der Verfasser benutzt habe.

Prof. Dr. Eckstein (Leipzig) dankte dem Vortragenden für die Ausführungen, doch glaubte er, dass der Redner die Verdienste des „praeceptor Germaniae" in Bezug auf die griechische Grammatik überschätzt habe; unter den hohen und ausserordentlich dankenswerthen Leistungen Melanchthon's um die classische Philologie und das Schulwesen Deutshlands sei seine griechische Grammatik, die er puer pueris geschrieben habe, die schwächste; er habe sie auch nicht in Heidelberg verfasst, wie Redner angegeben; geschöpft habe er seine Weisheit aus den damals schon vorhandenen lateinischen Uebersetzungen der byzantinischen Grammatiker; die Untersuchungen französischer Philologen hätten gerade in dieser Frage vieles klargelegt. Er freue sich aber besonders darüber, dass in der Rede die historische Entwickelung der griechischen Grammatik betont sei; er selbst habe in dieser Hinsicht für die lateinische Grammatik gearbeitet und wünsche dem Unternehmen des Corpus grammaticorum Graecorum den besten Fortgang.

Pr.-Sch.-Rath G.-R.-R. Dr. Schrader (Königsberg) drückte dem Vortragenden ebenfalls seinen wärmsten Dank aus und erinnerte daran, dass in Gera im verflossenen Jahre Oberlehrer Koldeway bereits hervorgehoben habe, man müsse, um sich ein volles Bild über die Entwickelung des

Unterrichtswesens zu verschaffen, die Lehrbücher und Unterrichtsmittel und die Art ihres Gebrauches in den einzelnen Zeiten untersuchen; schmerzlichst vermisse er noch eine Geschichte des gelehrten Schulwesens, zu welcher sauber ausgeführte Darstellungen, wie die heutige, die besten Bausteine lieferten.

Eine kurze Discussion zwischen Prof. Egenolff und Prof. Eckstein schloss sich noch an, darüber, wo Melanchthon seine griechischen Citate her habe, wenn er nur die lateinischen Uebersetzungen der Byzantiner gehabt habe.

Director Dr. Steinbart (Duisburg) begründete hierauf seine Thesen über die Unmöglichkeit einer Einheitschule. Unter einer solchen dürfe man sich nicht blos eine Vorbereitungsanstalt für die Universität vorstellen; eine solche müsste vielmehr auch die allgemeine Bildung und die Vorbereitung für alle technischen Fächer (Bauwesen, Post, Telegraphie, Forstfach u. s. f.) geben. Auch die gebildeten Bürgerkreise, welche direct aus der Schule in das praktische Leben übertreten, erfordern eine in sich abgeschlossene harmonische Durchbildung des Geistes, die ihnen eine geistige, selbständige Erfassung des Lebens ermögliche. Namentlich von Universitätsprofessoren sei meist nur Rücksicht auf das gelehrte Studium, dagegen gar keine auf die übrigen Lebensberufe genommen worden. Auch bei Conferenzen über die Organisation des Schulwesens, wie im Jahre 1873, sei man in den Fehler verfallen, dass man nicht vorher die betheiligten Stände gefragt habe, was von den Abiturienten verlangt werden müsse. Ein Jeder denke sich die Einheitschule anders; sollte eine solche organisirt werden, so müsste man die Grenze zwischen Universität und Schule schärfer gezogen und eine Commission aller betheiligten Stände vorher berufen werden. Die meisten Verfechter der Einheitschule finde man heute noch immer unter den Universitätsprofessoren. Zur Begründung des Bedürfnisses eines solchen werde zunächst angeführt, dass durch die Verschiedenartigkeit der Vorbildung unter den gebildeten Ständen ein Riss entstehen werde. Der Beweis dieser Behauptung sei nirgends erbracht worden; im Gegentheil hätten die Realschulabiturienten überall wohin sie gekommen, auf Universitäten, beim Baufache, im Offizierstande, bis jetzt keinen Riss bewirkt. Als zweiter Grund werde angeführt, dass die Eltern sich zu frühe entscheiden müssten, welchen Lebensberuf ihre Kinder ergreifen sollen; dies sei aber nur so lange richtig, als die Berechtigungen so vertheilt wären, wie sie es gegenwärtig sind; dass aber die allgemeine Bildung verschwinden könne und Fachschulen an Stelle der allgemeinen Bildungsanstalten träten, sei gänzlich unbegründet, denn in Realschulen werde gerade so wie auf den Gymnasien eine harmonische Ausbildung des jugendlichen Geistes erstrebt und erreicht. Wenn schliesslich die Universitätsprofessoren über die Unannehmlichkeit klagten, die ihnen daraus erwüchse, dass ihre Zuhörer zu verschiedenartig vorgebildet seien, so treffe diese Unannehmlichkeit ja schon gegenwärtig, namentlich bei den Orientalisten, bei den Naturhistorikern zu, und sie müsste eben ertragen werden. Die verschiedenen Versuche, theoretisch eine Einheitschule herzustellen, haben zu den grössten Ungeheuerlichkeiten geführt, wie z. B. zu dem Vorschlage 40 wöchentlicher Unterrichtsstunden. Eine Einheitschule müsste in ihren Lehrplan vier fremde Sprachen aufnehmen, das Ziel in Mathematik, Naturwissenschaften und Zeichnen bedeutend erweitern; daher müssten in andern Fächern, um keine Ueberbürdung herbeizuführen, Erleichterungen eintreten; Du Bois-Reymond schlage daher vor, in Prima das griechische Pensum fallen zu lassen und dafür die Kegelschnitte einzuführen (Eckstein: Pensum und Kegelschnitte). Alle diese Versuche, zur Einheitschule zu gelangen, haben sich als undurchführbar erwiesen; es bleibe daher nichts anderes, als eine Verschiedenheit in den höhern Unterrichtsanstalten bestehen zu lassen. Er bitte daher um Annahme seiner Thesen:

1. a. Eine Einheitschule hätte neben den Anforderungen der allgemeinen Bildung nicht nur den besonderen Ansprüchen der Universitätsfacultäten gerecht zu werden, sondern auch denen der technischen Hochschulen und aller jener Berufskreise, welche die Schüler unmittelbar aus der Vorbereitungsschule empfangen.

b. Als Einheitschule ist nicht eine Schule zu betrachten, die nur einige Klassen hindurch die Schüler gemeinsam unterrichtet, sich nachher aber spaltet.

2. Keine der bestehenden höheren Lehranstalten kann in diesem Sinne als Einheitschule angesehen werden.

3. Eine solche Einheitschule ist aber auch nicht durch Reform einer der bestehenden Anstalten herzustellen, da eine Aufnahme neuer Gegenstände unthunlich ist, wenn man nicht die Vortheile, welche jeder derselben für sich bietet, aufgeben oder Ueberbürdung herbeiführen will.

Vor Eröffnung der Discussion bittet der Vorsitzende die Anwesenden, bei Besprechung dieser Frage, welche die Gemüther bereits so vielfach aufgeregt habe, angesichts der Wichtigkeit und im Bewusstsein, dass bei dieser Gelegenheit die Augen der ganzen gebildeten Welt auf die Versammlung gerichtet seien, keinen Misston hören zu lassen und in voller Ruhe und Würde die Discussion zu führen.

Director Dr. Jäger (Köln) eröffnete die Discussion, indem er bemerkte, dass der Vortrag eine solche Fülle von Fragen angeregt habe, dass die pädagogische Section dieselben nicht bewältigen könne, ständen ihr auch so viele Tage zur Disposition, wie in Wirklichkeit Minuten. Würde z. B. in dem Lehrplane der Realschule I. O. das Latein verstärkt, so würde eine vollständig andere Schule geschaffen. Er und seine Gesinnungsgenossen fänden, dass die Lösung der Realschulfrage, wie nämlich die Schule für das erwerbende Bürgerthum am besten eingerichtet werden sollte, durch die andere Frage über die Zulassung der Realschulabiturienten zur Universität, für welche der ganze Vortrag des Herrn Steinbart ein Plaidoyer gewesen zu sein schiene, nur erschwert, wenn nicht ganz verhindert werde; man müsse sich hier in der pädagogischen Section mit Fragen beschäftigen, deren Lösung in der gegebenen kurzen Zeit möglich sei. Er schlüge daher nachstehende Resolution vor: „Indem die Section dem Vortragenden dahin beipflichtet, dass eine sog. Einheitsschule derzeit unmöglich und undurchführbar sei, erklärt sie doch für höchst wünschenswerth, dass der Lehrplan für Sexta und Quinta des Gymnasiums und der Realschule (mit Latein) identisch sei: in welchem Falle der jetzige Gymnasiallehrplan für diese Klassen zu empfehlen wäre."

Director Dr. Kromayer (Weissenburg) vermag nicht, auf die von den Anhängern der Einheitschule angeregten Ideen zu verzichten; man müsse doch dieser Frage näher treten und sie prüfen. Er könne sich nicht mit der von dem Herrn Thesensteller gegebenen Definition der Einheitschule einverstanden erklären; denn eine Einheit sei es auch, wenn die Schüler im gemeinsamen Unterrichte bis zu einem ganz bestimmten, möglichst weit vorgerückten Ziele geführt würden, welches einen gewissen Abschluss gäbe und von dem aus erst eine Spaltung nach den verschiedenen Richtungen einzutreten habe. Als solche Klasse erscheine ihm die Obersecunda geeignet, wo der Schüler Cicero und Livius, Homer und Xenophon verstände; die deutsche Literatur weise in ihrer Entwickelung stets auf die griechische als ihr Fundament hin, und man dürfe doch den Gebildeten nicht die Möglichkeit nehmen, auf Grund der griechischen Schriftsteller in das Verständniss der deutschen einzudringen. Erst durch Homer könne man ja „Hermann und Dorothea" verstehen lernen, und Schiller und Göthe blieben ohne das Griechische unverständlich. In Prima könnte alsdann eine Spaltung derart eintreten, dass die einen eine verstärkte Stundenzahl in Mathematik und Naturwissenschaften erhielten;

die andern aber im alten Geleise weitergingen. Wenn man dagegen einwerfe, dass die Realbildung hierbei zu kurz käme, so müsse er doch bemerken, dass der Zweck des naturwissenschaftlichen Unterrichts, die Jugend zur Beobachtung anzuleiten, auch auf den Gymnasien in den untern Klassen erfüllt werde; wenigstens sei dies in Elsass-Lothringen der Fall. Er stelle daher den Antrag:

„Es ist wünschenswerth, die Einheit des Unterrichts in dem jetzigen Gymnasium bis zur Prima festzuhalten und erst von da ab eine Spaltung in humanistische und realistische Disciplinen eintreten zu lassen."

Wegen vorgerückter Zeit wird die Discussion hier abgebrochen und in der Sitzung vom 26. Sept. wieder aufgenommen. Der Vorsitzende verlas in letzterer die Rednerliste und bat, sich möglichst kurz fassen zu wollen, damit der Section noch Zeit übrig bliebe, die Lehrmittelausstellung gemeinsam zu besuchen.

Director Dr. Böttcher (Düsseldorf) sprach hierauf in längerer Rede für die Einheitschule, indem er alle für diese sprechenden Gründe zusammenfasste und schliesslich die Versammlung bat, seiner These zuzustimmen:

„Die pädagogische Section erklärt es für in hohem Grade erwünscht, dass die Vorbereitung für die Universitätsstudien nur in einer Kategorie von Schulen gewonnen werde."

Der Vorsitzende bemerkte, dass er den Redner zwar nicht unterbrochen habe, dass er jedoch darauf hinweisen müsse, dass der Redner von dem eigentlichen Thema, ob eine Einheitschule möglich oder unmöglich sei bei dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaften, abgewichen und über die Berechtigungsfrage der einzelnen Anstalten gesprochen habe. Er bäte, diese Frage als nicht zur Discussion stehend ferner nicht mehr erörtern zu wollen. Auf den Vorschlag des Vorsitzenden wird das Zehnminutengesetz angenommen.

Prof. Dr. Eckstein (Leipzig) protestirte zunächst gegen die geringschätzige Art, wie von einzelnen Seiten über die Urtheile der Universitätsprofessoren hier gesprochen worden sei. Er selbst habe schon vielfach Gelegenheit gehabt, Erfahrungen zu sammeln und auch Mittheilungen von Collegen zu erhalten, namentlich über die Schwierigkeiten, die sich beim Studium der Naturwissenschaften ergeben. In Leipzig hätten sie noch dazu Studenten zweiter Klasse, welche nur Seminarbildung oder nur die Bildung einer Tertia besässen; den Professoren läge daher ein reiches Material vor und sie hätten nach bestem Wissen und Gewissen geurtheilt. Wenn das tentamen physicum als ein Beweis angeführt worden sei, dass die jetzigen Studenten nicht die gehörige Vorbildung hätten, so sei dies eine Verkennung dieser Einrichtung; sie solle dem Mediziner nur Gelegenheit geben, die in den allgemeinen Wissenschaften erlangten Kenntnisse nachzuweisen, ehe sie zu den eigentlich medizinischen Studien übergingen. Ein Realschulabiturient, der Medizin studiren will, würde nach dem bisherigen Gebrauche einem Gymnasium zur Ergänzungsprüfung überwiesen. Er selbst sei in der unglücklichen Lage gewesen, solche Abiturienten prüfen zu müssen; sein Gewissen habe er beruhigt damit, dass er ja kein Reifezeugniss auszustellen brauche, und er habe einen Act der Milde gegen solche Studenten geübt, die sich in ihrer Hoffnung, Medizin studiren zu dürfen, getäuscht sähen. Die Idee der Einheitschule erwache jedesmal in bewegten Zeiten. Im Jahre 1849 sei man in Berlin von der Einheitschule ausgegangen und zu der Bifurcation gelangt, die Philologen hätten jedoch an der einheitlichen Gestaltung des Gymnasiums festgehalten, und so sei er noch jetzt gegen die Bifurcation; Gymnasium und Realschule sollten nebeneinander bestehen, die Realschule zur Vorbereitung für die technischen Anstalten — die Berechtigungsfrage lasse er unberührt — und das Gymnasium mit den alten Berechtigungen. Von Eckstein und Uhlig wurde die These eingereicht:

„Es mögen Gymnasium und Realschule nebeneinander unvermischt bestehen. Eine Vermischung ist für beide Theile vom Uebel. Die Berechtigungsfrage bleibt von der Besprechung in Versammlungen, die aus Gymnasial- und Realschullehrern zusammengesetzt sind, besser fern."

Prof. Dr. Strack (Berlin), jetzt Professor der Theologie und alttestamentarischen Exegese, früher als Lehrer an der Realschule und am Gymnasium thätig, glaubte hier als unparteiisch in die Frage eingreifen zu können; neu sei ihm die Bemerkung gewesen, dass man zum Verständnisse von Schiller und Goethe nur durch das Verständniss des Griechischen gelangen könne; Schiller würde auf Grund einer Prüfung im Griechischen nicht über Quinta hinausgekommen sein. Um von dem geistigen Leben der Griechen Einsicht zu erhalten, würden auch gute Uebersetzungen genügen. Bei der Realschule vermisse er noch vielfach eine feste Methodik, die sich erst ausbilden müsse; man möge auf dieser Seite nicht agitiren, sondern positiv aufbauen. In seinem Fache wären die Zuhörer vollständig verschiedenartig ausgebildet, auch die Gymnasialabiturienten wüssten vielfach gar kein Hebräisch und er würde auch ganz gerne Realschulabiturienten zum Studium der Theologie zulassen.

Realschullehrer Dr. Löwe (Bernburg) theilte mit, dass er im Jahre 1869 als Abiturient einer Realschule I. O. die Universität bezogen habe, dass er aber von dem Risse, der nach den Behauptungen einzelner Redner sich zwischen den Real- und Gymnasialabiturienten geltend machen solle, absolut nichts bemerkt habe. Weder im Verkehre mit den Commilitonen, noch in dem mit den Professoren habe sich nur die geringste Spannung bemerkbar gemacht; ein Theil der Professoren habe erst am Schlusse der Studienzeit erfahren, dass er Realschulabiturient sei.

Director Dr. Krumme (Braunschweig) machte darauf aufmerksam, dass der Vorschlag Kromayer bereits von Reissacker gemacht worden sei, indem er von der Idee ausging, dass die Schüler bis zu der Berechtigung zum einjährig-freiwilligen Militärdienste eine gemeinsame Bildung erhielten. Hierbei sei aber der Fehler in der Organisation des Gymnasiums beibehalten: der Beginn dreier fremder Sprachen in drei aufeinanderfolgenden Jahren von Sexta bis Quarta. Vom Unterrichtsministerium sei auf die Ueberbürdung der Quarta bereits hingewiesen, und es sei nur noch eine Frage der Zeit, wenn der Beginn des Griechischen nach der Tertia verlegt würde. Ein griechischer Unterricht aber, der in Tertia begonnen wird, um in Secunda wiederum aufzuhören, habe gar keinen Werth. Bei der Bifurcation von Prima ab bliebe aber noch immer die Berechtigungsfrage ungelöst. Er bäte daher, der These von Director Jäger zuzustimmen.

Pr.-Sch.-Rath Dr. Baumeister (Strassburg) theilte mit, dass in Elsass-Lothringen bereits seit acht Jahren der Wunsch des Director Jäger praktisch durchgeführt sei, indem Sexta und Quinta in Gymnasium und Realschule denselben Lehrplan hätten. Nach seinen eigenen Beobachtungen habe sich diese Einrichtung ausserordentlich bewährt. Mit ihr käme man freilich noch nicht zur Einheitschule, die auch er bei dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaften für unmöglich halte. Bei dieser Gelegenheit nehme er Veranlassung, den Wunsch auszusprechen, es möchten recht viele von den Anwesenden nach dem Reichslande kommen und sich das Schulwesen ansehen, über das so viele Märchen verbreitet seien. Auch dort seien deutsche Schulen wie anderwärts, deutsche Sitten und deutsche Wissenschaft würden dort gelehrt; im Allgemeinen seien die preussischen Lehrpläne beibehalten und sie hätten gute Erfolge aufzuweisen. Freilich die Schüler des Landes schreiben und sprechen noch schlecht Deutsch.

Auf Antrag des Vorsitzenden wurde die Discussion geschlossen und von Director Steinbart die Thesen zu Gunsten der von Jäger zurückgezogen. Letztere wurde bei Probe und Gegenprobe durch Handaufheben mit allen gegen fünf Stimmen angenommen (die Zahl der Anwesenden betrug ca. 240). Hierauf wurde

gemeinsam die Lehrmittelausstellung besucht; über diese erfolgt ein besonderes Referat.

Samstag den 27. hielt Herr Prof. Dr. Brand (Bielitz) einen Vortrag über ein Mittel, wie die angebliche Ueberbürdung der Gymnasiasten auch bewiesen werden könnte. Er selbst sei der Ueberzeugung, dass in Wirklichkeit von einer Ueberbürdung nicht die Rede sein könne; aber die Sache sei so oft von den Zeitungen angeregt und besprochen, selbst in Abgeordnetenhäusern sei die Klage vorgebracht worden, dass es sich wol zieme, in einer so ansehnlichen Versammlung der Frage näher zu treten und sie zu prüfen. Die anonymen Denunciationen bewiesen freilich nichts; wenn aber Ottokar Lorenz behauptet, dass die Gymnasien in Oesterreich deshalb nicht an Ueberbürdung leiden könnten, weil der Zudrang zu den Studien nicht ab-, sondern zunehme, so müsse man grade umgekehrt sagen, dass der Zufluss zu den Gymnasien nicht trotz, sondern wegen des Rückganges der ökonomischen Verhältnisse stattfinde. Da es nun weder einen Beweis für noch gegen die Ueberbürdung gäbe, so erlaube er sich hier, ein Mittel in Vorschlag zu bringen, durch welches man die angebliche Ueberlastung der Schüler ev. auch wirklich nachweisen könne. Es möchten nämlich Gymnasiallehrer selbst, die früher doch zu den bessern Gymnasiasten gehört, nach bestem Wissen und Gewissen angeben, in welchen Klassen, in welchen Gegenständen sie sich überbürdet gefühlt hatten. Lägen eine Reihe solcher Bekenntnisse von Gymnasiallehrern der verschiedenen Unterrichtsfächer vor, so könnte man wol mit Bestimmtheit das grösste gemeinschaftliche Maass der behaupteten Ueberbürdung als wirklich existirend und erwiesen annehmen. In geeigneter Weise könnten die Bekenntnisse tüchtiger Abiturienten als Ergänzung dienen; es musste diese Nachfrage natürlich durch die Regierungsorgane geschehen und in geeigneter Weise verwerthet werden.

Director Dr. Löhbach (Mainz) glaubte in den Alumnaten, die mit den Anstalten verbunden seien, den sichersten Messer für etwaige Ueberbürdung zu sehen; denn hier sähe der aufsichtführende Lehrer an den Schülern direct, wie viele Arbeit sie zu leisten hätten. Er selbst glaube gar nicht an eine Ueberbürdung, wie sie in den öffentlichen Blättern dargestellt werde; dem Gymnasium würden aber viel zu viel ungeeignete Elemente, namentlich vom Lande zugeführt, welche zufolge ihrer Anlagen den Forderungen der Anstalt nicht nachkommen könnten. Auch der Weg der Rücksprache mit vernünftigen Eltern sei geeignet, sich über etwaige Ueberbürdung zu vergewissern; zu tadeln sei nur der Weg der Anonymität.

Prof. Dr. Eckstein (Leipzig) glaubte ebenfalls an keine Ueberbürdungsfrage, da die Jugend noch immer Zeit zu dummen Streichen hätte. Da aber einmal in öffentlichen Blättern u. s. w. die Klage so oft besprochen worden sei, so hielte auch er es für richtig, sie in der gegenwärtigen Versammlung vorzubringen. Das Hauptunglück liege in der leichten Art und Weise, wie die Behörden Klagen annähmen und Verordnungen erliessen. In Oesterreich schiebe man die ganze Schuld auf die Methode. In Alumnaten habe er nie Ueberbürdung gefunden. Aber die Unsitte der Eltern, ihre Kinder viel zu früh in's gesellige Leben zu führen, lasse sehr häufig Klage erheben. Vielleicht sei man früher mit der Maturitätsprüfung nicht so gequält worden, aber die Jugend sei jetzt wie früher kräftig, an der Arbeit sei noch keiner gestorben. Die Behörden seien zu nachgiebig; auf eine Klage hin erscheine sofort eine allgemeine Verordnung. Es käme wol vor, dass der Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften, der Freude an seinem Berufe habe, mehr fordere als nöthig sei, was die Philologen nicht beurtheilen könnten. Aber gemeinsame Thätigkeit und richtige Aufsicht des Directors könne da vollständig vorbeugen. Die Lehrer könnten sich in ihrem Gewissen beruhigen, sie hätten auch ein Herz für die Jugend, auch sie wollen, dass letztere kräftig und frisch bleibe und

dass sie mit kräftiger Hand und gesundem Geiste dem Vaterlande ihre Dienste weihte.

Prof. Adam (Urach) theilte mit, dass auch in Württemberg wegen Ueberbürdung geklagt werde, und das zwar vielleicht nicht ganz ohne Grund; der Hauptübelstand liege in der unrichtigen Einrichtung der Lectionspläne, indem die schwierigen Fächer bisweilen auf einen Tag zusammengedrängt wären. Die Schüler seien dabei gewohnt, ihre schriftlichen Arbeiten immer bis auf den letzten Termin hinauszuschieben.

Pr.-Sch.-Rath Dr. Baumeister (Strassburg) fand in dem Umstande, dass die seit 10 bis 12 Jahren eingetretene Steigerung in der Gründung neuer Schulen und der dadurch herbeigeführte Lehrermangel die Anstellung so vieler ungeschulter Lehrkräfte verlange, neben der bereits betonten frühen Ueberführung der Jugend in das gesellschaftliche Leben einen Grund für die beklagte Ueberbürdung. Was die Behörden thun könnten, sei sehr wenig, die Directoren müssten durch Aufsicht und Besprechung hierbei das Nöthige leisten. Wenn der Vortragende sich nur auf die Gymnasialschüler beschränkt habe, so müsse er constatiren, dass in Elsass-Lothringen grade die Realschüler die Ueberbürdeten seien, was darin seinen Grund habe, dass die Realschule nicht so concentrirt sei.

Auch Director Dr. Dronke (Trier) bestätigte unter Mittheilung einzelner Beispiele aus seiner Erfahrung, dass die Klagen der Sucht der Eltern entspringen, ihre Kinder zu frühe an den Vergnügungen des socialen Lebens theilnehmen zu lassen. Früher mussten die Schüler auch arbeiten und zwar nicht weniger wie jetzt, aber es wurde nicht geklagt, und die Schüler sind auch nicht davon krank geworden.

Prof. Eckstein (Leipzig) fürchtete von den jungen Lehrern, die Herr Dr. Baumeister angeführt habe, nichts; was sie etwa einmal schlecht machten, das ersetzten sie doppelt durch ihren lebendigen Eifer.

Da keine These vorlag und die Rednerliste erschöpft war, wurde die Discussion geschlossen. Prof. Eckstein sprach für die Leitung der Versammlung, für die Vorarbeiten u. s. f. den Dank der Versammlung aus, worauf die Versammlung unter Vertheilung einer grossen Collection Bücher aus dem Verlage von Friedberg und Mode (Berlin) geschlossen wurde.

Zur Journalschau.

Blätter für Bayrisches Gymnasial- und Realschulwesen. Jahrg. XV.

(Fortsetzung von Heft 2, S. 166.)

Heft 9. Braunmühl-München schreibt im Anschluss an Gauss über die kürzesten Linien der developpabeln Flächen, ein Aufsatz, der sich wol eher für eine rein mathematische Zeitschrift eignen würde. — Günther-Ansbach dagegen führt uns eine didaktische Studie über sphärische Trigonometrie vor, die uns die Arbeit Stoll's „Die Hauptaufgabe der sphärischen Trigonometrie“ (Programm des Gymnasiums in Bensheim 1878/9) in Erinnerung gebracht hat. Für die Notiz „Der Hektograph in der Schule“, besonders verwerthbar bei Extemporalien, würde man dem Verfasser F.-W. dankbarer sein, wenn er uns zugleich eine gute Anweisung zur billigen Herstellung des Hektographen gegeben hätte. — Günther bespricht eine angeblich ausgezeichnete Schrift eines französischen Mathematikers Lucas. — Wittstein's Methode des mathematischen Unterrichts und die neue Bearbeitung des „Meyer Hirsch“ von Dränert werden zu kurz und anonym besprochen, zumal da die erstere Schrift Vieles zu wünschen übrig lässt. Ausführlicher dagegen: Leunis, Schulnaturgeschichte, bearbeitet von

Frank, und des letzteren Pflanzentabelle, sowie Mitteregger's Lehrbuch der Chemie.

Pädagogisches Archiv. Jahrg. XXII.

(Fortsetzung von Heft 2, S. 166.)

Nr. 1 und 2. Heft 1 bringt nur Sprachliches. In Heft 2 beleuchtet Wossidlo-Tarnowitz die Gutachten der deutschen Aerzte-Vereine über die Zulassung der Realschulabiturienten zum Studium der Medicin. Der Verfasser bespricht zehn Hauptpunkte der Gegner und stellt ihnen am Schlusse seines langen und ausführlichen, sehr lesenswerthen Aufsatzes zehn andere Behauptungen (Thesen) gegenüber. Der ganze Aufsatz enthält übrigens auch zur Orientirung über die Realschulfrage viele Fachliteratur.

Nr. 3. Steinbart-Duisburg spricht „über die Unmöglichkeit der Einheitsschule“, ein Thema, das auch (wie unser Bericht in diesem Hefte ausweist) in der pädagogischen Section der Trierer Versammlung behandelt wurde. Der Verfasser meint, was zur Würdigung des Aufsatzes hier gleich bemerkt werden muss, die Einheitsschule, welche sich vier Sprachen gleichzeitig aufbürdet. Er gelangt natürlich so zu dem Schlusse: „die sogenannte Einheitsschule ist nicht möglich“. Dabei kommen auch die Vorschläge Böttcher's, Fischer's u. A. zur Besprechung. — Unter den „Beurtheilungen“ sind einige geographische Leitfäden bemerkenswerth, u. A. Guthe-Wagner, Lehrbuch der Geographie.

(Oesterr.) Zeitschrift für das Realschulwesen. Jahrg. IV.

(Fortsetzung von Heft 1, S. 80.)

Heft 12. In dem Aufsatze „Zum System der Arithmetik“ verbreitet sich Eichler-Wien im Anschlusse an die Lehrbücher von Baltzer und der Oesterreicher Močnik und Frischauf (andere Deutsche nennt er nicht) über die Begriffe und Grenzen der Algebra und allgemeinen Arithmetik, gibt eine Definition der Arithmetik oder reinen Zahlenlehre und am Schluss ein „Schema des Zusammenhangs der Rechnungsarten“. Die wichtigen deutschen Werke von Schröter und Schüler hierüber bleiben unerwähnt. — Referat über die Verhandlungen der pädagogischen Section in Trier (Einheitsschule) und über die Statistik der ungarischen Realschulen. Unter den Recensionen ist auch die von Petersen, Methoden und Theorien (Günther) und Kommerell-Hauck, Stereometrie (Haberl).

Jahrg. V.

Heft 1. Maiss-Wien gibt „eine graphische Methode, die Entstehung des Kern- und Halbschattens zu erklären“, um die vermeintlichen Schwierigkeiten, welche diese Erklärung beim physikalischen Unterrichte den Schülern machen soll (?), zu heben und gibt für die Leser (Lehrer) noch eine „Analyse zur tiefern Einsicht“, wobei er sogar Integrale benutzt. — Handl-Czernowitz liefert eine „neue Art der elementaren Ableitung der Formel für die Fliehkraft“. Interessiren dürften noch zwei Berichte: des Vereins „Mittelschule“ in Wien aus dem Wintersemester 1879/80 und „über das ungarische Realschulwesen“. Der erstere beweist aufs Neue die Rührigkeit des (uns aus eigener Erfahrung bekannten) Vereins; besonders interessant ist ein Vortrag des Geschichtsprofessors Lorenz „über die wissenschaftliche und pädagogische Heranbildung und die Prüfung der Lehramtscandidaten“, welcher seitdem auch im Druck erschienen ist (besprochen im Central-Organ VIII, 1. Heft, S. 35ff.). Aus dem zweiten Berichte erfahren

wir, dass in Ungarn die Frequenz der Realschulen im Rückgange begriffen ist. — Im Archiv ist die ministerielle „Verordnung zur Regelung des orthographischen Unterrichts" mitgetheilt. — Recensirt sind eine Anzahl auch in unserer Zeitschrift erwähnten mathematisch-naturwissenschaftlichen und geographischen Bücher (Leunis, Reishaus, Heilermann, Wenck).

(NB. Heft 2 und 3 dieser Zeitschrift ging uns nicht zu.)

Zeitschrift für Mathematik und Physik. Jahrg. XXV.

(Fortsetzung von Heft 1, S. 26.)

Heft 1. Abhandlungen. Graetz-Breslau, über Wirbelbewegungen in compressibeln Flüssigkeiten, im Anschluss an Abhandlungen von Helmholtz und Oberbeck in Borchardt's Journal, Bd. 55 und 81. — Küttner-Burgk gibt in „Zur mathematischen Statistik" eine neue Begründung der in der Zeuner'schen Behandlung der Invaliditätsversicherung (s. Abh. a. d. m. Statistik, Leipzig 1869) abgeleiteten Formeln mit Rücksicht auf Behm (Statistik der Mortalitäts- etc. Verhältnisse beim Beamtenpersonal der deutschen Eisenbahnen, Berlin 1876). — Schwering-Coesfeld spricht „über eine eigenthümliche Deformation der Kegelschnitte" (Saumcurve des Mantels eines durch eine Ebene geschnittenen willkürlichen Kegels zweiten Grades).

Kleinere Mittheilungen. Enneper-Göttingen, über ein Problem aus der Lehre vom Maximum und Minimum mit Rücksicht auf eine Arbeit von N. Fuss in Bernoulli-Hindenb. Magazin 1786. — Thomae, Convergenz der Thetareihen. — Niemöller-Eisenach, über Schwingungen einer Saite, deren Spannung eine Function der Zeit ist. — Schlömilch, über den verallgem. Taylor'schen Lehrsatz (aus den Sitzungsbericht. der K. Sächs. Ges. d. W.). — Waltenhofen, über eine directe Messung der Inductionsarbeit und eine daraus abgeleitete Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents. — Cantor-Wien gibt geometrische Untersuchungen u. A. über Feuerbach'sche Kreise.

Historisch-literarische Abtheilung. Die Entdeckung der endlichen Lichtgeschwindigkeit von Olaf Roemer von *Wernicke*. Recensirt sind: Neumann-Königsberg, Beiträge zur Theorie der Kugelfunctionen, und Heine, Handbuch der Kugelfunctionen etc., beide von *Wangerin*-Berlin. — Favaro, Notizie storico-critiche sulla costruzione delle equazioni von *Günther*. — Caesar, Christian Wolf in Marburg (Kaisergeb.-Rede) und Gauss, fünfstellige log. und trig. Tafeln, beide von *Cantor*. — Budde, Lehrbuch der Physik, von *Kötteritzsch*. — Merling, die Telegraphentechnik der Praxis, von *Tobler*. — Wolf, Geschichte der Vermessungen in der Schweiz, von *Cantor*. — Bibliographie October — November 1879.

Strack's Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens. Jahrg. VIII.

(Fortsetzung von Heft 1, S. 26.)

Heft 2. Ein anonymer „sächsischer Schulmann" spricht sich in einem zweiten (Schluss-) Artikel lange nach dem Erscheinen des ersten Artikels (1877, Central-Organ, S. 641 ff.), welcher uns unbekannt geblieben ist, über die Eigenart der sächsichen Realschulen 2. Ordnung aus, unterwirft die einzelnen Bestimmungen der Lehr- und Prüfungs-Ordnung einer scharfen Kritik und macht Abänderungsvorschläge.

Heft 3. Steinbart-Duisburg erörtert die „Nothwendigkeit der Vorschulen an höheren Lehranstalten". — In den Recensionen unterzieht Hamann-Berlin die interessante Schrift Fechner's „Gelehr-

samkeit oder Bildung", Versuch einer Lösung der Gymnasiums- und Realschulfrage, welche, den Stab über die gegenwärtigen Realschulen brechend, am Schlusse für die Einheitsschule, aber freilich für eine gymnasiale, eintritt, einer Kritik. Interessant sind noch die Recensionen mehrerer Schriften über Orthographie, dieser Wunde auf deutschem literarischen Gebiete, wobei das orthographische Hilfsbuch von Sanders schlecht wegkommt. Denn es wird ihm vorgeworfen Unklarheit, Unübersichtlichkeit und Inconsequenz!

Miscellen.

1) Der Hektograph, seine Herstellung und sein Gebrauch.

Wir entnehmen dem polytechnischen Journal von Dingler, Bd. 233, S. 88, eine Anweisung zur Anfertigung eines Hektographen, welche angeblich von den Erfindern*) herrührt.

Ein etwa 3 cm tiefer Blechkasten ist zur Hälfte gefüllt mit einer erkalteten Lösung von 1 Theil Gelatine, 4 Theilen Glycerin von 30° B. und 2 Theilen Wasser.

Die verwendete Tinte besteht aus 1 Theil Methylanilin-Violett, gelöst in 7 Theilen Wasser und 1 Theil Alkohol, oder: 2 Theilen essigsaurem Rosanilin, gelöst in 10 Theilen Wasser und 1 Theil Alkohol. — Der Hektograph ist an einem kühlen Orte aufzubewahren.

In Bd. 232, S. 81 desselben Journals gibt Dr. Wartha in Pesth folgendes Verfahren zur Herstellung des Hektographen an:

100 gr feinste Gelatine mit 400—500 cc dickem Barytsulfat-Niederschlag werden in einer Schale im Wasserbad geschmolzen und hierauf unter fortwährendem Umrühren 100 gr Dextrin und (je nach der Concentration) 1000—1200 gr Glycerin zugesetzt. Hierauf nehme man die Mischung aus dem Wasserbade, rühre zeitweilig um, damit der Barytniederschlag sich nicht absetze und lasse die Masse soweit abkühlen, dass sie noch gut fliesst, giesse sie in ein flaches Blechgefäss und lasse sie an einem kühlen Orte erkalten. Ist der Kuchen nach dem Erkalten zu hart, dann muss Glycerin zugesetzt werden; lässt sich die Schrift selbst mit lauwarmem Wasser schwer entfernen, dann setze man Dextrin zu. Dr. W. benutzt nur Kuchen ohne Dextrin, weil er gefunden hat, dass bei Verwendung feinster englischer Gelatine und Glycerin nebst reinem gefällten schwefelsauern Baryt die besten und schärfsten Abdrücke erhalten werden, wenn auch die Schrift nur mit warmem Wasser zu entfernen ist; letzteres darf nie durch starkes Reiben geschehen.

Zur Schrift-Tinte verwende man das Violet de Paris von Poirrier, das ein ungemein grosses Farbenvermögen besitzt. Zu einem dextrinfreien Kuchen benutzt Dr. W.

100 gr Gelatine, 1200 gr Glycerin und 500 cc durch Decantation gewaschenes Barytsulfat.

Die Originalschrift lasse man auf dem (mit einem kaum feuchten Schwamme überfahrenen) Kuchen 1—2 Minuten liegen und ziehe hierauf den Bogen von der Ecke aus ab. Die ersten Copien stelle man nur mit schwachem Druck oder Betupfen (Bestreichen) mit Tuchballen her, um nicht zu viel Farbe abzuheben. Ist der Kuchen durch langen Gebrauch uneben geworden, so giesst man ihn um, wobei man die Flüssigkeit durch sogenannte Müllergaze gehen lässt. Sehr zweckmässig kann man die Masse zur Herstellung von Stempeln benutzen, um z. B. Namens-

---

*) Von V. Kywasser u. B. Husack in Sanil (Böhmen) s. D. R. P. No. 5271 v. 30. Aug. 1878.

unterschriften u. dergl. 40—50 mal abzudrucken und dann durch Abwischen der Schrift dieselbe gegen Missbrauch zu schützen. Auch kann man den Glycerin-Leim, der schon lange für Buchdruckerwalzen in grosser Menge erzeugt wird, fertig kaufen, um nur noch mehr Füllstoff und Glycerin zuzusetzen.

2) Der Hektograph im Dienste der Schule.

Unter diesem Titel sind neuerdings in mehreren Zeitschriften (z. B. bayer. Bl. f. Gymn.- u. Realschulwesen) kleine Aufsätze erschienen, in denen irgend eine Verwendung dieses Apparats für den Unterricht angegeben wird, die sich aber meist darauf beschränkt, sprachliche Exercitien, zur Vermeidung zeitraubenden Dictirens, den Schülern schriftlich fertig vorzulegen. Auch für den mathem.-naturw. Unterricht könnte der Apparat Verwendung finden, z. B. beim Maturitätsexamen, indem man die Aufgaben vervielfältigte und in jedes Exemplar andere numerische Werthe eintrüge. So würde das Abschreiben wenigstens der Zahlen-Rechnungen und Zahlen-Resultate erschwert. Ja man könnte sogar bei Entwicklungen von Formeln und bei Beweisen in jedem Exemplar andere Buchstaben setzen, was freilich die Correctur erschweren würde. Dass sich der Hektograph auch bei Lehrer-Berathungen vortrefflich verwenden lässt, das hat die mathem.-naturw. Section in Trier (s. S. 67, Anm.) bewiesen.

3) Zur Moselgeographie.

Mit Beziehung auf unsere Miscelle S. 56 und unsere weitere Notiz S. 170 d. Jhrg. theilen wir nun mit, was Bädeker in seinen bekannten Reisebüchern über die Moselkrümmungen sagt.

In „Mittel- und Nord-Deutschland“ 12. Aufl., Leipzig 1876, findet man S. 388 eine Specialkarte der Mosel (im Maassstab 1: 1000000), auf der die Krümmungen dieses Flusses ziemlich deutlich zu sehen sind. Die auffallendste ist bei Alf. Dort bildet der Fluss eine förmliche Schleife nach Osten. Bädeker sagt nun: „Bei der Bergfahrt kann man in Alf das Schiff verlassen, die Marienburg (Schlossruine mit herrlicher Aussicht) ersteigen und zur Weiterfahrt rechtzeitig in Pünderich (am andern Ende des Schleifenknotens) eintreffen,“ da das Boot zur Bergfahrt 1½ Stunde braucht. „Bei der Thalfahrt (¾ St.) ist dies schon schwieriger.“ Es wäre also nicht unmöglich, dass die Schiffer aus irgend einem Grunde die kleine Strecke nicht scheuten, um am andern Abend in demselben Gasthause zu übernachten. Aber es ist doch nicht anzunehmen, dass sie (selbst mit einem Frachtboote) an einem Tage nicht weiter kommen sollten, als von Alf nach Pünderich!? Sonach dürfte wol die (Hft. 1, S. 56) mitgetheilte Erzählung in's Bereich der Fabeln gehören.

Aehnlich aber noch genauer beschreibt Bädeker in seinen Rheinlanden, 20. Aufl. Leipzig 1879, S. 269 diese Stelle:

„Alf liegt am untern Ende der merkwürdigen 12 km langen, schleifenartigen Windung der Mosel, zu welcher der nur 500 m breite, 110 m hohe, vom Prinzenkopf sich herabsenkende Sattel der Marienburg und die sich daran anschliessende Höhe des Barl den Fluss nöthigen. *„Oftmals bewunderst du selbst im Stromlauf die eigene Rückkehr“* singt Ausonius sicherlich auf diese Stelle passend. Der Fussweg von Alf nach der Marienburg und von dort hinab nach Pünderich erfordert ¾ Stunde Gehens, während das Dampfboot zu Berg 1½ Stunde, zu Thal ¾ Stunde zu der Fahrt gebraucht. Bei der Bergfahrt hat man also auf der Marienburg Zeit, die Aussicht zu bewundern und eine Erfrischung zu sich zu nehmen; man braucht erst nach Pünderich hinabzusteigen, wenn das Boot bei Briedel in Sicht kommt.“

Nachschrift. Mit Beziehung auf den oben citirten lateinischen Vers des Ausonius fügen wir noch Folgendes hinzu. In der Ausgabe des Ausonius „Des Dec. Magnus Ausonius Mosella, lateinisch und deutsch von Böcking“ (Berlin 1828) heissen diese Verse:

v. 43. *Ipse tuos quotiens miraris in amne recursus*
Legitimosque putas prope segnius ire meatus?

welche der Herausgeber übersetzt:

Selber, wie oft anstaunst du im eigenen Bette die Rückflut
Und meinst träger beinah den beschiedenen Lauf zu verfolgen?

die sich aber nicht, wie er in einer Anmerkung auseinandersetzt, auf die Krümmungen des Flusses und die dadurch veranlassten Hindernisse des Laufes, sondern auf die sich entgegenfahrenden und (bei der verhältnissmässig geringen Flussbreite) einander störenden Fahrzeuge bezieht. Er meint, dass vielmehr andere Stellen des Gedichts auf die Krümmungen der Mosel sich beziehen und zwar besonders die Verse 283—286:

Talia despectant, longo per caerula tractu
Pendentes saxis, instanti culmine villae;
Quas medias dirimit sinuosis flexibus errans
Amnis; et alternas comunt praetoria ripas.

Zu deutsch:

Solcherlei schaun hoch her in gedehntem Zug an dem Strom hin
Gegen die Felsen geschmiegt, Lusthäuser mit ragendem Giebel,
Welche der Fluss, hindurch in gewundenenen Krümmen sich schlängelnd,
Scheidet; und prangende Villen verherrlichen wechselnd die Ufer.

Uebrigens ist das ganze Gedicht höchst interessant, schildert aber weit mehr die Staffage des Flusses, als seinen von der Natur ihm vorgezeichneten Lauf. Man vergleiche übrigens damit das Wenige, was hierüber Wagner in der neuesten (4.) Auflage von Guthe's Lehrbuch der Geographie, Hannover 1879, S. 783—84 sagt. — Uebrigens mögen sich die Herren Verfasser von Schulgeographien diese unsere Bemerkungen zur Anregung dienen lassen! Der Herausgeber.

4) Zur Beleuchtung des Hamburger Schulwesens.

In dem Hamburger Fremdenblatt No. 69 (2. März 1880), einem Localblatte, in welches das Hamburger Publikum seine Klagen über staatliche oder städtische Misswirthschaft niederlegt, findet sich folgendes „Eingesandt“:

„Die hiesigen Schulverhältnisse werden von Semester zu Semester kläglicher und einer Grossstadt unwürdiger. Man wird es ausserhalb unseres lieben Hamburgs für kaum glaubhaft halten, dass ein im October v. J. bei dem Director der Realschule*) gehörig angemeldeter Knabe jetzt, nach einem halben Jahre, in der genannten Lehranstalt keine Aufnahme finden kann. Der Herr Director erklärte, bedauern zu müssen, dass von den 60 und einigen für Sexta angemeldeten Knaben er nur 2 bis 3 aufnehmen könne, er also gezwungen sei, den Candidaten für Sexta abweisen zu müssen! Die Eltern sind also absolut gezwungen, sollen die Kinder nicht in die Volksschule geschickt werden, Privatlehranstalten zu benutzen, selbst wenn erstere im Princip gegen Privatschulen eingenommen und die-

*) Jedenfalls ist hier die öffentliche oder Staats-Realschule gemeint, die einzige, die es in Hamburg gibt. Ihr Director ist Friedländer.

selben vor allen Dingen ihnen zu theuer sind. Sind das Zustände, wie man sie in der zweiten Stadt Deutschlands wol erwarten darf? Es wird in der That endlich Zeit, dass unsere gesetzgebenden Factoren in den zu erledigenden Schulangelegenheiten ein beschleunigteres Tempo belieben. Möge die neugewählte Bürgerschaft dies als ihre dringendste Aufgabe erkennen; die Schulangelegenheit ist ein Nothstand, dem energisch und bald ein Ende gemacht werden muss. Ein Vater."

Da derartige Klagen in den Hamburger Blättern und im Publikum ein stehender Artikel sind, so mag man daraus auf den Zustand des öffentlichen Unterrichts hier schliessen. Wir werden in einem der nächsten Hefte einen gedrängten, übersichtlichen, auf officiellen Berichten fussenden, Artikel über das Hamburger Schulwesen in dieser Abth. unsers Bl. bringen, und, was das Privatschulwesen betrifft, so gedenken wir, da dieses einer derberen Lection bedarf, später dasselbe einmal besonders zu beleuchten.

Errata.

1) Bemerkung zu der Programmenschau Bayerns S. 153.

Wir erhielten von Herrn Dr. Bauer (Karlsruhe) folgende Zuschrift:

„Bei Besprechung der Ritz'schen Arbeit wird auf S. 153 Ihrer Zeitschr. erwähnt, bereits Malus habe bemerkt, dass die Brennlinie der Geraden sich als Evolute eines Kegelschnitts erweise. Hiergegen sei daran erinnert, dass dieser Sachverhalt weit früher, nämlich bereits im Jahre 1693, von Jacob Bernoulli in den Act. Erud. veröffentlicht wurde; auch die Benennungen Katakaustika und Diakaustika rühren von Bernoulli her. Vgl. meinen Aufsatz in Pogg. Ann. Bd. 153 und den Nachtrag zu demselben in einem der folgenden Bände (Jahrg. 1875).

Die Geschichte der Physik von Poggendorff bietet über den obigen Gegenstand nur wenig, auf S, 130 und 445."

2) In der Aufgabe 83 (S. 106 Heft 2) fehlt in der letzten Zeile das Wort „concentrische".

3) In der „Erwiderung" von Weinmeister S. 116 (Heft 2) beziehen sich die letzten $2\frac{1}{2}$ Zeilen auf die erste Erwiderung (contra Reidt) S. 14. Der Herr Verfasser dieser Erwiderung hätte hinter dem Worte „andererseits" einschalten sollen: „bezüglich der Entgegnung Reidt's" oder ähnlich.

Bekanntmachung.*)

In Folge des in Baden-Baden gefassten Beschlusses soll die 53. Versammlung der deutschen Naturforscher und Aerzte vom 18. bis 24. September 1880 in Danzig tagen. Indem der Unterzeichnete im Namen der Geschäftsführung zur Betheiligung an derselben einladet, bemerkt derselbe noch, dass die bis Ende Juni angemeldeten Vortrags-Themata in den später auszugebenden allgemeinen Einladungsprogrammen besonders aufgeführt werden sollen.

Danzig, April 1880. Oberlehrer Momber,
einführender Vorstand der „Section für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht".

---

*) Vgl. Heft II, S. 168.

Bei der Redaction eingelaufen.

(Ostern 1880.)

Mathematik (reine und angewandte).

Neue Auflagen.

1) Gallenkamp, Die Elemente der Mathematik III. Th. (abgebr. und höhere Analysis, analyt. Geom.) 2. Aufl. Iserlohn, Baedeker. 80.
2) Adam, Methodische Anweisung zum Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzel etc. 2. Aufl. Stuttgart, Lemppenau 80.
3) Stier, Rechenhefte für d. untern Klassen der Realschulen und Gymnasien etc. 2. Aufl. (1. Heft. Die vier Species mit unben. Zahlen.) Chemnitz, Bulz. 80.
4) Nissen, Lehrbuch d. Elementar-Mathematik für den Unterr. in Schullehrer-Seminarien und Realschulen, sowie für den Selbstunt. 2. Aufl. 4. Th. Stereom. und sphär. Trig. bearbeitet von Dohrn). Schleswig, Bergas. 80.
5) Gugler, Lehrbuch d. descriptiven Geometrie (nebst Atlas., 12 Kupfertafeln). 4. Aufl. Stuttgart, Metzler. 80.

Neue Werke.

6) Wretschko, Elemente der analyt. Geometrie der Ebene. Brünn, Winiker. 80.
7) Wittek, Lehr- u. Uebungsbuch f. d. geom. Unt. i. d. 3. Gymnasialkl. (in Oester.). Wien, Pichler's Wittwe u. S. 80.
8) Repetitorium d. analyt. Geometrie (Verf. anonym). Halle, Nebert. 80.
9) Ebel, praktische Anleitung zum Gebrauche der graphischen Methoden bei Querschnittsberechnungen. Freiburg, Herder. 80.
10) Lockyer, Die Beobachtung der Sterne sonst und jetzt (deutsch von Siebert). Braunschweig, Vieweg. 80.
11) Jordan, Handbuch d. Vermessungskunde. 1. Bd. Methode d. kleinsten Quadrate u. niedere Geodäsie. Ebenda 77—78. 2. Bd. Höhere Geodäsie. Ebenda 77—78.

Naturwissenschaften.

Neue Auflagen.

12) Blum, Grundriss d. Physik und Mechanik (6. Aufl. bearb. v. Dietrich). Leipzig-Heidelberg, Winter. 80.
13) Werner, Optische Farbenschule für Familie, Schule, Gewerbe und Kunst (Abdr. aus „Cornelia"). Ebenda. 80.
14) Thomé, Lehrbuch der Zoologie etc. 4. Auflage. Braunschweig, Vieweg. 80.
15) Koppe, Leitfaden für d. Unterricht in d. Naturgeschichte. 6. Aufl. (bes. v. Craemer). Essen, Baedeker. 78.

Neue Werke.

16) Fischer, Chemische Technologie des Wassers. 2. Lieferung (Schluss). Braunschweig, Vieweg. 80.
17) Briefe Alexander's v. Humboldt an seinen Bruder Wilhelm. (Herausgegeben v. d. Familie Humboldt in Ottmachau.) Stuttgart, Cotta. 80.
18) Alexander v. Humboldt, Auswahl aus seinen Werken, Schulausgabe mit Anm. von Vesenmeyer. Ebenda.

Paedagogik und Zeitschriften.

Quintus Fixlein II. Wohlanständige Reflexionen über Schule u. Lehrer, Erziehung und Unterricht. 2. Aufl. 3.—6. Lief. Augsburg, Lampart u. Co. 80.

Kosmos, Zeitschrift f. einheitl. Weltanschauung etc. III. Jahrg. 11. bis 12. Heft.
Seibert, Zeitschrift für Schulgeographie. I. Jahrg. Heft. 1—3. Wien, Hölder. 79 (neu).
Strack's Central-Organ f. d. I. d. R.-W. VIII, Heft 2. u. 3.
Pädagog. Archiv XX, 1—2.
Blätter f. d. bayr. Gymn.- u. R.-Schulwesen XVI, 1—2.
Oest. Zeitschrift f. d. Realschulwesen V, 1 u. 3. (Heft 2 fehlt.)

(17. IV. 80.)

A) Neue Werke.

1) Wittstein, analytische Geometrie (2. Abth. von „Anfangsgründen d. Anal. u. a. G. etc."). Hannover, Hahn. 80.
2) Rüefli, Lehrb. d. ebenen Geometrie. Bern-Leipzig-Stuttgart, Dalp. 80.
3) Fialkowski, Kurzgefasste prakt. Geom. (bes. f. Ackerbauschulen). Wien, Pichler's Wittwe u. S. 80.
— Elemente des Situationszeichnens. Ebenda. 80.
— Zeichnende Geometrie f. Ackerbauschulen. Ebenda. 80.
4) Witteck, Lehr- u. Uebungsbuch f. d. geom. Unt. i. d. 3. (österr.) Gymnasialkl. Ebenda.
5) Rossmanith, Geometr. Formenlehre. Ebenda.
6) Dörfler, Hilfstafeln z. Mineralogie nach Hochstetter-Büsching u. Pokorny. Ebenda.
7) Reis, Elemente d. Physik, Meteorologie u. mathem. Geogr. Leipzig, Quandt-Händel. 79.

B) Neue Auflagen älterer Werke.

8) Huxley, Reden u. Aufsätze (deutsch n. d. 5. Auflage des Originals v. Schultze). Berlin, Hofmann. 79. Zweite (unv.) Ausgabe.
9) Arendts, Naturhist. Schulatlas. (8. umg. Aufl. von Traumüller.) Lpzg., Brockhaus. 80.
10) Wettstein-Randegger, Schulatlas. 2. Aufl. Zürich, Verlag d. Erziehungs-Direction. 80.

Zeitschriften.

Central-Org. f. d. Int. d. R.-W. VIII, 4.
Päd. Archiv. XXII, 3.
Bl. f. d. Bayr. G.- u. R.-Wesen. XVI, 3.
(Oest.) Ztschr. f. R.-W. V, 4.
Revue de l'instruction publ. en Belgique. XXII, 6. u. XXIII, 1.
Ztschr. f. Schulgeogr. v. Seibert. I, 4.
Ztschr. f. Math. u. Phys. XXV, 2.
Kosmos, IV, 1.

Briefkasten.

A) Allgemeiner.

1) Wir bitten die Herren Programm-Referenten, ihre Referate druckfertig zu machen. Was gesperrt (fett) gedruckt werden soll, ist zu unterstreichen, z. B. Titel der Abhandlung (Verfasser und Ort cursiv). Besonders werde nicht vergessen die nöthige Jahreszahl!

2) Ebenso bitten wir die Herren Verfasser von Erwiderungen im Sprech- und Disc.-Saal und dgl., sich recht kurz zu fassen, da der

diesem Abschnitte zugewiesene Druckraum bisher mitunter ungebührlich erweitert werden musste. Auch die Herren Recensenten sind dringend gebeten, sich kürzer zu fassen. Wir sind gegenwärtig mit so vielen und langen Recensionen gesegnet, dass wir nicht wissen, woher den Platz dazu nehmen. Wir werden daher in nächster Zeit ausführliche Berichte nur von neuen und bedeutenden Schulbüchern bringen, die anderen aber nur kurz erwähnen. Zu lange Berichte müssen ungedruckt liegen bleiben!

3) Endlich müssen wir die Herren Einsender von grösseren Aufsätzen daran erinnern, dass unsere Zeitschrift nur sechs Hefte jährlich bringt und die Bogenzahl 30 für den Jahrgang nicht überschritten werden darf. Wir können daher Aufsätze nicht gebrauchen, welche ein ganzes Heft allein füllen würden, zumal da in jedes Heft der Mannichfaltigkeit halber auch noch vieles Andere kommen soll (s. Inhalts-Verz.). Solche Arbeiten müssen, selbst wenn sie im Uebrigen werthvoll sind, vor dem Thore der Zeitschrift liegen bleiben, da sie wegen zu grossen Umfangs nicht hineinzubringen sind. Sie würden passend in Separathefte kommen, wenn nicht die Verlagshandlung diese pure abgelehnt hätte.

B) Specieller.

Herr Dr. V. i. N. „Ueber d. Werth einiger verwies. Beweise geom. Sätze."
Herr Dr. P. i. M. Rec.-Ex. (Elemente der Physik) erh. Winke werden benutzt.
Herr Dr. A. i. C. „Geometrische Ungeheuerlichkeiten" schätzbares Beweismaterial für die Schwächen des mathem. Seminarunterrichts.
Herr O. G. i. Sorau u. K. in Br. Aufgaben-Rep. erh.
Herr Dr. F. i. N. u. F. i. Br. Programme erh. („Ueber Grundbegriffe u. Grundsätze d. Geom." u. Aufgaben a. d. m.-n. Unt.)
Herr Gymnas.-L. H. i. N. (Posen). „Hilfsmittel des mathem. Unt." (Lehrbuch, Hausaufgabe u. Ex.)

Eingelaufene Beiträge:

G. W. i. L. „Offene Beziehungen zweier zusammengehöriger orthogonaler Projectionen einer ebenen Figur." Wir vermissen die verlangte Kritik der Vorarbeiten.
F. i. Gr. (Pommern). „Ueber den Anfangsunterricht in d. Geometrie." Thema zu sehr ausgetreten u. die gewünschte kritische Umschau über die Vorarbeiten fehlt auch hier.
K. i. St. „Der Unterricht in der Naturgeschichte." Das Thema ist zu allgemein und weitschichtig. Man sollte nur anfangen specielle Gebiete zu behandeln, z. B. „Mineralogie etc. in der Schule" etc.

Wir müssen wiederholt dringend bitten, unsere nun so oft gestellten Bedingungen (s. z. B. unser Vorwort zu diesem Jahrg. S. 3. oben) vor Einsendung von Beiträgen zu berücksichtigen.

Zum vieraxigen Coordinatensysteme.

Von Prof. Dr. H. Emsmann in Stettin.*)

(Mit 1 Figur im Text.)

An dem Hexaëder (Würfel) unterscheiden die Krystallographen drei Arten von Axen, d. h. Linien, die durch den Mittelpunkt gehen, und um welche die Flächen symmetrisch vertheilt sind: 1) drei Axen, von denen jede die Mittelpunkte zweier parallelen Flächen; 2) vier Axen, von denen jede zwei entgegengesetzte Ecken, und 3) sechs Axen, von denen jede die Mittelpunkte von zwei entgegengesetzten Kanten verbindet.

Alle Krystallformen werden auf Axen zurückgeführt und zwar nicht blos auf drei rechtwinklig zu einander stehende. Es findet dies seinen Ausspruch in den bekannten sechs Krystallisationssystemen.

Diese in den Krystallformen sich bemerklich machenden Axensysteme müssen in einem Zusammenhange stehen mit der Genesis der Form und deuten hin auf Kräfte, welche in diesen Richtungen ihre Wirkung geäussert haben, so dass also vielleicht ausser den beiden bei der Erklärung der Aggregatzustände angenommenen Kräften — Cohäsionskraft und Expansivkraft (Wärme) — noch andere Kräfte oder Modificationen jener beiden bei der Bildung des starren Aggregatzustandes thätig gewesen sein dürften.

In der analytischen Geometrie geht man von rechtwinkelig zu einander stehenden Coordinaten aus und schliesst überhaupt mit drei Axen ab. In der Krystallographie sehen wir auch andere Systeme.

*) Der Herr Verfasser wünscht, dass recht viele Collegen seine Arbeit bis zur nächsten Philologenversammlung in Stettin durchstudiren möchten, damit sie dort einer Discussion zur Grundlage dienen könne, und er macht ausdrücklich auf die hier (S. 259) citirte Arbeit van 'T Hoff's aufmerksam. D. Red.

Hier drängt sich der Gedanke auf, ob in der stufenweisen Entwickelung der in der Geometrie gebräuchlichen Axensysteme (rechtwinkeligen Coordinatensysteme) ein Fortgang sich ergeben dürfte, der über drei Dimensionen hinausführen könnte, wie ein solcher in der Arithmetik bei jeder höheren Rechnungsstufe in ihrer Ableitung aus der nächst niederen thatsächlich vorliegt.

Das Element in der Arithmetik ist die Einheit. Gleiche Einheiten durch die Operation des Zählens in einen Begriff zusammengefasst führen zur Zahl. Gleichbenannte Zahlen in einen Begriff — (Summe) — zusammenfassen ist Gegenstand der ersten Rechnungsstufe, der Addition. Die Additionsaufgabe gleicher Summanden

$$a^m + a^m + a^m + \ldots . (100 \text{ mal}) = 100 \,.\, a^m$$

gibt die höhere, zweite, Rechnungsstufe der Multiplication. Ebenso führt die Multiplicationsaufgabe mit lauter gleichen Multiplicatoren

$$a \,.\, a \,.\, a \ldots . (100 \text{ mal}) \,.\, b^m = a^{100} \,.\, b^m$$

zur höheren, dritten, Rechnungsstufe der Potenzirung. In gleicher Weise hat Paugger — wie nicht genug beachtet zu sein scheint — in Grunert's Archiv Bd. 35, Jahrg. 1860, S. 21 die vierte Rechnungsstufe gebildet und zum Theil bearbeitet aus der Potenzirungsaufgabe

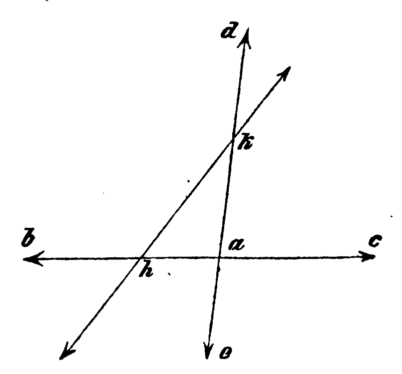
$$\left(\left[(a^a)^a\right]^a\right)^{a \ldots . (n \text{ mal})} = b, \quad \text{oder } a^4 n = b,$$

ausgesprochen: a zur vierten Stufe direct mit n (verbunden) gibt b.

Die Frage wäre nun: Sind die Gebilde höherer Dimensionen (grösserer Axenzahl) — und zwar zunächst die einfachsten und regelmässigen — aus denen von niederen Dimensionen (geringerer Axenzahl) ebenso ableitbar, dass jede höhere Stufe aus ihrer nächst niederen ebenso hervorgeht, wie diese aus der ihr nächst niederen hervorgegangen ist, und kann man vielleicht zu einem Systeme mit vier Axen emporsteigen?

Denkt man sich eine beiderseits unendliche gerade Linie — hervorgegangen als Weg aus dem Elemente der Geometrie (dem Punkte) durch Bewegung in stets gleicher Richtung —, so ist jedes endliche Stück derselben, jede Strecke, ein einfaches regelmässiges eindimensionales Gebilde.

Der gerade, mit Pfeilspitzen versehene Strich *bac* stelle eine unendliche gerade Linie vor, also ein unendliches eindimensionales (einaxiges) Gebilde. Es werde dies Gebilde durch Schwenkung, z. B. um *a*, in die Lage *dae* gebracht. Jetzt haben wir zwei unendliche eindimensionale Gebilde, welche nur den einen dimensionslosen Punkt *a* gemein haben. Denken wir dies Verfahren an einer zweiten Stelle *h* ebenfalls ausgeführt, so dass *bac* um *h* geschwenkt wird und dabei stets auf *dae* bleibt, so erhält man bei fortgesetzter Schwenkung, sobald man sich die jedesmalige Lage — also den zurückgelegten Weg — merkt, oder wenn man durch jeden anderen Punkt von *bac* zu der durch *h* gehenden unendlichen Linie *hk* eine, auch auf *dae* liegende Parallele zieht und sämmtliche Lagen zusammenfasst, eine unendliche Ebene, ein unendliches zweidimensionales (zweiaxiges) Gebilde.



Das von den Strecken *ah*, *hk* und *ka* allseitig begrenzte Stück dieses unendlichen Gebildes ist ein einfachst begrenztes zweidimensionales Gebilde, das allgemeine ebene Dreieck, und bei gleicher Neigung der beiden geschwenkten Strecken zu der Grundstrecke und unter einander würden wir im gleichseitigen Dreiecke das einfachste regelmässige ebene zweidimensionale (zweiaxige) Gebilde erhalten.

Gehen wir jetzt nach derselben Weise, nach welcher das einfachste regelmässige zweidimensionale Gebilde aus dem eindimensionalen abgeleitet worden ist, weiter, um das einfachste regelmässige dreidimensionale (dreiaxige) Gebilde abzuleiten.

Im vorigen Falle war eine Schwenkung eines unendlichen eindimensionalen (einaxigen) Gebildes um einen Punkt (Gebilde ohne Dimension) ausgeführt. Jetzt lassen wir ein unendliches zweidimensionales (zweiaxiges) Gebilde, also eine Ebene, eine Schwenkung um ein unendliches eindimensionales, d. h. um eine gerade Linie, machen.

Veranschaulicht wird dies z. B. durch Brechen eines Papierblattes und Stellung der beiden Flächen zu einander unter irgend einem Neigungswinkel. Beide Flächen denke man sich über die Bruchkante verlängert, so dass zwei sich schneidende unendliche zweidimensionale Gebilde durch einander gehen. Schwenkt man das eine volle Blatt um die Schwenkungslinie (Bruchkante) aus seiner ursprünglichen Lage in der ersten Ebene bis zu der entgegengesetzten und merkt sich alle Lagen bei dieser Schwenkung, also den Weg, oder denkt man sich als Schwenkungslinie jede andere der zuerst angenommenen parallelen Linie, so dass alle Blatthälften sich unter demselben Neigungswinkel dicht aneinander anschliessen, so erhält man ein unendliches dreidimensionales (dreiaxiges) Gebilde.

Um in diesem unendlichen Gebilde das einfachste allseitig begrenzte Gebilde zu erhalten, muss man drei sich schneidende Lagen der Schwenkungslinie nehmen, ebenso wie im vorigen Falle ausser der gegebenen Linie noch zwei nöthig waren, wenn das einfachste Gebilde von zwei Dimensionen entstehen sollte. Auf diese Weise erhält man als einfachstes dreidimensionales (dreiaxiges) Gebilde die dreiseitige Pyramide.

Verfährt man auf dieselbe Weise mit dem einfachsten regelmässigen Gebilde von zwei Dimensionen, indem man ein regelmässiges Dreieck an den Spitzen um die drei Verbindungslinien der Halbirungspunkte der Seiten bis zum Zusammenstossen unter gleichen Neigungswinkeln zum Grunddreiecke und unter einander umschwenkt, so erhält man das einfachste regelmässige Gebilde von drei Dimensionen, das regelmässige Tetraëder.

Vorher waren zwei, jetzt drei Umschwenkungen nöthig; vorher geschah die Umschwenkung um Punkte, jetzt um gerade Linien; vorher erhielt man bei gleichgrossen Schwenkungen zur Grundstrecke und unter einander das regelmässige Dreieck, jetzt bei gleichgrossen Schwenkungen zum Grunddreiecke und unter einander das reguläre Tetraëder; vorher bildeten die Grenzen gleichgrosse Strecken und Punkte, jetzt gleichgrosse regelmässige Dreiecke, gleichlange Strecken (Kanten) und Punkte (Ecken).

Versuchen wir jetzt noch einen Schritt weiter, um das einfachste regelmässige Gebilde von vier Dimensionen (vier Axen) auf demselben Wege zu erhalten.

Ein vierdimensionales Gebilde wird im Allgemeinen von drei-, zwei- und eindimensionalen Gebilden und von Punkten begrenzt sein müssen und es werden vier Umschwenkungen erforderlich sein. Das einfachste regelmässige vierdimensionale Gebilde im Besonderen wird hervorgehen aus dem regulären Tetraëder, sowie dies seinen Ausgang von dem regulären Dreiecke nahm. Die Umschwenkungen werden um gleiche ebene Flächen und unter gleicher Lage zu diesen und unter einander vorgenommen werden müssen.

Alle diese Bedingungen werden erfüllt, wenn man von jeder Ecke des regulären Tetraëders aus auf jeder Kante $\frac{1}{3}$ abtheilt und die durch geradlinige Verbindung der an derselben Ecke liegenden Theilpunkte erhaltenen Eckstücke, welche die Form regulärer Tetraëder besitzen, einwärts biegt, d. h. die Ecken um die Dreiecke, welche die Verbindungslinien der Theilpunkte an derselben Ecke bilden, umschwenkt, also einwärts in den Raum des Tetraëders in Form von Vertiefungen legt.

Das auf diese Weise entstehende Gebilde hat zu Grenzen: vier reguläre Tetraëder (dreidimensional); vier regelmässige Sechsecke (zweidimensional), ausserdem gleichgrosse Kanten und selbstverständlich Punkte (Ecken), so dass es sämmtliche niedere Ordnungen einschliesst, wie dies auch bei den höheren arithmetischen Stufen der Fall ist.

Ob ich berechtigt bin, die Analogie, welche im vorliegenden Falle zwischen den geometrischen Coordinaten- und den arithmetischen Rechnungsstufen durchgeführt worden ist, a priori als zulässig anzunehmen, darüber könnte wol eine abweichende Ansicht sich geltend zu machen suchen. Ich bin überzeugt, dass über den sinnlich angeschauten Raum nur auf dem Wege der Analogie ein Weiterschreiten möglich ist, und das habe ich versucht, ohne dass eigentlich eine Nothwendigkeit auf den organischen Zusammenhang der arithmetischen Rechnungsstufen, der mir allerdings den ersten Anstoss zu dem vorliegenden Versuche gegeben hat, vorlag.

Ein Weiterschreiten über drei — fundamental über drei rechtwinkelig zu einander stehende — Coordinatenaxen scheint noch nicht versucht zu sein, wol weil man von der — an sich richtigen — Ansicht ausging, dass vier rechtwinkelig zu ein-

ander stehende Coordinatenaxen unmöglich seien; dass überdies für den nach allen Seiten hin unendlichen Raum durch das aus drei Coordinatenaxen bestehende System Genüge geschehen sei; dass ein vierdimensionales Axensystem nichts Neues bieten könne, daher überflüssig sei, jedenfalls aber in seiner Realität unnachweisbar sein dürfte.

Auf diese möglicher Weise auftretenden Einwürfe bemerke ich, dass scheinbar nicht ausführbare Operationen, die sich an bereits bekannte anschliessen sollen, wol gelingen können, wenn den Bedingungen, welche den bereits bekannten zu Grunde liegen, eine andere, jedoch nicht widersprechende Auslegung ertheilt wird. So erblicke ich in der Bedingung der Rechtwinkeligkeit bei dem normalen zwei- und dreiaxigen Coordinatensysteme nicht das Entscheidende, sondern in der Gleichwinkeligkeit. In dem zweiaxigen und ebenso in dem dreiaxigen rechtwinkeligen Coordinatensysteme ist die Gleichwinkeligkeit zu betonen. Wird diese — also modificirte — Bedingung festgehalten, so ist auch das vieraxige Coordinatensystem gerechtfertigt, denn bei diesem gehen die vier Axen als Strahlen von einem Punkte in der Weise aus, dass je zwei mit einander denselben Winkel bilden, nämlich einen Winkel, dessen Cosinus $= -\frac{1}{3}$, der also $109^0\ 28'\ 16''.5$ ist.

Wie steht es nun mit dem unendlichen Raume des vieraxigen Systems, da das dreiaxige System bereits ausreicht?

Kant erklärt bereits, dass die Möglichkeit von mehr als dreidimensionalen Räumen sich logisch nicht bestreiten lasse und schliesst daraus sogar auf ihre sehr wahrscheinliche Existenz, denn er sagt:

> „wenn es möglich ist, dass es Ausdehnungen von andern Abmessungen (Dimensionen) gebe, so ist es auch sehr wahrscheinlich, dass sie Gott irgendwo angebracht hat“.

Die Einsicht von der Möglichkeit der mehrdimensionalen Räume hat seit Kant immer mehr Boden gewonnen und durch Riemann's bahnbrechende Arbeiten ist in neuerer Zeit die Beschäftigung mit dergleichen Raumverhältnissen bei den Mathematikern in immer grössere Aufnahme gekommen.

Wie kann aber ein unendlicher Raum neben einem schon vorhandenen unendlichen gedacht werden, da die Unendlichkeit

dies Nebeneinander ausschliesst? — Ist denn das Nebeneinander durchaus nothwendig? Können nicht zwei — sogar deren mehrere — in einander gedacht werden und in Wirklichkeit vorkommen? Kräftesysteme, die einen nach allen Richtungen hin unendlichen Wirkungskreis besitzen, können in demselben unendlichen Raume ihren Ausgangspunkt haben.

Sollte endlich es wahr sein, dass ein vierdimensionales Axensystem nichts Neues bieten könne und daher überflüssig sei? — Hier genügt eigentlich schon der Hinweis auf die Geltung des vierdimensionalen Axensystems in der Krystallographie. Es sei indessen noch hingewiesen auf eine Schrift neuester Zeit: „Die Lagerung der Atome im Raume von Dr. J. H. van 'T Hoff. Deutsch bearbeitet (Original 1875) von Dr. F. Herrmann. Braunschweig 1877.“ Professor Wislicenus, welcher die Arbeit Herrmann's mit einem Vorworte begleitet hat, sagt ausdrücklich: „Einen wirklichen und wichtigen Schritt vorwärts hat die Theorie der Kohlenstoffverbindungen damit gethan und dieser Schritt ist ein organischer und innerlich nothwendiger.“ — Und der ganzen Arbeit van 'T Hoff's liegt das vierdimensionale Axensystem zu Grunde!

Spricht dies bereits für die Realität des vierdimensionalen Axensystems, so dürfte mein Versuch wol auch nicht ohne Weiteres zu verwerfen sein.

Aus Pappe hatte ich zunächst das vierdimensionale Tetraëder construirt; es lässt sich jedoch — ebenso wie die bekannten Krystallmodelle — noch in anderer Ausführung veranschaulichen. Namentlich die Ausführung in dünner Pappe aus einem einzigen nicht zu kleinen Stücke von der Form eines regelmässigen Dreiecks zeigt die vorzunehmenden Schwenkungen am deutlichsten und bequemsten.

Nach Herstellung des vierdimensionalen regulären Tetraëders habe ich das vierdimensionale reguläre Octaëder ebenfalls construirt. Da das Tetraëder die hemiëdrische Form des Octaëders ist, so ergibt sich, dass bei letzterem nach dem vierdimensionalen Systeme die umgestülpten dreidimensionalen Tetraëder auf den Mitten von vier nicht aneinander stossenden Octaëderflächen liegen.

Das Octaëder führte zur Construction des Hexaëder (Würfel).

Bei diesem treffen im vierdimensionalen Systeme die Umstülpungen auf vier nicht an denselben Kanten liegende Ecken.

So lässt sich die Construction an allen Formen des regulären Krystallisationssystems durchführen.

Die Wirkungen von Kräften, welche in den Richtungen des vierdimensionalen Axensystems thätig sind, machen sich bei der Krystallbildung in den sogenannten combinirten Krystallformen besonders auffallend bemerkbar. Dahin gehören namentlich Abstumpfungen der Kanten und Ecken. Beim Borazit zeigen sich oft die vier Axen in polarischen Würfelformen; auch Chlorammonium, Jodkalium, Fahlerz und Helvin (tetraëdrischer Granat) liefern Belege.

In vielen Fällen hat man sich in der vollständigen Krystallform zwei vierdimensionale Axensysteme von demselben Punkte ausgehend zu denken, welche um 90° gegen einander gedreht erscheinen, entsprechend zwei regelmässigen Tetraëdern, die denselben Mittelpunkt besitzen, aber entgegengesetzt liegen und um 90° gegen einander gedreht sind.

Ebenso spielt das vierdimensionale Axensystem eine grosse Rolle in dem hexagonalen Systeme, und habe ich die entsprechenden regulären Formen ausgeführt.

Wie bei dem regulären Systeme der Ausgang von dem Tetraëder, der hemiëdrischen Form des Octaëders, zu nehmen war, so führte hier das regelmässige Rhomboëder, die hemiëdrische Form des Hexagondodecaëders (regelmässige sechsseitige Doppelpyramide) zum Ziele.

Bei dem regelmässigen Rhomboëder liegen die vier Umstülpungen des Tetraëders an der einen Ecke der Hauptaxe und an den drei von dieser Ecke entfernteren Ecken der Seitenkanten. Man hat sich also im regelmässigen Rhomboëder zwei vierdimensionale Axensysteme ebenso, wie vorher angegeben wurde, gegen einander gestellt zu denken, wenn die Umstülpungen an allen Ecken auftreten sollen.

Hieraus folgt, dass bei dem Hexagondodecaëder die eine der vierdimensionalen Umstülpungen sich an der einen Pyramidenspitze und zwar als sechsseitige Pyramide befindet, während die drei anderen in der Mitte von drei nicht aneinander stossenden Flächen der entgegengesetzten Pyramide, und zwar in Form von dreiseitigen Pyramiden, ihre Lage haben.

Dass bei dem Hexagondodecaëder bisweilen zwei vierdimensionale Axensysteme sich geltend machen, war zu erwarten; besonders interessant ist aber, wie die Gestalt des Skalenoëders (Hemididodecaëder) in dem vierdimensionalen Axensysteme seine einfache Erklärung findet.

Das hexagonale Krystallisationssystem tritt durch das vierdimensionale Axensystem mit dem regulären Krystallisationssysteme in eine so nahe Verwandtschaft, dass beide Systeme eigentlich als nur eins bildend anzusehen sein dürften. In diesen beiden Systemen kommen die in den Dimensionen des vierdimensionalen Axensystems wirksamen, krystallbildenden Kräfte in ihrer grössten Vollkommenheit zur Anschauung, während die vier anderen Systeme nur als Unregelmässigkeiten gelten dürfen. Somit würden wir zu dem Ergebnisse gelangen, dass van 'T Hoff in der That die Grundform der Lagerung der Atome im Moleküle aufgedeckt habe, und dass also in den vier Richtungen des vierdimensionalen Axensystems die Wirkung der bei der Gestaltbildung thätigen chemischen Kräfte sich äussert.

Kleinere Mittheilungen.

Zur Schuldentilgungs- und Rentenrechnung.

Von Dr. O. Schlömilch.

Bezeichnet K ein beliebiges Kapital, q den jährlichen Zins der Kapitaleinheit, H die jährliche Abzahlung, so bestimmt sich der nach n Jahren verbleibende Rest durch die bekannte Formel

$$1)\qquad R = K(1+q)^n - H\frac{(1+q)^n - 1}{q},$$

welche in dem Falle, wo bei gegebenen K, H, R, n die Grösse q gesucht wird, zur Auflösung einer Gleichung n^{ten} Grades nöthigt. Da sich hierüber beim gewöhnlichen Unterrichte nicht viel sagen lässt, so ist vielleicht die nachstehende völlig elementare Behandlung der Aufgabe brauchbar.

Zunächst erhellt ohne Rechnung (nöthigenfalls auch aus No. 1), dass in dem Falle, wo die Abzahlung H den einfachen Kapitalzins Kq übersteigt, eine Verringerung des Kapitalbestandes eintritt, dass also für $H > Kq$ schliesslich $R < K$ ist, und dass ebenso der entgegengesetzten Annahme $H < Kq$ die Folgerung $R > K$ entspricht. Diese Sätze können mittelst apagogischer Schlussweise umgekehrt werden und lauten dann

$$2)\qquad \text{für } R < K \text{ ist } H > Kq \text{ oder } q < \frac{H}{K},$$

$$3)\qquad \text{„} \; R > K \; \text{„} \; H < Kq \; \text{„} \; q > \frac{H}{K}.$$

Zieht man einen directen Beweis dieser Ungleichungen vor, so gebe man der Gleichung 1) die Form

$$q = \frac{H}{K}\cdot\frac{(1+q)^n - 1}{(1+q)^n - \frac{R}{K}}$$

und beachte, dass der Factor $\frac{H}{K}$ im Falle $R < K$ mit einem echten Bruche, im Falle $R > K$ mit einem unechten Bruche multiplicirt wird.

Die Gleichung 1) lässt sich nun folgendermassen darstellen

$$H - Rq = (H - Kq)(1 + q)^n,$$

wobei die vorigen Fälle $R < K$ und $R > K$ wieder zu unterscheiden sind. Im ersten Falle ist (nach Nr. 2) $H - Kq$ positiv, und zufolge der bekannten Ungleichung*)

$$(1 + q)^n > 1 + nq$$

ergibt sich

$$H - Rq > (H - Kq)(1 + nq),$$

d. i. durch Auflösung nach q

4) $$\text{für } R < K, \qquad q > \frac{nH - K + R}{nK}.$$

Im zweiten Falle hat man statt der vorigen Gleichung zu schreiben

$$Rq - H = (Kq - H)(1 + q)^n,$$

wo $Kq - H$ positiv ist; es ergibt sich dann, dem Früheren analog,

$$Rq - H > (Kq - H)(1 + nq)$$

und hieraus

5) $$\text{für } R > K, \qquad q < \frac{nH - K + R}{nK}.$$

Hält man einerseits die Relationen 2) und 4), andererseits 3) und 5) zusammen, so ersieht man, dass q jederzeit zwischen

$$\frac{H}{K} \quad \text{und} \quad \frac{nH - K + R}{nK}$$

enthalten ist. Das arithmetische Mittel beider Grössen, nämlich

6) $$q_1 = \frac{1}{K}\left(H - \frac{K - R}{2n}\right),$$

bildet demnach einen Näherungswerth von q.

Um weitere Näherungswerthe zu finden, ertheilt man der Gleichung 1) die Form

7) $$q = \frac{H[(1 + q)^n - 1]}{K(1 + q)^n - R}$$

---

*) Lässt man unter der Voraussetzung $r > 1$ in der Gleichung

$$\frac{r^n - 1}{r - 1} = 1 + r + r^2 + \cdots + r^{n-1}$$

rechter Hand an die Stelle jeder Potenz von r die kleinere Einheit treten, so erhält man

$$\frac{r^n - 1}{r - 1} > n \quad \text{oder} \quad r^n > 1 + n(r - 1);$$

für $r = 1 + q$ geht diese Relation in die oben benutzte Ungleichung über.

und substituirt rechter Hand den bereits gefundenen Werth; dies gibt der Reihe nach

$$q_2 = \frac{H[(1+q_1)^n - 1]}{K(1+q_1)^n - R},$$

$$q_3 = \frac{H[(1+q_2)^n - 1]}{K(1+q_2)^n - R}$$

u. s. f., bis zwei aufeinander folgende Werthe übereinstimmen.

Beispielsweise sei

$$K = 1000, \quad H = 37, \quad n = 50, \quad R = 738;$$

man erhält dann

$$q_1 = 0{,}03438, \quad q_2 = 0{,}03493, \quad q_3 = 0{,}03499,$$

also $q = 0{,}035$, was einer Verzinsung zu $3\frac{1}{2}\,\%$ entspricht.

Zur Lösung trinomischer Gleichungen.

Von Gymnasiallehrer v. Schaewen in Saarbrücken.

In das Referat (XI, 68 ff.) über Günther's trefflichen Vortrag, gehalten in der mathematischen Section der Trierer Versammlung, haben sich leider einige Druckfehler und Irrthümer eingeschlichen. So muss die Gleichung Seite 70 unten

$$q^{n+1} - \frac{a+r}{a} q^n = -\frac{r}{a}$$

heissen, der Werth von q auf der folgenden Seite oben ist demgemäss zu corrigiren. Dieses Kettenradical liefert aber nicht den gesuchten Zinsfuss, sondern ist identisch $= 1$, also gerade die auszuschliessende Wurzel obiger Gleichung.

Ferner ist die auf Seite 71 unten aufgestellte Identität nur in ganz speciellen Fällen richtig. Von dem selbstverständlichen Falle $n = 1$ abgesehen, besteht sie z. B. für jedes n, wenn a und b positiv sind und die Bedingung $b = a + 1$ erfüllen. Allgemein gilt sie aber nicht. Für $n = 2$, $a = 19$, $b = 84$ z. B. wird die rechte Seite $= 2$, während die linke den Werth 3 hat.

Ich will auf diesen Gegenstand an dieser Stelle nur so weit eingehen, als die Schulpraxis in Frage kommt.

Man erhält stets die sämmtlichen reellen Wurzeln einer trinomischen Gleichung, wenn man $x = -y$, ferner $x = \frac{1}{z}$, resp. $= -\frac{1}{z}$ setzt und die so transformirten Gleichungen nach der von Günther gegebenen Methode löst.

Beispiel. Die Gleichung

$$2x^7 + 43x^2 = 5$$

hat drei reelle Wurzeln:

$$0 < x_1 < +1, \quad -1 < x_2 < 0, \quad -2 < x_3 < -1.$$

$$x = \sqrt[2]{\cfrac{2,5}{21,5 + \sqrt[\frac{2}{5}]{\cfrac{2,5}{21,5 + \dots}}}}$$

liefert die positive Wurzel. Schon der zweite Näherungswerth gibt genau auf 7 Stellen

$$x_1 = 0,3409607.$$

Setzt man $x = -y$, so erhält man

$$2y^7 - 43y^2 = -5.$$

$$+1 < y_1 < +2, \quad 0 < y_2 < +1, \quad -1 < y_3 < 0.$$

$$y = \sqrt[2]{\cfrac{2,5}{21,5 - \sqrt[\frac{2}{5}]{\cfrac{2,5}{21,5 - \dots}}}}$$

gibt die kleinere positive Wurzel. Der zweite Näherungswerth ist

$$y = +0,3410337, \quad \text{also } x_2 = -0,3410337.$$

Endlich liefert die Substitution $x = -\frac{1}{z}$ die Gleichung

$$5z^7 - 43z^5 = -2$$

mit den Wurzeln

$$-3 < z_1 < -2, \quad 0 < z_2 < +1, \quad +2 < z_3 < +3.$$

$$z = \sqrt[5]{\cfrac{0,4}{8,6 - \sqrt[\frac{5}{2}]{\cfrac{0,4}{8,6 - \dots}}}}$$

liefert wieder die kleinere positive Wurzel. Der dritte Näherungswerth ist

$$z = 0,5452141, \quad \text{also } x_3 = -1,83414.$$

Leider ist man nicht immer in der glücklichen Lage, mit so wenigen Näherungswerthen ein befriedigendes Resultat zu erzielen.

In allen von mir untersuchten Fällen habe ich gefunden, dass, wenn die Gleichung

$$x^{m+n} + ax^m = b$$

zwei positive reelle Wurzeln hat und die Coefficienten a und b gleiche Vorzeichen haben, das Kettenradical

$$x = \sqrt[m]{\frac{b}{a + \sqrt[n]{\frac{b}{a + \dots}}}}$$

die kleinere positive Wurzel gibt.

Diese empirisch ermittelte Thatsache habe ich auch in dem Problem der Rentenrechnung bestätigt gefunden. Den gesuchten Zinsfuss x findet man aus der Gleichung

$$r \cdot \frac{x^n - 1}{x - 1} = a x^n$$

oder

$$x^{n+1} - \left(1 + \frac{r}{a}\right) x^n + \frac{r}{a} = 0, \tag{1}$$

wo a das Kapital, r die Rente, n die Zeit ist. Die Wurzel $x = 1$ ist bekanntlich auszuschliessen. Diese Gleichung hat stets zwei positive reelle Wurzeln: $x_1 = 1$ und $1 < x_2 < 2$, wie sich leicht zeigen lässt. Die Natur des Problems erfordert nämlich die Bedingung

$$r < a < nr.$$

Für alle Werthe von x zwischen 0 und $+1$ ist die linke Seite obiger Gleichung positiv. Für $x = 1$ wird sie $= 0$. Für $x = 1 + \varepsilon$, wo ε so klein ist, dass ε^2 vernachlässigt werden kann, wird sie $= -\frac{(nr - a)\varepsilon}{a}$, also negativ. Für $x = 2$ endlich wird sie $= \frac{2^n(a - r) + r}{a}$, also wieder positiv. Ein weiterer Zeichenwechsel tritt für grössere Werthe von x nicht ein. Ebenso zeigt man, dass die Gleichung, wenn n gerade ist, noch eine dritte Wurzel zwischen 0 und -1 hat. Diese Wurzel ist hier natürlich ebenfalls auszuschliessen.

Das Kettenradical

$$x = \sqrt[n]{\frac{\frac{r}{a}}{1 + \frac{r}{a} - \sqrt[n]{\frac{\frac{r}{a}}{1 + \frac{r}{a} - \dots}}}} \tag{A}$$

gibt die kleinere positive Wurzel 1, also gerade die auszuschliessende Wurzel.

Setzt man $x = \frac{1}{z}$, so erhält man

$$z^{n+1} - \left(1 + \frac{a}{r}\right) z + \frac{a}{r} = 0. \tag{2}$$

Diese Gleichung hat stets die Wurzel $z = 1$, ferner eine Wurzel

zwischen 0 und $+1$, für ein gerades n noch eine zwischen -1 und -2.

$$z = \frac{\frac{a}{r}}{1+\frac{a}{r}-\sqrt[\frac{1}{n}]{\frac{\frac{a}{r}}{1+\frac{a}{r}-\cdots}}} \qquad (B)$$

liefert die für das Problem allein brauchbare Wurzel.

Dieser Werth des reciproken Zinsfusses ist um so interessanter, als dies, wie es den Anschein hat, die einzige Art ist, diese Grösse in algebraischen Symbolen darzustellen. Leider ist aber das gewonnene Resultat nach meinen Erfahrungen zur numerischen Rechnung recht unpraktisch. Die Convergenz ist im Allgemeinen eine gar zu langsame.

Schliesslich sei es mir verstattet, über die Kettenradicale (A) und (B) eine Bemerkung zu machen, welche zur Rentenrechnung in keinen Beziehungen steht. Vorstehend ist angegeben, dass, wenn $a < nr$ ist, $A = 1$ und B ein positiver echter Bruch ist. Wenn nun $a = nr$, so haben die Gleichungen (1) und (2) jede die Doppellösung $+1$, und sowol A als B werden $= 1$. Wenn endlich $a > nr$ wird, so tauschen A und B die Rollen: A wird ein positiver echter Bruch und der Werth von B wird $= 1$.

Nachträgliche Bemerkung zu diesem Aufsatze.

Der ersterwähnte Druckfehler ist vom Unterzeichneten selbst im zweiten Hefte corrigirt worden. Bezüglich der beiden anderen Rectificationen ist derselbe dem Herrn Verfasser zu Dank verbunden; insbesondere darf auf den interessanten Umstand, dass jene Identität nur für gewisse Fälle gelte — was uns entgangen war — aufmerksam gemacht werden. Die Bemerkung des Verfassers, dass die Radicale zur numerischen Berechnung wenig geeignet seien, scheint zu generell gefasst zu sein. Vorläufig, so lange das Wesen dieser neuen Formen noch wenig studirt ist, können wir nur constatiren, dass wir bei einzelnen Beispielen die Beobachtung Herrn v. Schaewen's bestätigt fanden, bei anderen wieder eine ziemlich rasche Convergenz zu constatiren hatten.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaction der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.*)

81. (Gestellt von Schlömilch X_3, 198, hier verkürzt.) Gegeben ein Kegelschnitt, S die Projection eines Punktes P auf seine Polare. Wenn P sich auf einer bestimmten Linie bewegt, so soll der Ort von S gesucht werden für folgende zwei Fälle:

a) Der Kegelschnitt ist eine Parabel und P bewegt sich parallel der Directrix in der Entfernung a.

b) Der Kegelschnitt sei eine Ellipse mit den Halbaxen a und b und den Brennpunkten F und G, und P beschreibe einen Durchmesser HJ.

Auflösung. a) Die Gleichung der Parabel sei $y^2 = 4px$, die Coordinaten von P seien ξ, η. Dann ist die Gleichung der Polare $\eta y - 2px - 2p\xi = 0$, die von PS ist $\eta(x - \xi) + 2p(y - \eta) = 0$, ferner ist $\xi = a - p$. Durch Elimination von ξ und η findet man $(x - p)^2 + y^2 = a^2$ als Gleichung des gesuchten Ortes. Derselbe ist ein Kreis mit dem Radius a; sein Mittelpunkt ist der Brennpunkt.

b) Die Gleichungen der Polare von $P(\xi, \eta)$ und von PS sind $\frac{x\xi}{a^2} + \frac{y\eta}{b^2} = 1$, $\frac{\eta}{b^2}(x - \xi) - \frac{\xi}{a^2}(y - \eta) = 0$, ferner $\eta = m\xi$, da P auf einem Durchmesser liegen soll. Durch Elimination von ξ und η findet man als Gleichung des Ortes $a^2b^2m(x^2 - y^2) + (a^4m^2 - b^4)xy = ma^2b^2(a^2 - b^2)$, eine gleichseitige Hyperbel, concentrisch mit der gegebenen Ellipse. Sie geht durch F, G, H, J. Die Gleichung des Asymptotenpaares ist $a^2b^2m(x^2 - y^2) + (a^4m^2 - b^4)yx = 0$. Hieraus findet man, wenn h den Halbparameter, e die Excentricität, $\gamma = \sphericalangle(a_1 HJ)$, δ den Winkel zwischen a und der oberen Asymptote, a_1 die Halbaxe der Hyperbel bezeichnet, $\operatorname{tg}\delta = \frac{y}{x} = \frac{a^2}{b^2}m = \frac{a^2}{b^2}\operatorname{tg}\gamma = \frac{a}{h}\operatorname{tg}\gamma$ und $a_1 = e\sqrt{\sin 2\delta}$. Für $\operatorname{tg}\gamma = \frac{h}{a}$ ist $\operatorname{tg}\delta = 1$, $\delta = 45^0$, also $a_1 = e$.

c) Derselbe Satz gilt für die Hyperbel, nur ist $\cot\delta = \frac{a}{h}\operatorname{tg}\gamma$.

E. Capelle (Oberhausen).

83. (Gestellt von Schlömilch X_5 350, hier verkürzt.) An eine Ellipse mit den Halbaxen a und b sind die Tangenten PQ und PR gezogen; der Schwerpunkt von $\triangle PQR$ sei S. Gesucht der

---

*) Die Herren Einsender von Auflösungen werden dringend ersucht, sich so kurz als möglich zu fassen. D. Red.

Ort von S, wenn P eine ähnliche und ähnlich liegende Ellipse mit den Halbaxen a_1 und b_1 durchläuft.

1. und 2. Auflösung XI_2 106.

3. Auflösung. Die gegebene Ellipse sei $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ und die von $P(\xi, \eta)$ gezogene Tangente $\frac{\xi x}{a^2} + \frac{\eta y}{b^2} = 1$. Durch Elimination von y erhält man zur Bestimmung der Ordinaten x_1 und x_2 der Berührungspunkte

$$x^2 - \frac{2a^2b^2\xi}{a^2\eta^2 + b^2\xi^2}x = \frac{a^4(\eta^2 - b^2)}{a^2\eta^2 + b^2\xi^2},$$

so dass also

$$x_1 + x_2 = \frac{2a^2b^2\xi}{a^2\eta^2 + b^2\xi^2}.$$

Die Coordinaten des in Rede stehenden Schwerpunktes sind hiernach:

$$X = \frac{\xi + x_1 + x_2}{3} = \frac{\xi}{3}\left(1 + \frac{2a^2b^2}{a^2\eta^2 + b^2\xi^2}\right)$$

und

$$Y = \frac{\eta + y_1 + y_2}{3} = \frac{\eta}{3}\left(1 + \frac{2a^2b^2}{a^2\eta^2 + b^2\xi^2}\right).$$

Nun soll $\frac{\xi^2}{a_1^2} + \frac{\eta^2}{b_1^2} = 1$ (1) und $\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b}$ sein; aus beiden folgt $a^2\eta^2 + b^2\xi^2 = a_1^2 b^2$.

Mithin $X = \frac{\xi}{3}\left(1 + \frac{2a^2}{a_1^2}\right)$ und $Y = \frac{\eta}{3}\left(1 + \frac{2b^2}{b_1^2}\right)$, also $\xi = \frac{3X}{1 + \frac{2a^2}{a_1^2}}$ und $\eta = \frac{3Y}{1 + \frac{2b^2}{b_1^2}}$.

Diese Werthe in (1) substituirt gibt

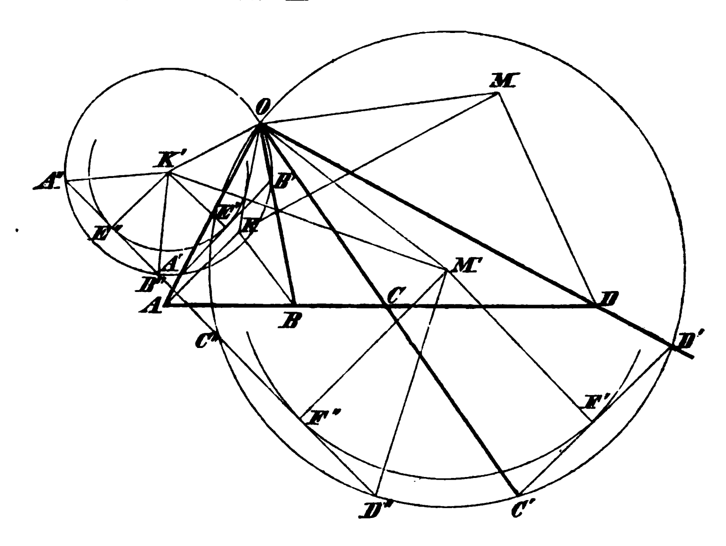
$$\frac{X^2}{\left[\frac{1}{3}\left(a_1 + \frac{2a^2}{a_1}\right)\right]^2} + \frac{Y^2}{\left[\frac{1}{3}\left(b_1 + \frac{2b^2}{b_1}\right)\right]^2} = 1.$$

Dr. Bermann (Liegnitz).

89. (Gestellt von F. v. Lühmann-Königsberg N. M. X_5 352.) Eine Gerade zu ziehen, welche vier gegebene von einem Punkte ausgehende Strahlen so schneidet, dass von ihren drei zwischen den Schenkeln liegenden Abschnitten die beiden äusseren zwei gegebenen Strecken bezüglich gleich sind.

1. Auflösung. Die gesuchte Gerade (s. umst. Fig.) schneide die vier gegebenen vom Punkte O ausgehenden Strahlen nach einander in A, B, C, D, so dass $AB = m$ und $CD = n$ der Grösse nach gegeben seien. Durch AB und $\sphericalangle AOB$ wird der Radius des dem Dreieck ABO umgeschriebenen Kreises bekannt. Sein Mittelpunkt sei K. Ebenso wird durch CD und $\sphericalangle COD$ der Radius des Kreises um

$\triangle\, CDO$ bekannt, dessen Mittelpunkt M sei. Man kennt also OK, OM, und, wie leicht zu finden, auch $\sphericalangle\, KOM$. Dadurch wird auch die dritte Seite KM von $\triangle\, KMO$ der Grösse nach bekannt. Man



construirt diese Stücke der Grösse nach ganz einfach, indem man die Strecken $A'B' = m$ und $C'D' = n$ beliebig, jedoch parallel zu einander, bezüglich zwischen die Schenkel der Winkel AOB und COD einträgt. Beschreibt man nun um $\triangle\, A'B'O$ den Kreis K' und um $\triangle\, C'D'O$ den Kreis M', so ist $OK = OK'$, $OM = OM'$ $\sphericalangle\, KOM = K'OM'$, $KM = K'M'$. Nun kennt man freilich vom Viereck $KMDA$ die fünf Stücke AK, KM, MD, $\sphericalangle\, KAD$ ($= R - AOB$) und $\sphericalangle\, MDA$. Um indessen dasselbe nicht in einer Nebenfigur construiren zu müssen, zeichnen wir Viereck $K'M'D''A'' \cong KMDA$ und in entsprechender Lage mit demselben. Hierbei muss A'' auf den Kreis K', D'' auf M' fallen. $A''D''$ schneide diese Kreise ausserdem noch in B'' und C''. Nun ist $\triangle\, K'A''B'' \cong KAB$, daher $A''B'' = AB = A'B'$, und ebenso $C''D'' = C'D'$. Fällt man $K'E' \perp A'B'$, $K'E'' \perp A''B''$, $M'F' \perp C'D'$, $M'F'' \perp C''D''$, so ist $K'E'' = K'E'$, $M'F'' = M'F'$. Beschreibt man daher mit $K'E'$ um K' und mit $M'F'$ um M' Kreise, so ist $A''D''$ als gemeinschaftliche Tangente derselben zu construiren. Schliesslich ist $OA = OA''$, $OD = OD''$.

Construction. Man trage in die beiden äusseren Winkel der vier Strahlen die Strecken $A'B' = m$ und $C'D' = n$ beliebig parallel zu einander ein. Um die Dreiecke $A'B'O$ und $C'D'O$ beschreibe man die Kreise K' und M', fälle $K'E' \perp A'B'$ und $M'F' \perp C'D'$, und beschreibe mit diesen Senkrechten bezüglich um K' und M' Kreise. An dieselben ziehe man die gemeinschaftliche äussere Tan-

gente, welche die äusseren Kreise K' und M' in A'' und D'' treffe. Schliesslich trage man auf den beiden äusseren Strahlen $OA = OA''$ und $OD = OD''$ ab, so ist AD die verlangte Gerade.

Königsberg N. M. v. LÜHMANN.

2. Auflösung. Die Punkte, in denen die Gerade durch die von s ausgehenden Strahlen getroffen wird, seien der Reihe nach a, b, b', a', so dass $ab = m$, $b'a' = n$. Man bestimme auf der Transversalen aa' den Punkt p so, dass $bp:pb' = m:n$; alsdann ist $\frac{bp}{b'p}:\frac{b\infty}{b'\infty} = -\frac{m}{n}$ und ebenso $\frac{ap}{a'p}:\frac{a\infty}{a'\infty} = -\frac{m}{n}$. Zieht man folglich durch s noch einen Strahl sq parallel mit der Transversalen aa', so theilen die Strahlen sp und sq sowol den Winkel asa' als auch den Winkel bsb' nach dem Doppelverhältniss $-\frac{m}{n}$. Sind umgekehrt diese Strahlen bekannt, so wird jede Parallele zu einem von ihnen das gegebene Strahlensystem so schneiden, dass die beiden äusseren Strecken das Verhältniss $\frac{m}{n}$ haben. Trägt man dann auf der letzteren vom Schnittpunkte des ersten Strahls nach dem zweiten hin die Strecke m und vom Schnittpunkte des vierten Strahls nach dem dritten hin die Strecke n auf und zieht durch ihre freien Endpunkte bezüglich Parallelen zum ersten und vierten Strahl, so bestimmen die Schnittpunkte der letzteren bezüglich mit dem zweiten und vierten Strahl die gesuchte Gerade. Es kommt also nur darauf an, die Strahlen sp und sq zu finden. Zu diesem Zwecke ziehe man durch die gegebenen Strahlen eine beliebige Transversale, die von ihnen in den Punkten α, β, β', α' geschnitten wird, nehme auf ihr einen beliebigen Punkt A an und bestimme den conjugirten Punkt A', der mit ihm und den Punkten α, α' das Doppelverhältniss $-\frac{m}{n}$ hat; ebenso bestimme man den zu A conjugirten Punkt A'', der zu ihm und den Punkten β, β' das Doppelverhältniss $-\frac{m}{n}$ hat. Dies geschieht, indem man durch A eine beliebige Gerade zieht, auf ihr von A an nach oben die Strecke m, nach unten die Strecke n aufträgt, den freien Endpunkt der ersten mit α, den freien Endpunkt der zweiten mit α' verbindet und von dem Schnittpunkte der Verbindungslinien eine Parallele zu der durch A gelegten Geraden zieht; letztere schneidet die Transversale $\alpha\alpha'$ in dem conjugirten Punkte A'. Um den Punkt A'' zu finden, verfährt man ebenso mutatis mutandis. Man nehme ferner auf der Transversale $\alpha\alpha'$ noch zwei andere Punkte B und C an und bestimme die zu ihnen conjugirten B', B'', C', C''; dann bilden die drei Punktpaare A', B', C' und A'', B'', C'' zwei projectivische Punktreihen, deren Doppelpunkte mit s verbunden die Strahlen sp und sq liefern.

Dr. STOLL (Bensheim).

91. (X_6, 421.) x zu bestimmen aus $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x$.

Auflösung. Werden $\sin 2x$, $\sin 3x$ und $\cos 2x$ durch $\sin x$ und $\cos x$ ausgedrückt, so erhält man $\cos x\,(2 \sin x - 1)\,(2 \cos x + 1) = 0$; und hieraus $\cos x = 0$, $\sin x = \frac{1}{2}$, $\cos x = -\frac{1}{2}$; also $x = 90^0, 270^0$; $x = 30^0, 150^0$; $x = 120^0, 240^0$.

Dr. Aussem (Aachen). Prof. Bein (Budapest). E. Capelle (Oberhausen).

92. (X_6, 421.) x zu bestimmen aus $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 3x$.

1. Auflösung. Werden alle drei Functionen durch $\sin x$ ausgedrückt, so erhält man $\sin x\,(3 - 4 \sin x^2) = 0$; und hieraus $\sin x = 0$ und $\sin x = \pm \frac{1}{2}\sqrt{3}$; also $x = 0^0, 180^0$; $x = 60^0, 120^0$; $x = 240^0, 300^0$.

Prof. Bein (Budapest). E. Capelle (Oberhausen).

NB. Da $\sin x\,(3 - 4 \sin x^2) = \sin 3x$ ist, so ist auch $\sin 3x = 0$, wodurch man dieselben Auflösungen erhält.

2. Auflösung. Werden alle drei Functionen durch $\operatorname{tg} x$ ausgedrückt, so erhält man $\frac{\operatorname{tg} x\,(\operatorname{tg} x^2 - 3)}{1 - \operatorname{tg} x^2} = 0$; und hieraus $\operatorname{tg} x = 0$, $\operatorname{tg} x = \pm \sqrt{3}$; also $x = 0^0, 180^0$; $x = 60^0, 240^0$; $x = 120^0, 300^0$.

Dr. Aussem (Aachen).

Anmerkung. In den Aufgaben 91 und 92 sind nur die Winkel, welche kleiner als 360^0 sind, berücksichtigt.

NB. Zu den Lehrsätzen über das Sehnenviereck Nr. 93, 94, 95, 100, 101, 102 sind von den Herren Prof. Bein (Budapest), E. Capelle (Oberhausen), Oscar Grabig (Sorau N. L.), Dr. Stoll (Bensheim) und Dr. Vollhering (Bautzen) Beweise eingegangen. Da aber hierbei eine Figur nicht gut zu vermeiden ist, so werden dieselben erst in einem der nächsten Hefte erscheinen, nachdem jetzt alle Sätze des Herrn R. O. Consentius (Karlsruhe) mitgetheilt sind.

B. Neue Aufgaben.

Thema zu einer grösseren Arbeit.

Wenn in der Ebene eines Kegelschnittes K ein Punkt π und die zugehörige Polare p vorhanden sind, so liegt es nahe, die Aenderungen zu untersuchen, welche p erleidet, sobald K constant bleibt und π irgend eine gegebene Curve durchläuft; so vielfach diese Frage discutirt worden ist, so wenig scheint man den entgegengesetzten Fall erörtert, d. h. diejenigen Lagenänderungen von p betrachtet zu haben, welche einem constanten π und einem variabelen K entsprechen. Ein paar einfache hierher gehörende Sätze sind folgende:

112. Der Kegelschnitt sei ein centrischer und werde parallel zu sich selbst so verschoben, dass seine Axen unverändert bleiben und sein Mittelpunkt eine feste Gerade durchläuft; dabei mögen die

Coordinatenaxen durch den festen Pol π parallel zu den Kegelschnittsaxen gelegt, u und v die Coordinaten des Kegelschnittsmittelpunktes sein; es bezeichne ferner

$$A(x-u)^2 + B(y-v)^2 = 1$$

die Gleichung des Kegelschnittes in irgend einer der parallelen Lagen, endlich

$$Mu + Nv = L$$

die Gleichung der vom Mittelpunkte uv durchlaufenen Geraden; die successiven Polaren p berühren dann die durch folgende Gleichung ausgedrückte Curve

$$AB(Mx + Ny - 2L)^2 = (AN^2 + BM^2)(Ax^2 + By^2 + 4).$$

Im Allgemeinen ist diese Curve eine Hyperbel; sie wird zu einer Parabel, falls der Weg von uv parallel der einen oder anderen Kegelschnittsaxe ist.

113. Der Kegelschnitt sei wieder ein centrischer und werde bei unveränderten Längen der Axen um seinen Mittelpunkt gedreht; nimmt man letzteren zum Coordinatenanfang, bezeichnet die Gleichung des Kegelschnitts in seiner ursprünglichen Lage mit

$$Ax^2 + By^2 = 1$$

und die Coordinaten des festen Poles mit g, h, so ergibt sich, dass die Polaren folgende Curve berühren:

$$\left[\frac{A+B}{2}(gx + hy) - 1\right]^2 = \left(\frac{A-B}{2}\right)^2 (g^2 + h^2)(x^2 + y^2).$$

Diese Curve ist ein centrischer Kegelschnitt, und zwar eine Hyperbel, wenn der rotirende Kegelschnitt eine Ellipse ist, und umgekehrt. Im Falle $B = -A$ wird der rotirende Kegelschnitt zu einer gleichseitigen Hyperbel und die erhaltene Curve zu einem Kreise.

114. Lässt man ausser dem Pole auch den Mittelpunkt eines centrischen Kegelschnitts unverrückt, ändert aber seine Axen so, dass deren geometrisches Mittel constant bleibt, so berühren die Polaren eine concentrische gleichseitige Hyperbel.

115. Der veränderliche Kegelschnitt sei ein Kreis, dessen Mittelpunkt uv die feste Ellipse

$$\left(\frac{u}{a}\right)^2 + \left(\frac{v}{b}\right)^2 = 1$$

durchläuft und dessen Peripherie immer durch den Ellipsenmittelpunkt geht; die Polaren in Beziehung auf den Pol gh berühren dann den Kegelschnitt

$$(gx + hy)^2 = a^2(x+g)^2 + b^2(y+h)^2,$$

welcher eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel ist, jenachdem der Pol innerhalb, auf oder ausserhalb der gegebenen Ellipse liegt.

Diese Untersuchungen gestatten eine weite Ausführung, wenn die in den vorigen Beispielen angegebenen oder ähnliche Aenderungen des Kegelschnitts gleichzeitig vorgenommen werden. Man könnte nämlich den Mittelpunkt des Kegelschnitts längs einer Curve C fortrücken, dabei dem Kegelschnitte eine Drehung ertheilen (etwa so, dass seine Hauptaxe immer Tangente an C bleibt), und endlich die Kegelschnittaxen nach einem bestimmten Gesetze ändern. Jedenfalls werden sich durch passende Wahl der Leitcurve C u. s. w. auch hier einfache Sätze finden lassen. SCHLÖMILCH.

116. $a(x-1)^4(x^2+1)^2+bx^4=cx^2$.
117. $4x^4-6x^3-3x+1=0$.
118. $2x^4+x^3+9x^2+9x+18=0$.

Von Unferdinger (Wien) in Grunert's Archiv Band 42 S. 347 ohne Lösung mitgetheilt.

Sätze vom Dreieck.

119. In jedem Dreieck ABC gibt es zwei Punkte O und O' der Art, dass sowol $\sphericalangle OAB = OBC = OCA$, als auch $\sphericalangle O'AC = O'BA = O'CB$ ist; alle diese Winkel haben denselben Werth ϑ. Diese Punkte, welche man in Rücksicht auf ihre geometrische Construction Segmentärpunkte nennen kann, sind zuerst von Clarke betrachtet worden. Wie derselbe gezeigt hat, wird ϑ durch die Gleichung $\sin(\alpha-\vartheta)\sin(\beta-\vartheta)\sin(\gamma-\vartheta)=\sin\vartheta^3$ bestimmt, durch deren Auflösung sich $\cot\vartheta=\cot\alpha+\cot\beta+\cot\gamma$ ergibt.

120. Ob Clarke seine Untersuchungen weiter ausgedehnt hat, ist mir unbekannt, aber folgende Eigenschaft scheint neu zu sein: Die Linien, welche von den Ecken eines Dreiecks ausgehen und sich in Segmentärpunkten O und O' schneiden, treffen sich noch in drei anderen Punkten (BO und CO' in A, CO und AO' in B', AO und BO' in C'), welche auf einem Kreise liegen, der durch die Segmentärpunkte geht. Auch ist $\triangle A'B'C' \sim ABC$.

M. BROCARD,
Capitaine, chef du service météorologique en Algérie.

Sprech- und Discussions-Saal.

Bemerkungen zu dem Aufsatze von Gilles im 1. Hefte dieses Jahrganges.

Von V. SCHLEGEL in Waren.

Zu dem Aufsatze „Bedenkliche Richtungen in der Mathematik" (XI, 5 d. Ztschr.) erlaube ich mir zu bemerken, dass mir eine bedenkliche Richtung in der Mathematik der Gegenwart u. a. diejenige zu sein scheint, welche beständig die von der sinnlichen Anschauung

ganz unabhängige abstracte Geometrie mit der durch die Erfahrung gegebenen Geometrie des Weltraumes verwechselt, und die Resultate der ersteren, sobald sie nicht in der letzteren ihre greifbare Verwirklichung finden, ohne weiteres für falsch erklärt. (Solche Richtungen, welche sich dem Fortschritte der Wissenschaft widersetzen, hat es übrigens in Schul- wie Universitätskreisen stets gegeben, und die oben bezeichnete ist auch heutzutage nicht die einzige ihrer Art.) — Die alte Geometrie, namentlich in euklidischer Behandlungsweise, hat allerdings vollkommen den Charakter einer Erfahrungswissenschaft. Wer sie nur in dieser Behandlungsweise kennt, kann nicht anders, als ihr den aprioristischen Charakter absprechen. Die in der neueren Geometrie auftretenden Richtungen und Begriffe können aber meines Erachtens nur solchen Mathematikern bedenklich erscheinen, welche sich mit dem Entwickelungsgange der Geometrie in der Neuzeit nicht vertraut gemacht haben, und nun plötzlich, aus sanftem euklidischen Schlummer erwacht, solche ihnen unfassbare Gespenster wie unendlich ferne und imaginäre Punkte vor sich sehen. — Es gibt allerdings eine aprioristische Raumwissenschaft. Sie ist identisch mit der Ausdehnungslehre (im Grassmann'schen Sinne). Die Geometrie des Weltraumes ist keine reine, sondern eine angewandte Wissenschaft. Die absolute und die Geometrie von mehr als drei Dimensionen sind als Erfahrungswissenschaften allerdings unmöglich, als aprioristische dagegen vollkommen gleichberechtigt. Dieselbe Abstraction, welche die moderne Geometrie hinsichtlich des Weltraumes fordert, hat sich in der Zahlenlehre hinsichtlich der Dinge im Weltraum längst vollzogen. Der Begriff der reinen Zahl abstrahirt vom Begriff der gezählten Dinge ebenso, wie derjenige einer Geraden von dem Weltraum, in welchem eine geradlinige Bewegung stattfindet. Unendlich ferne und imaginäre geometrische Gebilde widerstreben unserer Vorstellung nicht mehr und nicht weniger, als unendlich grosse und imaginäre Zahlen. Die Hauptschuld daran, dass den Lehren der modernen Geometrie vielfach ein so geringes Verständniss entgegengebracht wird, scheint mir in dem Umstande zu liegen, dass das die neuere Geometrie beherrschende Princip der Bewegung der Gewohnheit solcher Mathematiker widerstrebt, denen nur die Betrachtung der starren Gebilde geläufig ist. Jene Lehren aber sind nicht nur widerspruchsfrei, sondern auch vollkommen geklärt, und das Princip der Bewegung sammt den aus demselben fliessenden Begriffen und Sätzen der neueren Geometrie (namentlich auch des unendlich fernen Punktes) scheint mir nach dem heutigen Stande der Wissenschaft im geometrischen Schulunterrichte nicht nur berechtigt, sondern geradezu unentbehrlich. Anders steht es natürlich mit denjenigen Disciplinen, welche sich mit unserer sinnlichen Erfahrung nicht decken. Ich wäre der letzte, der sie für die Schule empfehlen möchte. Ich meine sogar, dass in einer Zeit, wo die

höhere Mathematik (ähnlich wie die Chemie) an der Fülle ihrer Specialresultate zu ersticken droht, die Arbeit sich besser auf Vervollkommnung und Vereinfachung der Methoden, als zunächst auf den weiteren Ausbau der unserer Anschauung entzogenen resp. widerstrebenden Mannigfaltigkeitslehre sammt der absoluten Geometrie richten sollte. Aber an der Existenz und Berechtigung dieser Wissenschaften ändert das doch nichts.

Noch weniger als mit den allgemeinen Ausführungen des Herrn Gilles kann ich mich mit seiner Auffassung verschiedener Specialitäten einverstanden erklären. Der unendlich ferne Punkt zunächst steht und fällt mit dem Begriffe der Bewegung. Was die Wesen n^{ter} Stufe (S. 9 ff.) betrifft, so sind dieselben jedenfalls nicht denkwidrig; denn nicht unser Geist, sondern nur unsere sinnliche Anschauung ist an den Raum mit drei Dimensionen gebunden. Aber die Frage nach der Existenz solcher Wesen ist eine der Mathematik gänzlich fernliegende, und ist auch meines Wissens nicht von Mathematikern, sondern von Physikern aufgeworfen worden. Was schadet es denn aber auch, wenn die letzteren die aus mathematischen Eigenschaften der Gebilde folgenden Eigenthümlichkeiten solcher Wesen zu discutiren unternehmen? — Denkwidrig ist nichts dabei. Die Materie freilich ist dreidimensional, also auch alle aus ihr bestehenden Wesen. Unser Geist aber ist, mathematisch betrachtet, ein Punkt, und spottet aller Beschränkungen, welche der dreidimensionale Raum ihm auferlegt; denn als Punkt kann er sich in jede Mannigfaltigkeit hineïndenken; am leichtesten freilich in diejenigen, von welchen der Gesichtssinn ihm eine Anschauung verschafft, also in die Gebiete mit ein und zwei Dimensionen. — Was Herr Gilles Phantasie nennt (S. 13) ist nichts weiter als die schon oben erwähnte Abstraction von der realen Welt. (Mit demselben Grade von Berechtigung hat man noch vor zwanzig Jahren gegen die imaginären Zahlen gekämpft.) Nur das Neue und Ungewohnte dieser Abstraction erklärt den Umstand, dass es noch immer Mathematiker gibt, die sich dagegen sträuben. Was Herr Gilles an derselben Stelle den Kern der Mathematik nennt, ist eben die reale Welt, von welcher die reine Mathematik abstrahirt. — Wenn Herr Gilles S. 14 sagt, Mathematiker seien Bahnbrecher des Aberglaubens geworden (wol eine Anspielung auf den Spiritismus?), weil es nach ihnen einen Raum von n Dimensionen geben solle, so ist darauf zu erwidern: Kein Mathematiker hat behauptet, dass der Raum von n Dimensionen wirklich existire; dem Mathematiker ist die Frage nach der Existenz jener Räume ganz gleichgiltig. Wenn aber ein Verfechter des Spiritismus die Klopfgeister, statt in den Raum mit vier, in einen solchen mit zwei Dimensionen zu versetzen den Einfall gehabt hätte, so würde Herr Gilles wol die Mathematiker des Alterthums als Bahnbrecher des Aberglaubens haben bezeichnen müssen, denn diese haben sich zuerst mit Linien und Flächen beschäftigt,

d. h. mit Mannigfaltigkeiten von ein und zwei Dimensionen, die für uns ebensowenig „existiren“ wie diejenigen mit mehr als drei Dimensionen. — Zu S. 18 ist zu bemerken, dass Herr Gilles den Begriff des idealen Raumes missversteht, wenn er denselben für nichts anderes hält, als für unsere Vorstellung des Erfahrungsraumes. Der ideale Raum hat mit dem Erfahrungsraume gar nichts zu schaffen, sondern ist der allgemeine Begriff für alle drei- und mehrdimensionalen Mannigfaltigkeiten, die überhaupt denkbar sind, ebenso wie „Fläche“ im mathematischen Sinne nicht unsere Vorstellung von der durch die Erfahrung gegebenen Erdoberfläche bedeutet, sondern der allgemeine Begriff für alle zweidimensionalen Mannigfaltigkeiten ist. Wenn Herr Gilles (S. 18) in dem Begriffe „unbegrenzter, aber endlicher, in sich zurückkehrender Raum“ einen Widerspruch findet, so rührt dies nur davon her, dass er sich diesen Begriff nicht klar gemacht hat. Er sucht allerdings eine Analogie zwischen dem Kreise mit seinem Mittelpunkt, der Kugel mit ihrem Mittelpunkt, und dem in sich zurückkehrenden Raume mit dessen Mittelpunkt, nimmt aber verkehrter Weise an, dass der Mittelpunkt dieses Raumes, von welchem ausgehend er diesen Raum construirt, in diesem Raume selbst liege. Herrn Gilles' Schluss für die Kugelfläche würde analog so lauten: „Construiren wir von einem Punkte aus die Kugelfläche gleichmässig und lassen wir die Ausdehnung dieser Kugelfläche ohne Unterlass wachsen, so wird diese Fläche ebensowenig zum Mittelpunkte zurückkehren, als der Mittelpunkt eines Kreises auf die Peripherie fällt.“ Sehr richtig. Aber heisst denn „in sich zurückkehrend“ soviel wie „zu seinem Mittelpunkte zurückkehrend“? Nicht der Begriff jenes Raumes ist in sich widersprechend, sondern das, was Herr Gilles missverständlich daraus macht. Herr Gilles sollte daher nicht so leichten Herzens über die Denkresultate eines Helmholtz oder Frischauf aburtheilen! — Auch beim Raume schliesst die Endlichkeit die Begrenztheit ebensowenig in sich, wie bei der Linie und Fläche. Das Beispiel von der Unendlichkeit der Zahlenreihe beweist gar nichts. — S. 19, Z. 13 stellt der Verfasser (in dem beständigen vergeblichen Bemühen, sich sinnlich anschaulich zu machen, was in der Sinneswahrnehmung kein Gegenbild findet) als Beispiel eines unbegrenzten endlichen Raumes (wie er ihn versteht) den Kugelkörper hin, weil derselbe von einer unbegrenzten Fläche begrenzt ist! Ein Analogon jenes Raumes ist aber nicht der Kugelkörper, sondern die Kugelfläche. Und der Kugelkörper ist ebensowenig ein Beispiel für einen endlichen unbegrenzten Raum, wie die Kreisfigur ein Beispiel für eine endliche unbegrenzte Fläche. — Wenn demnach doch in dieser Angelegenheit die Schlagworte „unklar“, „unberechtigt“, „widersprechend“ gebraucht werden sollen, so treffen dieselben nicht die Wissenschaft, sondern die Arbeiten Derjenigen, welche darüber schreiben, ohne sich die Begriffe derselben vorher gehörig klar gemacht zu haben. Dass

wir am Schlusse der antiquirten Auffassung des Begriffes „imaginär“ wieder begegnen, kann nach dem Vorangegangenen nicht Wunder nehmen. Unter imaginären Punkten versteht man keineswegs nicht existirende, eingebildete, sondern Punktepaare, deren Lage durch imaginäre Zahlen bestimmt ist. Dass solche Punktepaare sehr wohl construirt werden können, ist nachgewiesen. Sie existiren also. — Der Herr Verfasser macht am Schlusse seines Aufsatzes Gauss den Vorwurf, er habe nicht für gut befunden, eine nennenswerthe Zeit auf die nicht-euklidische Geometrie zu verwenden. Sollte nicht nach obigen Proben dieser Vorwurf eher dem Herrn Verfasser der in Rede stehenden Abhandlung zu machen sein?

Erwiderung auf die Bemerkungen des Herrn V. Schlegel.

Von Gilles in Essen.

Die vorstehenden Bemerkungen des Herrn Schlegel kennzeichnen sich durch ihre Art und Weise als das Verfahren eines Mannes, der bei der Vertheidigung liebgewordener Disciplinen die nothwendigen Grenzen nicht beachtet, weil ihm hinreichende, in der Sache liegende Gründe nicht zu Gebote stehen. Hier tritt uns nicht ein die Sache förderndes und aufhellendes Eingehen auf den Schwerpunkt des fraglichen Gegenstandes, nicht ein durch Achtung des Gegners würdevoller, auf bis dahin dunkele Punkte Licht verbreitender Kampf entgegen, sondern es wird mit allgemeinen Redensarten geplänkelt, wobei, wie auch in der Bekämpfung des Einzelnen, falsche Begriffe und Auffassungen die Regel bilden.

Von dem, was Herrn Schlegel erwidert werden könnte, hebe ich nur das Wichtigste hervor.

Es gibt keine wissenschaftliche Geometrie, die von der sinnlichen Anschauung*) abhängig ist; auch die „alte Geometrie in ihrem euklidischen Gewande“ ist keine Erfahrungswissenschaft, ist nicht von der sinnlichen, sondern von der reinen Anschauung abhängig. Diesen Begriff, welchen ich in meiner Abhandlung mehrere male gebraucht habe, vermeidet Herr Schlegel. Er sagt z. B.: „Nicht unser Geist, sondern nur unsere sinnliche Anschauung ist an den Raum mit drei Dimensionen gebunden“. Also unsere reine Anschauung ist nicht daran gebunden? — Eine eigenthümliche Belehrung liegt in dem Satze: „Die absolute Geometrie und die Geometrie mit mehr als drei Dimensionen sind als Erfahrungswissenschaften allerdings unmöglich, als aprioristische Wissenschaften dagegen vollkommen gleichberechtigt“ (sollte wol heissen gleichberechtigt mit der gewöhnlichen Geometrie). Wie kann aber die n-Dimensionen-Lehre, deren Sätze nach Aussage der Anhänger Analogieschlüsse

---

*) d. h. der Anschauung, welche Empfindung enthält.

sind, beanspruchen, eine Wissenschaft a priori zu sein? Hat denn kein Kant gelebt? Nach diesem Denker sind unbedingte Nothwendigkeit und strenge Allgemeinheit die Merkmale einer Erkenntniss a priori (siehe S. 6). Seit wann aber kommen diese Analogieschlüssen zu? Und wo ist die unbedingte Nothwendigkeit der absoluten Geometrie, wofern diese sich nicht auf die Pseudosphäre zurückzieht, in welchem Falle sie aber unter die gewöhnliche Geometrie fällt? Wenn ferner in dem angeführten Satze es als eine Unmöglichkeit dargestellt wird, dass die absolute Geometrie durch die Erfahrung bestätigt werde, so heisst das mit anderen Worten, dass es kein endliches Dreieck gibt, dessen Winkelsumme von $2R$ abweicht, d. h. es gibt keine absolute Geometrie. Es scheint also Herr Schlegel die Tragweite seiner Worte nicht überschaut zu haben. — Die absolute Geometrie beruht auf der Annahme, dass es in einer Ebene durch einen Punkt sich unter einem endlichen Winkel schneidende Geraden gebe, die eine gegebene Gerade derselben Ebene nicht treffen. Für diese Annahme können die Anhänger der neuen Disciplin nur anführen, dass sich das Gegentheil nicht streng beweisen lasse, wenn man die auf der reinen Anschauung fussenden Beweise ausschliesst (siehe S. 14). Eine Disciplin mit solcher Grundlage ist keine Wissenschaft im strengen Sinne des Wortes, und die gewöhnliche Geometrie ist es ebenfalls nicht, wofern die absolute Geometrie berechtigt ist. Es muss dann bei jedem Satze, der sich auf die Parallelentheorie stützt, gesagt werden, dass er für die Praxis als Annäherung brauchbar sei, ob er aber der Wahrheit entspreche, wisse man nicht. Hiernach nun möge Herr Schlegel beurtheilen, wer sich den Fortschritten der Wissenschaft widersetzt. — Wie kommt Herr Schlegel dazu, meiner Abhandlung gegenüber die Bedeutung des Begriffes Bewegung für die Mathematik hervorzuheben, obwol ich dasselbe ausgesprochen habe und selbst in der bekämpften Abhandlung (S. 16, 17)? Schon vor drei Jahren habe ich in meiner Planimetrie die Bewegung im vollsten Maasse angewandt und so eine Vervollkommnung und Vereinfachung der Methode erstrebt. Auch bin ich ein Freund der neueren Geometrie und habe in der fraglichen Abhandlung nur die Missverständnisse über den unendlich fernen Punkt zu zerstreuen gesucht (S. 21), was mir aber bei einem Herrn nicht gelungen ist; denn bei diesem sind die unendlich fernen Punkte der sinnlichen Erfahrung zugänglich. — Wenn Herr Schlegel sagt: „Der unendlich ferne Punkt steht und fällt mit dem Begriffe der Bewegung,“ so sagt er mit anderen Worten dasselbe, was ich S. 21 gesagt habe. — Nicht blos die sinnliche Anschauung, wie Herr Schlegel glaubt, sondern die Anschauung überhaupt, also auch die von allem, was ausserhalb des Geistes ist, unabhängige reine Anschauung*), in welcher wir die Gebilde der

*) Siehe Kr. d. r. V. S. 65 in der Ausg. von Hartenstein.

Mathematik construiren, ist an drei Dimensionen gebunden. Die Anschauung aber ist die Grundlage des Denkens. Begriffe ohne Anschauungen sind (nach Kant) leer. Wenn das reine Denken in dem Sinne genommen werden soll, dass es ohne jede Beziehung zur Anschauung sei, so ist dasselbe eine Selbsttäuschung; dagegen ist es unabhängig von der empirischen Anschauung. Kant sagt: „Anschauung und Begriffe machen also die Elemente aller unserer Erkenntniss aus, so dass weder Begriffe ohne ihnen auf einige Art correspondirende Anschauung, noch Anschauung ohne Begriffe eine Erkenntniss abgeben können" (Kr. d. r. V. S. 86). Eben daselbst sagt Kant: „Nur allein reine Anschauungen oder Begriffe sind a priori möglich, empirische nur a posteriori." Von den Räumen mit mehr als drei Dimensionen aber kann es keine Anschauung geben, also auch kein Denken (siehe S. 11). Aber wenn wir auch das Unmögliche annehmen wollten, dass es Räume mit mehr als drei Dimensionen gebe, so würden die Sätze, die man über solche Räume aufgestellt hat, doch nur blose Vermuthungen sein. Oder ist z. B. Folgendes mehr als eine Vermuthung: Zwei Geraden schneiden sich in einem Punkte, zwei Ebenen in einer Geraden; also werden sich innerhalb eines Raumes mit vier Dimensionen zwei Räume (mit drei Dimensionen) in einer Ebene schneiden. Denselben Satz hätten wir auch bekommen, wenn wir zwei sich schneidende Ebenen construirt und nun an Stelle jedes Punktes eine nicht in unserem Raume sich befindende Gerade substituirt hätten. Wer würde aber selbst dann, wenn an der Existenz solcher Räume nicht zu zweifeln wäre, dieses System von Vermuthungen eine Wissenschaft nennen? Jedenfalls aber ist Herr Schlegel der einzige, der die n-Dimensionen-Lehre eine Wissenschaft a priori nennt. — Der Ausspruch des Herrn Schlegel über Materie und Geist (siehe S. 9) verräth einen Dualismus, der jeder philosophischen Grundlage entbehrt. — Die Worte: „Der Geist spottet aller Beschränkung, welche der dreidimensionale Raum ihm auferlegt; denn als Punkt kann er sich in jede Mannigfaltigkeit (d. h. in den Raum mit n Dimensionen) hineindenken," sind blose Worte. Noch tiefer aber steht der Ausspruch, dass Linien und Flächen für uns eben so wenig existiren würden, wie die Räume (Mannigfaltigkeiten) mit mehr als drei Dimensionen. Welcher Begriff von „existiren"! Es gibt keine Fläche, keine Linie an sich; aber es gibt Flächen und Linien in der reinen Anschauung, im Geiste; wir construiren ja in der reinen Anschauung Flächen und Linien, also existiren sie in derselben, was auch bis auf Herrn Schlegel noch von Niemand bezweifelt worden ist. — Die Aeusserungen über die von mir gebrauchten Begriffe „Phantasie", „Kern" und „idealer Raum" beweisen schlagend, dass Herr Schlegel mich durchaus nicht verstanden hat. Es ist ja S. 13 Phantasie im gewöhnlichen Sinne genommen, und es ist wol auch klar, dass derjenige, welcher die Apriorität der Mathematik hoch hält, unter Kern auf dem betreffenden Gebiete nicht die reale Welt,

sondern das versteht, was auf Wahrheit Anspruch hat. Vollständig missverstanden hat Herr Schlegel auch meine Worte über den Begriff des idealen Raumes. Er sehe sich doch gütigst an, was ich S. 18 gesagt habe und was Kant über den Raum (Kr. d. r. V. S. 62) und über die reine Anschauung S. 86 sagt. — In Betreff des endlichen Raumes klammert sich Herr Schlegel an Vergleiche, statt meinen Beweis, dass die Gerade keine in sich zurückkehrende Linie ist, zu widerlegen. — Wenn Herr Schlegel belehrend bemerkt, dass man unter imaginären Punkten Punktpare verstehe, deren Lage durch imaginäre Zahlen bestimmt sei, und dass diese Punkte construirt werden können, so erwidere ich, dass ich S. 24 dasselbe gesagt habe; nur habe ich auseinander gehalten, was bei Herrn Schlegel verschwimmt, nämlich die Existenz und die Bezeichnungsweise. — Schliesslich fasst Herr Schlegel auch noch das, was von meinem Standpunkte aus ein Lob für Gauss ist und denselben zu meinem Bundesgenossen macht, als einen Vorwurf auf.

Da die vorliegenden Streitpunkte mit Rücksicht auf die Festigkeit der Grundlagen der Mathematik und wegen der in Frage gestellten Wissenschaftlichkeit der Geometrie auch für den Unterricht und namentlich für die betreffenden Lehrer von unübersehbarer Bedeutung sind, so erlaube ich mir folgende Thesen aufzustellen:

1) Die sogenannte absolute Geometrie ist nur berechtigt, wenn sie ihren Ursprung vergessend als Pseudosphärik auftritt.
2) Die Gerade ist nicht eine in sich zurückkehrende Linie.
3) Die n-Dimensionen-Lehre ist keine mathematische Disciplin*).

*) Wir empfehlen diese Thesen zur Discussion in den Sectionen für mathem. und naturw. Unterricht der Naturforscher- und Philologen-Versammlung. D. Red.

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

Biasi (Dott. Giovanni), Il calcolo sulle incognite delle equazioni algebriche. Studj analitici. Verona, H. F. Münster (C. Kayser Succ.). 1876. II. 84 S.*)

In einem ersten „Gegenstand des Unbekannten-Calcüls" betitelten Abschnitt, der zugleich die fehlende Vorrede ersetzt, legt der Verf. die allgemeine Tendenz der Untersuchungen dar, mit welchen unser Referat sich zu beschäftigen haben wird. Da Gleichungen von höherem als dem vierten Grade eine explicite Lösung nicht zulassen, da aber auch die Näherungsmethoden die wirkliche Berechnung der Unbekannten in kaum mehr zu übertreffender Weise zu leisten im Stande sind, so wäre es, meint er, wol an der Zeit, dem Problem eine wesentlich neue Seite abzugewinnen. Diese denkt er sich so: Sind gegeben die beiden Gleichungen

$$a_0 x^m + \cdots + a^m = 0, \qquad \alpha_0 \xi^n + \cdots \alpha_n = 0$$

und bedeutet z je einen der nachstehenden vier Ausdrücke $x + \xi$, $x\xi$, $\frac{x}{\xi}$, x^ξ, so sollen allgemein die Coëfficienten A der Gleichung

$$A_0 z^r + \cdots + A_r = 0$$

bestimmt werden.

Seinen Ausgangspunkt nimmt der Verf. von der Theorie der symmetrischen Functionen, deren Betrachtung er durch eine glücklich gewählte neue Bezeichnungsart entschieden erleichtert. Hat man m Elemente, so soll das Symbol $s_{\pi \varrho \tau \cdots}^{p r t \cdots}$ jene symmetrische Function bedeuten, welche man erhält, wenn man sämmtliche Combinationen ohne Wiederholungen von resp. $\pi, \varrho, \tau \cdots$ Elementen als Producte bildet, dieselben auf die Potenzen p, r, t erhebt und nun alle diese Producte wieder so oft unter einander multiplicirt, als dies angeht; man bemerkt, dass dann jedes einzelne Glied, deren es im Ganzen $\binom{\pi+\varrho}{\varrho}\binom{\pi+\varrho+\tau}{\tau}\cdots\binom{m}{\pi+\varrho+\tau\cdots}$**) gibt, vom

*) Man wolle die Verspätung dieser mehrfach zurückgelegten Recension eines nicht für Schulzwecke bestimmten ausländischen Buches entschuldigen.
D. Red.

**) Es leuchtet ein, dass diese Schlussformel der Aufgabe eine Beschränkung auferlegt, welche principiell nicht nöthig wäre; es muss nämlich $\pi + \varrho + \tau + \cdots \overline{\overline{<}} m$ sein, indem sonst der Binominalcoëfficient

Grade $(p\pi + r\varrho + t\tau \cdots)$ sein wird. Das, was gemeint ist, kann freilich bei der äusserst abstracten Darstellungsweise des Autors nicht so ganz leicht verstanden werden; damit nun nicht andere Leser sich eben so lange besinnen müssen, wie Referent, setzt derselbe ein einfaches Beispiel her, wie solche sich auch bei Herrn Biasi zahlreicher vorfinden sollten. Sei $m = 3$, $\pi = 1$, $\varrho = 2$; sind dann a, b, c die drei Elemente, so hat man als erste Combinationsclasse a, b, c, als zweite ab, ac, bc, und es ist sonach

$$s_{\substack{p\,r\\1\,2}} = (ab)^r a^p + (ac)^r a^p + (bc)^r a^p + (ab)^r b^p + (ac)^r b^p + (bc)^r b^p + (ab)^r c^p + (bc)^r c^p.$$

Mit Hülfe dieses gefälligen Ausdruckes gewinnen nun verschiedene Relationen eine übersichtliche Form; so lässt sich beispielsweise, wenn jene m Elemente die Wurzeln einer algebraischen Gleichung $m$ten Grades sind, diese letztere folgendermassen darstellen:

$$x^m - \underset{1}{s_1} x^{m-1} + \underset{2}{s_1} x^{m-2} - + \cdots + (-1)^m \underset{m}{s_1} = 0.$$

Auch die nach den einzelnen $a, b, c \cdots$ genommenen partiellen Differentialquotienten von s lassen sich auf die nämliche Gestalt bringen, und es erhellt leicht die Richtigkeit nachstehender Beziehung:

$$\frac{ds}{da} + \frac{ds}{db} + \cdots = p\, s_{\substack{p-1\\1}\,\substack{p\\\pi-1}\,\substack{rt\cdots\\\varrho\tau\cdots}}$$
$$+ r\, s_{\substack{p\\\pi}\,\substack{r-1\\1}\,\substack{r\\\varrho-1}\,\substack{t\cdots\\\tau\cdots}} + t\, s_{\substack{p\\\pi}\,\substack{r\\\varrho}\,\substack{t-1\\1}\,\substack{t\\\tau-1}\,\substack{\cdots\\\cdots}} + \cdots$$

Anschliessend an die Beschreibung des symbolischen Instrumentes verwerthet das dritte Capitel dasselbe zur Lösung des allgemeinen Problems, Gleichungen auf eine vorgegebene Form zu bringen. Man setzt $y = \varphi_{(x)} + \vartheta$ und behandelt die rechte Seite der Gleichung $F(\varphi_{(x)}) = F(y - \vartheta) = 0$ mit Hülfe der Taylor'schen Reihenentwickelung. Es zeigt sich, dass die Gleichung in y nunmehr folgende Gestalt gewinnt:

$$y^n - \frac{y^{n-1}}{(n-1)!}\psi^{n-1}(\vartheta) + \frac{y^{n-2}}{(n-2)!}\psi^{(n-2)}(\vartheta) - + \cdots$$
$$+ (-1)^{n-1}\frac{y^1}{1!}\psi'(\vartheta) + (-1)^n \psi(\vartheta) = 0,$$

wo $\psi(\vartheta)$ eine an sich willkürliche Function bedeutet. Davon wird dann eine Anwendung auf die Transformationsmethode von Tschirnhaus gemacht. — Die drei nächsten Capitel behandeln eingehend die fünf oben normirten Fälle; es wird genügend sein, auf den In-

---

$\left(\underset{\varrho+\pi+\tau+\cdots}{m}\right)$ sich annullirt. An sich aber ist nur erforderlich, dass von den sämmtlichen Grössen $\pi \cdots$ jede einzelne $\overline{\overline{<}}\, m$ wäre.

halt eines derselben genauer einzugehen, und wählen wir hierzu das sechste: „Innalzamento a potenza". Um aus den beiden Geichungen $f_\chi = x^m - \cdots + (-1)^m \underset{m}{s_1} = 0$ und $\varphi_\xi = \xi^\mu - \cdots + (1-)^\mu \underset{\mu}{\sigma_1} = 0$ die neue Gleichung $F_z = z^n - \cdots + (-1)^n \underset{n}{S_1} = 0$ so herzustellen, dass $z = x^\xi$ werde, bildet der Verf. für $x_1 = x - 1$ zunächst die neue Gleichung $\Psi_{x_1} = x_1^m - \cdots + (-1)^m \underset{m}{\Sigma_1} = 0$ und beweist dann mittelst ganz einfacher Rechnungen die Richtigkeit nachstehender Relation:

$$\underset{1}{S_i} = T_{i,0} \underset{1}{\Sigma_0} + T_{i,1} \underset{1}{\Sigma_1} + \cdots,\ T_{i,k} = \binom{i\alpha}{k} + \binom{i\beta}{k} + \cdots + \binom{i\lambda}{k},$$

unter $\alpha, \beta \cdots \lambda$ die μ Wurzeln der Gleichung $\varphi = 0$ verstanden. Die bis jetzt somit noch unbekannten Grössen T lassen sich nun aber, wie anderwärts aus der Lehre von den Gleichungen bekannt, recurrent durch die σ ausdrücken; man hat

$$1!\,T_{i,1} = i\underset{1}{\sigma_1},\quad 2!\,T_{i,2} = i^2\underset{1}{\sigma_2} - i\underset{1}{\sigma_1},$$
$$3!\,T_{i,3} = i^3\underset{1}{\sigma_3} - 3\,i^2\underset{1}{\sigma_2} + 2\,i\underset{1}{\sigma_1} \cdots$$

und so kennt man denn die Unbekannten Σ vollständig. Der Grad n ist gleich $m\mu$.

Capitel 7 beschäftigt sich mit den binomischen Gleichungen. Der an die Spitze gestellte neue und elegante Lehrsatz lautet: Es seien δ und M resp. der grösste gemeinschaftliche Divisor und das kleinste gemeinschaftliche Vielfache zweier ganzer Zahlen m und μ. Hat man dann zwei binomische Gleichungen bezüglich von den Graden m und μ, so ist die (algebraische) Summe der in diesen beiden Gleichungen auftretenden Unbekannten selbst wieder Wurzel einer Gleichung vom Grade δ, und das bekannte Glied dieser letzeren (es gibt nur Eines, da ja alle Gleichungen von der Form $x^r - \varrho = 0$ sind) ist die Wurzel einer zweitheiligen Gleichung Mten Grades. — Den Schluss der Schrift bildet eine Anwendung der vorangegangenen Lehren auf die Lösung der Gleichungen 2., 3. und 4. Grades; es soll also hier nicht sowol etwas Neues gelehrt, als vielmehr der Nutzen der ganzen Betrachtungsweise an einem bekannten Beispiele augenfällig dargelegt werden. Des Raumes halber wollen wir, damit der Leser doch ein anschauliches Bild von Herrn Biasi's Methoden erhalte, ein recht einfaches Beispiel reproduciren. Es sei aufzulösen die Gleichung $z^2 - \underset{1}{S_1} z + \underset{2}{S_1} = 0$; dann möge etwa $z = x + \xi$, $z - \xi = x$ gesetzt werden, wo x und ξ wiederum willkürlich gewählt werden können. Der Verf. setzt $x^2 = -\underset{2}{s_1}$, $\xi = \underset{1}{\sigma_1}$, es ist also

$$z^2 - 2\xi z + \xi^2 = x^2,\quad z^2 - 2\underset{1}{\sigma_1} z + \left(\underset{1}{\sigma_1^2} + \underset{2}{s_1}\right).$$

Das Gesetz der unbestimmten Coëfficienten, auf diese und die ursprüngliche Gleichung angewandt, liefert

$$s_{\substack{1\\2}} = -\frac{1}{4}S^2_{\substack{1\\1}} + S_{\substack{1\\2}}, \quad \sigma_{\substack{1\\1}} = \frac{1}{2}S_{\substack{1\\1}}, \quad z = \frac{1}{2}S_{\substack{1\\1}} + \sqrt{\frac{1}{4}S^2_{\substack{1\\1}} - S_{\substack{1\\2}}}.$$

Im Wesentlichen analog gestaltet sich der Transformationsprocess bei höheren Gleichungen überhaupt, jedoch compliciren sich die Rechnungen bald so sehr, dass nach des Autors eigener Angabe deren Durchführung keinen grossen Gewinn den Näherungsmethoden gegenüber bietet.

Unter allen Umständen sind die Versuche des Verf., einem so vielfach durchpflügten Felde, wie es die Lehre von den algebraischen Gleichungen ist, ein noch freies Plätzchen abzugewinnen, beachtenswerth und löblich. Manches von dem, was er uns liefert, wird in das eigentliche System aufgenommen werden müssen, und bei dem durchaus elementaren Charakter sämmtlicher Entwickelungen wird auch eine Mittelschule, welche über den vulgärsten algebraischen Lehrstoff hinauszugehen in der Lage ist, Nutzen aus Biasi's Methodik ziehen können.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Heilermann und Diekmann, Lehr- und Uebungsbuch für den Unterricht in der Algebra. II. Theil 121 S. III. Theil 110 S. Essen bei Bädeker. 1879. Preis à 1 ℳ 20 ₰.

Das erste Heft dieses Lehrbuches haben wir in dieser Zeitschrift (X, 202—206) angezeigt und zum Schluss die Erwartung ausgesprochen, dass die folgenden Hefte hohe Vorzüge zeigen würden; die Besprechung dieser beiden Hefte glauben wir nicht besser beginnen zu können, als durch die unumwundene Erklärung, dass unsere Erwartungen bei weitem übertroffen sind.

Zunächst möchten wir den Inhalt der beiden Hefte etwas genauer darlegen. Die §§ 1—2 des zweiten Heftes (S. 1—46), welche die Erweiterung der vier Grundrechnungen, die Potenzen, Wurzeln und Logarithmen behandeln, bieten unter den Aufgaben solche Exponential- und irrationale Gleichungen, welche auf Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten hinauskommen; dadurch wird das Uebungsmaterial eben so natürlich wie angenehm erweitert. Unter den bewiesenen Sätzen vermissen wir namentlich einen, welcher für die Rechenoperationen nicht benutzt wird, aber theoretisch, namentlich für die unendlichen Reihen, nicht entbehrt werden kann, nämlich den Satz, dass die Potenz eines echten Bruches mit wachsendem Exponenten unbegrenzt abnimmt; übrigens genügt es nicht, wie meistens geschieht, nur die fortwährende Abnahme zu beweisen.

Die Verfasser haben, wie es im Vorwort zu II. heisst, „dem systematischen Fortschritte, welcher von der discontinuirlichen Reihe der natürlichen ganzen Zahlen durch Einführung der negativen Zahlen, durch Einschaltung der gebrochenen und irrationalen, sowie durch Aufnahme der imaginären Zahlen endlich zu einer unbegrenzten Zahlenebene als bildlicher Darstellung aller complexen Zahlen führt, an jeder Stelle die grösste Aufmerksamkeit zugewandt", und wir erkennen dies mit grossem Danke an. So ist denn nicht nur die Bedeutung der complexen Zahlen klar dargelegt, sondern auch, soweit als es hier anging, die Möglichkeit der Rechnung gezeigt. Auch das Wesen der irrationalen Zahlen ist genau erörtert und die Berechtigung eines irrationalen Schlussresultates klar erwiesen; aber das Rechnen mit solchen Zahlen erfordert nach meiner Meinung einige weitere Betrachtungen, welche ich auch in diesem Werke vermisse.

Der Beweis des Satzes (§ 8), dass das Quadrat einer n-stelligen dekadischen Zahl $2n$ oder $2n - 1$ Stellen enthält, wird durch Ausführung der Multiplication für die höchste Stelle geliefert; um über den Einfluss der folgenden Stellen sicher zu sein, muss der nicht erwähnte Satz hinzugenommen werden, dass die Quadrate von ungleichen positiven Zahlen in gleichem Sinne ungleich sind. Im Uebrigen zeigt auch dieser § viele Vorzüge: klare Beweisführung; die Aufnahme des Verfahrens, wo nur die Reste ohne die Theilproducte hingeschrieben werden; die Angabe der Fehlergrenze, bis zu welcher die Fortsetzung des Wurzelausziehens durch blosse Division ersetzt werden kann.

Ehe die Logarithmen zum praktischen Rechnen benutzt werden, gibt das Buch eine Menge von Uebungen, welche in die Theorie einführen, und zeigt durch die von Baltzer gegebene Tabelle, wie die dekadischen Logarithmen allenfalls berechnet werden können. Bei dieser Behandlung werden dieselben, wie wir zuversichtlich hoffen, nicht zu einem blossen Hülfsmittel der numerischen Rechnung herabsinken.

Die Seiten 47—121 sind den Gleichungen zweiten, dritten und vierten Grades gewidmet. Die quadratischen Gleichungen mit einer Unbekannten sind in derjenigen Weise behandelt, welche auch wir immer für die beste gehalten haben: erst $ax^2 + 2bx = 0$, dann $ax^2 + c = 0$ und endlich die allgemeine Form. Wir möchten wünschen, auch die erste Form würde durch einen eigenen Namen ausgezeichnet. Die allgemeine Form wird in doppelter Weise gelöst: durch die quadratische Ergänzung und durch Zerlegung. Nach einigen weiteren Sätzen, nach vielen trefflichen Beispielen, unter denen natürlich auch Irrationalgleichungen ihre Stelle finden, folgen reducirbare Gleichungen höherer Grade, vor allem die reciproken Gleichungen, letztere wieder nach zwei Methoden gelöst.

Der § 15 fügt die quadratische Form hinzu. Wir sind für

diese Zugabe sehr dankbar, möchten aber bemerken, dass nach unsern Erfahrungen eine frühere Einführung wohl angeht und manche Vortheile gewährt, namentlich wenn man einige Beispiele über das Kürzen und Addiren der Brüche beifügt. Erst so gewinnt die zweite Lösungsart und manche höhere Gleichung ihre wahre Bedeutung und der Satz (§ 13, 4. S 49) über den Zusammenhang der Wurzeln einer Gleichung mit ihren Coefficienten seinen einfachsten Beweis. Von den zwei gegebenen Beweisen dieses Satzes (ein dritter ist angedeutet) können wir den zweiten nicht für richtig halten, da x eben nur einen der Werthe x_1 und x_2 bedeutet, also nur zwei Gleichungen existiren. Den Inhalt des § 15 bildet die Lehre vom kleinsten (resp. grössten) Werthe einer quadratischen Form und vom grössten und kleinsten Werthe der Coefficienten einer quadratischen Gleichung. Besonders angenehm ist es, dass diese Fragen auch in den folgenden arithmetischen Aufgaben ausgiebig berücksichtigt sind, dass sehr viele Aufgaben aus der Geometrie und Mechanik aufgenommen sind und dass manche zu reducirbaren höhern Gleichungen führen.

Mit freudiger Zustimmung werden sicher alle Lehrer denjenigen Theil des Vorwortes zum zweiten Hefte lesen, welcher von den quadratischen Gleichungen mit zwei Unbekannten handelt, und staunend anerkennen, mit welcher Meisterschaft die Verf. in den §§ 17—20 ihre Gedanken für den Unterricht fruchtbringend zu machen verstanden haben. Ausgehend von der Bedingung, dass eine quadratische Gleichung mit zwei Unbekannten in ein Product von linearen Gleichungen zerfalle (der zweite Beweis in der Anmerkung S. 87 beruht allerdings auf einem Versehen), wird gezeigt, dass die Lösung zweier Gleichungen mit zwei Unbekannten auf eine in Determinantenform gegebene cubische Gleichung führt, von welcher eine Wurzel häufig sofort zu ersehen ist. Da dies für gewisse Formen darauf hinauskommt, $x \pm y$ oder $x:y$ und dergl. als neue Unbekannte einzuführen, so kann der Schüler mit vollem Verständniss an eine lange Reihe schöner und interessanter Aufgaben herantreten.

Wir müssen hier dem Wunsche Ausdruck geben, die Verfasser möchten im Anschluss an diesen Theil ihres Werkes eine analytische Theorie der Kegelschnitte herausgeben. Dadurch würde die noch offene Frage, ob die analytische oder die synthetische Behandlung derselben den Vorzug verdiene, ein anderes Licht empfangen.

Den Schluss des zweiten Heftes bildet die Lehre von den cubischen und biquadratischen Gleichungen. Auch hier haben es die Verfasser verstanden, dem Schüler das volle Verständniss zu erschliessen und den sicheren Besitz zu ermöglichen.

Dieselben Vorzüge gelten von den §§ 1—5 des dritten Heftes, in denen die Progressionen, die Kettenbrüche und die diophantischen Gleichungen behandelt werden. Dass neuere Darlegungen genügend

berücksichtigt sind, bedarf kaum der Erwähnung; auch hier scheint uns manche Art von Aufgaben neu zu sein; für die diophantischen Gleichungen ersten Grades sind drei Methoden der Lösung angegeben: die Euler'sche, die Lagrange'sche nach der Darstellung Reuschle's und v. Schäwen's, und die Druckenmüller'sche durch Kettenreihen.

Besondere Vorzüge finden wir in den §§ 6—11 bei der Lehre von den unendlichen Reihen. Schon die allgemeine Theorie zeigt einen wesentlichen Fortschritt, indem sich alle Beweise nicht auf die Summe von unendlich vielen Gliedern, welche gar nicht gebildet werden kann, sondern auf die aus beliebig vielen Gliedern stützen (nur durch ein Versehen heisst es S. 45 vorletzte Zeile „der folgenden Glieder“ statt „beliebig vieler“). Bei manchen Aufgaben des § 6 dürften kurze Anleitungen angebracht sein. Da die Combinatorik auf die Reihenlehre folgt, mussten die Sätze über die Binomialcoefficienten rein arithmetisch bewiesen werden; diese Beweise können natürlich auch bei der umgekehrten Anordnung nicht entbehrt werden. Aber im letzten Falle erhalten die Binomialcoefficienten eine greifbarere Bedeutung und die Sätze über dieselben für ganze Zahlen eine höchst einfache Begründung; auch möchten wir gern den combinatorischen Beweis des binomischen Satzes für ganze Exponenten in der knappen Sprache der Verfasser durchgeführt sehen; deshalb würden wir die andere Anordnung vorziehen. Wie sehr es übrigens die Verfasser verstehen, Strenge und Gründlichkeit mit Klarheit und Einfachheit zu verbinden, zeigen sie bei dem allgemeinen binomischen Satze und der Exponentialreihe, und wir verzichten nur ungern darauf, diese Partie näher zu skizziren. Wenn ferner behauptet worden ist, diese Theorie eigne sich weniger für selbständige Arbeiten der Schüler, so hoffen wir, die beigefügten Beispiele werden zeigen, wie unbegründet eine solche Meinung ist, abgesehen von dem hohen pädagogischen Werthe, welcher in der Theorie selbst liegt. Dass die Exponentialreihe auf den allgemeinen binomischen Satz folgt, erscheint auch uns als nothwendig. Recht interessant ist die Herleitung des Werthes von e^{xi} aus dem rein cyclometrisch bewiesenen Moivre'schen Satze. Wenn dieser kurze und einfache Beweis ganz einwurfsfrei wäre, so würden wir ihn für eine wesentliche Verbesserung halten. Aber auch hier ist eine, allerdings nicht ausdrücklich hervorgehobene Voraussetzung gemacht, dass nämlich auch bei imaginärem, stets wachsendem m sei $e = \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$, während bei der binomischen Reihe solche Exponenten ausdrücklich ausgeschlossen wurden. Dennoch muss die Entwickelung gefallen als eine natürliche Einführung in das allgemeine Rechnen mit complexen Grössen, welche unter fortwährender Berücksichtigung der geometrischen Abbildung in § 10 (S. 66—74) vorgeführt wird. Nachdem bei der logarithmi-

schen Reihe die einfachste Berechnung der Logarithmen genau gezeigt ist, folgt die Combinatorik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung, und den Schluss bildet eine elementare Behandlung der Lehre von den grössten und kleinsten Werthen. Wie über so manche Partie, so ist auch über den letzten Paragraph bereits früher eine Spezialarbeit des einen Herrn Verfassers (Heilermann) erschienen; wir wagen es nicht, ein definitives Urtheil darüber abzugeben, ob für den Unterricht diese Methode, welche nur eine elementare Darlegung des in der Differentialrechnung gebräuchlichen Weges bezweckt, vor der Schellbach'schen den Vorzug verdiene; das gestehen wir aber gern, dass unsere Erfahrungen mehr für die Heilermannsche Methode sprechen.

Wir machen hier auf die Druckfehler und kleinere Versehen aufmerksam. Zunächst aus Heft II. S. 8 Nr. 9, α) und δ), sowie S. 27 B. Nr. 2 und 6 bieten jedesmal dieselben Aufgaben. S. 15, Nr. 13 fehlt in der Antwort vor der ersten Wurzel der Factor 3. S. 16, Aufg. 24 enthält ebenfalls einen Druckfehler; die Aufgabe Nr. 12, S. 20 gehört an eine spätere Stelle, da ihre Lösung zu gebrochenen Wurzelexponenten führt, deren Bedeutung erst in dem zweitfolgenden Paragraphen angegeben wird; S. 27, Aufgabe A. 10 muss es heissen 294849 statt 292849; S. 29, Z. 5 v. u. lies $\pm a$ statt $\pm a^n$; S. 39, Aufg. 2, ζ stehen die Exponenten zu niedrig; in der Tabelle S. 44 und mehrmals im Folgenden ist $\sqrt{10} = 3{,}16228$ (statt $= 3{,}12628$) zu lesen; S. 54 bei den Aufgaben 43—45 fehlt die Angabe, dass die Wurzeln ganzzahlig sein sollen; S. 55, Aufgabe 76 ist vom ersten Grade, kann also nicht die zweite Wurzel haben; S. 56 Nr. 92 ist die zweite Lösung nicht richtig angegeben; S. 60 Nr. 14 wird $a^3x^3 - b^3 = 0$ heissen sollen; S. 60 Nr. 21 hätten wir trotz § 36 B. Nr. 9 die $\sqrt{i}$ in anderer Form gewünscht; S. 63 Nr. 63 α) hat die dritte und vierte Lösung den Factor $\frac{1}{10}$ statt $\frac{1}{2}$. Soll nicht S. 63, Aufg. 72 heissen $x^4 + 1$ statt $x^4 - 1$? S. 90, Aufg. 12 heisst der erste Factor $2x - 3y + 1$ statt $+ 3y$; S. 97, Aufg. 65 lies $\sqrt{b^2 - ac^2}$; in der zweiten Lösung von Aufgabe 71 ist das Zeichen des Radicanden unrichtig; S. 111 Z. 2 v. o. lies $\frac{3}{4} r^2 x$ statt $\frac{3}{4} r^2 \cos$; S. 115 Z. 9 v. u. lies R^2 statt R. Im dritten Hefte habe ich nur Folgendes bemerkt: S. 40, Aufgabe 30 fehlt y; S. 58 Aufg. 12 lies x^8 statt x^{-8}; S. 79 lies $\log e$ statt $\log 2$; S. 90 fehlt bei der Definition der Wahrscheinlichkeit die Bemerkung, dass die Fälle gleich möglich sein müssen; S. 93 Z. 20 v. o. lies $w_2 = \frac{6}{36}$ statt $\frac{5}{36}$.

Jetzt können wir dazu übergehen, die charakteristischen Eigenschaften dieses Lehr- und Uebungsbuches, welches seinen Namen voll und ganz verdient, etwas genauer hervorzuheben. Die theoretischen Abschnitte enthalten die nothwendigen Gesetze in kurzer, streng richtiger Fassung und in seltener Vollständigkeit. Der Stoff

ist zudem so reichhaltig, dass der Lehrer selbst an Realschulen kaum über denselben wird hinausgehen können und somit der Schüler von seinem Lehrbuche nie im Stich gelassen wird. Aber alle minder nothwendigen Partien sind in eigene Paragraphen zusammengefasst und in den beiden ersten Heften äusserlich bezeichnet, so dass sie dem schwächeren Schüler in keiner Weise schaden können. Das Einzige, was über den vorgeschriebenen Lehrstoff hinausgeht und doch einen integrirenden Theil des Werkes bildet, ist die Determinantentheorie; aber sie gewährt so viele Vorzüge, dass man in ihrer Aufnahme schwerlich eine Mehrbelastung erblicken wird.

Die Beweise sind äusserst knapp gefasst, aber so einfach, klar und streng richtig gegeben, dass ihr Verständniss selbst dem schwächsten Schüler keine Mühe machen kann.

Es gewährt sicherlich manche Vortheile, dass die Beispiele immer möglichst bald auf die zu benutzenden Sätze folgen; aber aus diesem Grunde mussten oft nahestehende Regeln weit getrennt werden. Manchem Lehrer würde es daher mehr gefallen, wenn die Lehrsätze in übersichtlicher Form zusammengestellt wären, wie es vielleicht am trefflichsten in Worpitzky's Elementen durchgeführt ist. Immerhin dürfte es der Erwägung werth sein, ob sich nicht wenigstens ein Mittelweg finden liesse.

Den grössten Raum nehmen die Aufgaben ein. Die hohen Vorzüge, welche wir dem ersten Hefte in dieser Hinsicht zusprechen mussten, gelten in erhöhtem Maasse von den folgenden: Eleganz, Natürlichkeit, Mannigfaltigkeit. Die ersten Aufgaben bringen jedesmal die betreffende Regel in voller Reinheit zur Anwendung, die folgenden setzen dieselbe in Verbindung mit recht vielen früheren Sätzen, ohne je die Kräfte des Schülers zu überschreiten oder in Räthselaufgaben überzugehen.

Die Aufnahme von historischen Notizen in das Lehrbuch verdient besondere Beachtung, da die Geschichte unserer Wissenschaft, früher so vielfach vernachlässigt, das vorzüglichste Band ist, welches diesen Unterrichtszweig mit den übrigen verbindet. Man darf hierin jedoch nicht zu weit gehen, da die Aufgabe jedes Fortschritts oder gar jeder eigenthümlichen Beweisart den Blick des Schülers von der Hauptsache ablenkt. So haben denn die Verfasser ohne Zweifel das Richtige getroffen, indem sie, ohne sich in Einzelheiten zu verlieren, in kurzen Anmerkungen die hauptsächlichsten Momente aus der Geschichte der Algebra hervorgehoben haben. (Nur durch ein Versehen wird der Erfindung der Exponentialreihe durch Newton nicht gedacht.)

Einer besonderen Empfehlung glauben wir bei diesem Werke überhoben zu sein; aber wir können nicht schliessen, ohne nochmals unsere Freude darüber auszudrücken, dass die Herren Verfasser unsere Literatur durch eine so treffliche Leistung bereichert haben.

Brilon. Dr. W. Killing.

Wittstein, Th., Dr. und Prof., Die Methode des mathematischen Unterrichts. Nebst Proben einer schulmässigen Behandlung der Geometrie. Hannover, Hahn'sche Buchhandlung. 1879. (Abdruck aus Mager's pädagogischer Revue.) Pr. ℳ 1,20.

Das vorliegende Buch ist ein neuer Beweis, wie selbst tüchtige und anerkannte Autoren auf dem Gebiete des Schulunterrichts mitunter flüchtig und die Fortschritte der Wissenschaft (hier der Didaktik) und der Schulpraxis — ignorirend, arbeiten. Nach der Vorrede sind die im Buche enthaltenen drei Artikel in Mager's pädagogischer Revue, einer seiner Zeit sehr verdienstlichen Zeitschrift, zuerst niedergelegt, aber man erfährt nicht, wann und wo, so dass man nicht einmal in der erwähnten Zeitschrift nachschlagen und das Alter der Aufsätze bestimmen kann*). Das Buch hat auch kein Inhaltsverzeichniss, und von den drei Artikeln trägt keiner eine (Special-) Ueberschrift, welche den Leser vorläufig über den Inhalt informirte. „Der Text der Artikel erscheint hier beinahe unverändert," sagt der Verfasser im Vorwort; ein Beweis, wie wenig er sich um die seitdem gemachten Fortschritte und errungenen Resultate der Didaktik gekümmert hat. Zwar ist ja das Meiste — wenn nicht Alles, was dort gesagt ist — wahr und zu unterschreiben, und man darf am Ende das schon hundertmal gesagte Wahre, wenn es schwer oder nicht anerkannt wird, auch noch zum 101. Male sagen; sicher bleibt es immer ein Verdienst, der Erste oder einer der Ersten gewesen zu sein, welche Bahn gebrochen haben. Wenn aber heute Jemand die Einrichtungen der ersten Eisenbahnen in Deutschland**), die er vielleicht selbst mit getroffen hat, anpreisen wollte, so würde man doch verwundert den Kopf schütteln. Aehnlich verhält es sich hier. Zuvor aber sei es gestattet, den Inhalt dieser drei Artikel in Folgendem kurz zu skizziren:

1. Artikel (S. 1—41), der umfangreichste, verbreitet sich im Allgemeinen über die mathematische Methode und setzt besonders das Wesen der genetischen Methode auseinander.

2. Artikel (S. 42—79) erläutert den Gang der genetischen Methode an dem Beispiele der Geometrie.

3. Artikel (S. 80—92) spricht über das Wesen und die Nothwendigkeit der geometrischen Propädeutik.

Verfasser ignorirt nun in diesen drei Artikeln die seit jener Zeit gemachten Fortschritte in der Didaktik. Als ob hierin von Anderen gar nichts geschehen oder geschrieben wäre! Es sieht beinahe aus, als habe Verfasser unterdessen auf dem Gebiete der

---

*) Da das pädagogische Archiv, begründet von Langbein, die Fortsetzung der Mager'schen Revue, die wir hier leider nicht erlangen konnten, sein soll, und jenes im 22. Jahrgange steht, so könnten die erwähnten Aufsätze etwa in den sechziger Jahrgängen stehen, als das Buch von Snell (1841) längst geschrieben war.

**) Wir haben sie noch, als Knabe, gesehen.

Pädagogik, speciell der Didaktik, einen Winterschlaf gehalten. Besonders über das, was Verfasser im 3. Artikel über Propädeutik sagt, ist die Schulpraxis längst hinausgegangen. Verfasser erwähnt nicht ein einziges der Werke, die hierüber geschrieben worden sind, auch nicht eines von jenen, die nach genetischer Methode verfasst worden und so zu sagen epochemachend gewesen sind (Thibaut, Snell und Schlömilch), so dass der Uneingeweihte, der diese abgelagerten Abhandlungen liest — und hier denken wir besonders an junge, erst von der Universität kommende Lehrer — glauben muss, der Herr Verfasser sei der einzige Pionier auf dem Felde mathematisch-naturwissenschaftlicher Didaktik. Daher sind auch neuere Methoden und einige in der Schule nicht mehr abzuweisende Disciplinen mit keiner Silbe erwähnt, z. B. die Durchdringung der Euklid'schen Geometrie mit der synthetischen (organischen) oder neueren, die modernen Methoden bei der Auflösung der Gleichungen (s. Diekmann's u. A. Arbeiten), die Determinanten und die synthetische Behandlung der Kegelschnitte u. a. m.*) Wenn der Herr Verfasser daher in der Vorrede den Zweck seiner Schrift dahin angibt, „einen Beitrag zu liefern zur Erörterung der Frage, wie der Unterricht in der Mathematik nach Massgabe der Forderungen der heutigen Pädagogik zu ertheilen, beziehungsweise inwieweit er zu reformiren sei", so dürfen wir diesen Zweck als nur theilweise erreicht bezeichnen, da die „heutige" Pädagogik, wie die Chemie, sich schon bedeutend „gehäutet" hat. Wir müssen deshalb auch den geringschätzenden Ton bedauern, mit dem der Herr Verfasser in der Vorrede von der Aufgabensammlung von Bardey und dem von Bertram „verwässerten" Meier Hirsch spricht. Gerade Bardey hat hinsichtlich der Methodik des arithm. Unterrichts nicht zu läugnende Verdienste, indem er über den weniger methodischen Heis hinausging. — Ueberhaupt berechtigt der Titel des Buches („Die Methode des mathematischen Unterrichts") zu ganz anderen Erwartungen, als sie das Buch erfüllt. Es berücksichtigt einseitig die Geometrie, hält aber auch hier einen älteren Standpunkt fest. Unsere Zeitschrift, welche der Pflege des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts seit nun zehn Jahren dient, erwähnt Verfasser, wie andere auch, nicht mit einer Silbe. Wir brauchen deshalb keine Thräne zu vergiessen, denn sie ist anerkannt genug. Aber — wie ganz anders würde die Schrift des Herrn Verfassers wirken, wenn sie nicht blos ein Abdruck abgelagerter Aufsätze wäre, sondern wenn sie, gleich einem Phönix, der Asche entstiegen, in verjüngtem Geiste und erneutem Gewande dem mathematischen Leserpublikum sich vorgeführt hätte! H.

---

*) Die Trigonometrie und die Stereometrie, in ihrer Verbindung mit der Projectionslehre, ignorirt der Verfasser gänzlich!

I. WENCK, Dr. JULIUS (Director der herzogl. Baugewerbe- und Gewerbeschule zu Gotha), Die graphische Arithmetik und ihre Anwendungen auf die Geometrie. Mit 13 lithogr. Tafeln, über 223 Figuren enthaltend. Berlin 1879. Nicolaische Verlags-Buchhandlung. Pr. 3 *M.*

II. MIKOLETZKY, JOS. (k. k. Professor an der I. deutschen Staatsoberrealschule zu Prag), Construction algebraischer Ausdrücke und deren Anwendung in der Elementargeometrie. Zum Gebrauche an Realschulen und verwandten Anstalten. Mit 96 Figuren auf 2 Tafeln. Prag 1879. Verlag von Kasmack und Neugebauer. Pr. 80 kr.

Beide Schriften verfolgen ähnliche Zwecke, gehen aber in ihren Zielen auseinander. Beide beschäftigen sich mit der Darstellung von Zahlen durch Linien auf dem Wege der Construction oder mit der Umsetzung jeder beliebigen Zahl in eine Linie und einer Linie in eine Zahl; sodann mit der Anwendung solcher Constructionen auf die Geometrie. Während aber Herr Wenck hauptsächlich den künftigen Techniker mehr im Auge hat und auf die graphische Statik vorbereiten will, daher sehr ausführlich ist, beschränkt sich Herr Mikoletzky auf das Bedürfniss und die Forderung des Lehrplans für österreichische Real- und Gewerbeschulen und hat ein in der That vortreffliches kleines Lehrbuch für diese Schulen geliefert.

Verfolgen wir den Inhalt jedes einzelnen Buches.

I. Nach einer kurzen Einleitung über das Wesen der graphischen Arithmetik werden im ersten Abschnitt alle arithmetischen Operationen vom Addiren bis zum Logarithmiren in der Ordnung, wie sie beim Unterricht in der allgemeinen Arithmetik üblich ist, durchgenommen, und es schliesst dieser Abschnitt ab mit der logarithmischen Linie und der logarithmischen Spirale und der Erklärung, wie man mit diesen Linien graphisch alle diejenigen Operationen ausführen könne, die man sonst mit Logarithmentafeln macht. Die Erklärungen sind überall ausserordentlich klar, und wenn wir dem Verfasser einen Vorwurf machen sollten, so wäre es der — zu grosser Ausführlichkeit in den ersten einfacheren Rechnungsarten. Im zweiten Abschnitt werden die Gleichungen behandelt. Ausgehend von den Gleichungen der geraden Linie von der Form $y=\frac{a}{b}\cdot x$ und $y=\frac{a}{b}x+c$, deren Construction gelehrt wird, wird gezeigt, was man zu thun habe, wenn die Bedingung, dass $y=0$ sein soll, hinzutritt; dann folgen die Gleichungen 1. Gr. mit zwei Unbekannten. Aufgefallen ist uns, dass der Verfasser die Construction der Geraden nicht auch durch die einfache Bestimmung der Durchschnittspunkte derselben mit den beiden Coordinatenaxen lehrt. Bei der Construction der Gleichungen 2. Gr. werden die Gleichungen des Kreises, der Ellipse, Hyperbel und Parabel behandelt und die Haupteigen-

schaften dieser Curven erläutert, wobei die Gleichungen der Curven als bekannt vorausgesetzt werden. Von höheren Gleichungen wird die graphische Bestimmung der Wurzel an je einem Beispiel 3. und 4. Grades gezeigt. Im dritten Abschnitt werden das allgemeine Glied und die Summe der arithmetischen und geometrischen Reihen graphisch dargestellt und die Aufgaben der Zinsrechnung gelöst. Die folgenden Abschnitte enthalten Vervielfältigung und Theilung von Linien und Winkeln, Verwandlung von Figuren in zahlreichen Aufgaben, graphische Berechnung des Flächeninhaltes von Figuren, regelmässigen und unregelmässigen, geradlinigen und krummlinigen, incl. Ellipse und Parabelsegment; Addition und Subtraction der Figuren mit sehr zahlreichen Aufgaben, Multiplication und Division der Figuren; graphische Bestimmung der Volumina und der Oberflächen der Körper. Bei allen diesen Aufgaben wird, wie schon oben bemerkt, die Kenntniss der betreffenden geometrischen Regeln der Berechnung vorausgesetzt und sofort mit den bezüglichen Formeln graphisch operirt; bei den schwierigeren Körpern, wie bei dem Prismatoid, wird auch die Kenntniss der Anfertigung von Grund- und Aufriss vorausgesetzt. Sonach enthält das Buch des Interessanten und Nützlichen gar Vieles; manches davon kann auch beim Unterricht an Real- und höheren Bürgerschulen Verwendung finden; jedenfalls kann es für den Unterricht an technischen Bildungsanstalten und für den Techniker sehr empfohlen werden.

II. behandelt die vier Grundoperationen auf graphischem Wege in ähnlicher Weise, wie No. I, aber weit kürzer und mehr dem Gebrauch in Realschulen angemessen. Das hübsche Capitel bei Wenck über die Gleichungen vermissen wir hier ungern; dagegen finden wir die Construction algebraischer Ausdrücke und Anwendung derselben zur Lösung geometrischer Aufgaben zwar kurz, aber recht gut ausgeführt. Die Zahl der Aufgaben kann leicht von dem Lehrer nach Bedürfniss vermehrt werden. Die graphische Flächenberechnung erstreckt sich nur bis auf den Kreis, was für das Bedürfniss der Realschulen vollkommen ausreichend ist. Der Paragraph über die Verwandlung der Flächen kann als eine Fortsetzung der Anwendung der Construction algebraischer Ausdrücke angesehen worden, und ist mit zweckmässigen Aufgaben ausgestattet. Dasselbe gilt von den letzten Paragraphen über Summen und Differenzen und Theilung der Figuren; die graphische Körperberechnung beschränkt sich auf das Prisma, den Würfel, Cylinder, Kegel, Kegelstumpf und die Kugel. — Wir sind überzeugt, dass sich das kleine Werk bei Lesern, die ein solches als Leitfaden in der Schule bedürfen, Freunde erwerben wird.

Lübeck. Chr. Scherling.

JORDAN, Dr. W. (Professor der Vermessungskunde am Grossherzogl. Polytechnikum zu Karlsruhe), Handbuch der Vermessungskunde. Zweite umgearbeitete und vermehrte Auflage des „Taschenbuchs der praktischen Geometrie“. I. Band. Methode der kleinsten Quadrate und niedere Geodäsie. IV u. 717 S. II. Band. Höhere Geodäsie. IX u. 492 S. gr. 8. Preis zusammen 24 *M* (I. Bd. 14 *M*., II. Bd. 10 *M*). Stuttgart, Verlag der Metzler'schen Buchhandlung. 1877 und 1878.

Obschon es nicht erste Aufgabe unserer Zeitschrift ist, rein- und special-wissenschaftliche Werke zu besprechen, so müssen wir doch in besonderen Fällen von der Regel abweichen, wenn es gilt, unseren Fachgenossen, denen im Allgemeinen das Feld der angewandten (oder praktischen) Mathematik ferner liegt als das der reinen, auf eine ausgezeichnete Leistung aufmerksam zu machen. Eine solche liegt aber hier vor. Denn mögen wir — um von Tobias Mayer gar nicht zu reden — Werke älteren Datums über diesen Gegenstand, wie etwa Barfuss Messkunde (3. Aufl. Weimar 1854) oder Bauernfeind Elemente der Vermessungskunde (2. Aufl. 1862), oder neuere, wie etwa Hartner (ed. Wastler) Handbuch der niederen Geodäsie (5. Aufl. Wien 1876), oder endlich Hunaeus Lehrbuch der praktischen Geometrie (2. Aufl. Hannover 1868), die uns ebenfalls vorliegen, damit vergleichen — sie alle erreichen das vorliegende weder bezüglich des Umfangs noch der Tiefe des Inhalts. Dasselbe hat sich eben die wissenschaftliche Darstellung des heutigen Standes der niederen und höheren Geodäsie zur Aufgabe gemacht.

Es sei uns gestattet, unseren Lesern den Inhalt des Werkes zu skizziren:

Der I. Band enthält in seinem ersten Theile einen Abriss der „Methode der kleinsten Quadrate“ oder der „Theorie der Beobachtungsfehler“ (S. 3—136, Cap. I—III) nebst dem Geschichtlichen dieser Theorie. Hier werden sowol die für die niedere Geodäsie nöthigen elementaren Sätze der Ausgleichungsrechnung, als auch die für die höhere Geodäsie (Haupttriangulirungen) nöthigen weitergehenden Theorien behandelt. Ausserdem ist als selbständiges Capitel die neuere Theorie der Genauigkeit der geodätischen Punktbestimmung (Fehlerellipse, Genauigkeitscurven) hinzugefügt.

Im zweiten, umfangreicheren Theile des I. Bandes folgt (S. 139—712) in 18 Capiteln die niedere Geodäsie, und zwar die Aufnahmen für ökonomische und technische Zwecke in selbständiger Auffassung und Darstellung. Eingewebt sind nicht weniger als 12 Zahlentabellen (Tafeln) an verschiedenen Stellen, und ein Anhang (S. 713—717) gibt Vergleichungen und Bezeichnungen (Abkürzungen) der Maasse. Das Ganze ist durch viele Figuren im Text veranschaulicht und für die Anwendung durch praktische Zahlenbeispiele erläutert.

Der II. Band, welcher als dritter Theil (S. 3—492) die höhere Geodäsie in 12 Capiteln enthält, behandelt die Anlage und Ausgleichung von Haupttriangulirungen für Landesvermessungs- und Gradmessungszwecke, sphärische und sphäroidische Coordinaten, die geodätische Linie, Lothablenkung, Bestimmung der Erddimensionen, und schliesst mit einem Capitel über Kartenprojectionen.

Hier nun wird, besonders in den letzten Capiteln, schon ein ausgiebigerer Gebrauch von der höheren Mathematik gemacht. Auch in diesem Bande sind Zahlentafeln (und zwar 18) an verschiedenen Orten eingestreut.

Das Vorstehende dürfte genügen, um die für praktische Geometrie sich interessirenden Leser dieser Zeitschrift auf dieses sowol nach Umfang als auch nach Tiefe gleich vorzügliche Werk aufmerksam zu machen, damit sie, was recht sehr zu wünschen ist, dadurch aufs Neue angeregt werden, ihren geometrischen Unterricht (wie das bereits Mayer in Karlsruhe in seinem Programme Realgymn. zu Karlsruhe 1878/79 gethan hat) durch Beispiele aus der Geodäsie von der trostlosen Dürre „grauer Theorie" erlösen und ihn am „grünen Baume des Lebens" fruchtbringender machen. H.

GUGLER (Professor an der technischen Hochschule zu Stuttgart), Lehrbuch der descriptiven Geometrie. Mit 12 Kupfertafeln in Mappe und 23 Holzschnitten im Text. Vierte Auflage. Stuttgart bei Metzler. 1880. Preis ?

Diese neue Auflage des bereits im Jahrg. VI (1875) dieser Zeitschrift S. 405/6 von höchst competenter Seite recensirten Buches ist ohne Vorrede, so dass man, ohne die dritte Auflage vor sich zu haben, eigentlich nicht recht weiss, woran man mit ihr ist, ob sie eine unveränderte oder eine vermehrte und verbesserte ist. Wir müssen uns daher jedes Urtheils über den Inhalt des Buchs enthalten und bemerken nur, dass ein alphabetisches Register bei einem Buche, das in vierter Auflage erscheint, nichts Unnöthiges, vielmehr eine Höflichkeit gegen den Leser gewesen wäre. Auch will es uns praktischer erscheinen, wenn die Figurentafeln in Form des zugehörigen Textes gedruckt werden, weil dann beide (Text und Tafeln) beim Studium neben einander leichter zu handhaben sind. H.

Mädler, Dr. J. H. v. (weiland kaiserl. russischer wirkl. Staatsr., Dir. a. D. der Sternw. Dorpat etc. etc.), Der Wunderbau des Weltalls oder populäre Astronomie. Siebente Aufl. Neu bearbeitet und vermehrt von Prof. Dr. W. Klinkerfues (Dir. d. Sternw. zu Göttingen). Nebst einem Atlas, astron. Tafeln, Abbildungen und Sternkarten enthaltend, und dem Bildnisse des Verfassers. Berlin, 1879. E. Bichteler & Co., Hofbuchhandlung. gr. 8⁰. VIII u. 748 Seiten. Preis 11 *M*.

Die Einleitung und die Vorrede orientiren uns über die Absichten des (während der Bearbeitung der vorliegenden Auflage verstorbenen) Verfassers bei Abfassung des Werkes und über den Leserkreis, den er insbesondere vor Augen hatte. Es heisst in der Einleitung (S. 4): „Wer nichts weiter verlangt als einzelne Fragmente, mehr oder weniger interessante Notizen über diesen und jenen Weltkörper, von dem kann man allerdings sagen, dass er ganz und gar keiner Vorkenntnisse bedürfe. Wer dagegen nicht so gänzlich auf alle und jede eigene Einsicht in den wahren Verlauf der Erscheinungen verzichten, wer den Beweisen der wichtigsten Lehrsätze folgen, wer mit einem Worte eine — zwar nicht vollständige und streng systematische — doch aber in sich zusammenhängende Kenntniss der Hauptthatsachen sich erwerben will, der wird auch in den Hülfswissenschaften und vor Allem in der Mathematik nicht durchaus Fremdling sein dürfen; insbesondere ist die Kenntniss der trigonometrischen Linien von wesentlichem Einflusse — — —. Weit höhere Forderungen aber müssen an denjenigen gestellt werden, der selbstthätig die Wissenschaft fördern und insbesondere astronomische Rechnungen ausführen will — —. Gegenwärtiges Lehrbuch soll nun eine besondere Rücksicht auf die zweite Klasse der Leser nehmen. Es wird demzufolge manche interessante Resultate, die aber einer elementaren Herleitung schlechterdings widerstreben, blos historisch und höchstens mit einer Andeutung des Weges, auf welchem sie erhalten worden sind, anführen. Man wird Anleitungen, Planeten- und Kometenbahnen zu berechnen, hier vergebens suchen, — — —. Nur über die Herleitung der Oerter aus gegebenen Bahnen wird Einiges beigebracht werden können. Ueberall wird die möglichst einfache Entwickelung, selbst wenn sie nicht die kürzeste und eleganteste sein sollte, derjenigen vorgezogen werden, die ein höheres Maass von Kenntnissen voraussetzt, — —." In der Vorrede (zur ersten Auflage) wird ferner bemerkt, dass die wenigen populären Werke über Astronomie, die wir besitzen, theils zu voluminös seien und zu viel von den Hülfswissenschaften enthalten, theils zu wenig auf die speciellen Verhältnisse der einzelnen Weltkörper eingehen, „während es doch gerade diese sind, welche das Studium astronomischer Schriften für den Laien so überaus interessant machen".

Der Verfasser hat die in dem Angeführten angedeutete Auf-

gabe mit grossem Geschick gelöst, und so haben wir es denn mit einem populären Werke in dem guten Sinne des Wortes zu thun, mit einem Werke, das von der rein wissenschaftlichen Form absehend die Lehren der Astronomie in so weit thunlich allgemein verständliche Sprache (verständlich für jene, welche die geforderten Vorkenntnisse mitbringen) kleidet, das aber an den Leser, wie jedes gute Buch muss, die Anforderung stellt, die Mühe des Mit- und Durchdenkens nicht zu scheuen. Hierin ist es zu seinem grossen Vortheil ungleich den auf dem Büchermarkte so häufig erscheinenden populären Werken, welche die Schwierigkeiten hinter einem Schwall von Worten und poetisch sein sollenden Floskeln verstecken und dem Leser weiss machen wollen, es liesse sich ein populär wissenschaftliches Werk wie ein Roman lesen, in den man zum Zeitvertreib hineinblickt.

Es kann allerdings auch die erste Klasse von Lesern, die also ein zu geringes Maass von Vorkenntnissen mitbringt, viele Partien, namentlich die, welche sich mit der Schilderung der einzelnen Weltkörper abgeben, die mathematischen und mechanisch-physischen Begründungen übergehend mit Genuss lesen und eine Fülle von Anregungen gewinnen, nur möchten wir dies nicht als eine Beschäftigung mit Astronomie bezeichnen; für denjenigen, der das Buch wahrhaft ausnützen will, bleibt ein, wenn auch nicht übermässiges Maass mathematischer Kenntnisse, wie oben bemerkt, unerlässlich und überdies muss er auch eine zweite Vorbereitung mitbringen, deren der Verfasser nicht erwähnt, die er aber sicherlich voraussetzt. Es ist dies die Kenntniss der scheinbaren, mit unbewaffnetem Auge wahrnehmbaren Vorgänge am Himmel. Wer dieselben nicht besitzt, der suche sich diese, bei ernstem Willen leicht und in kurzer Zeit zu erlangenden Anschauungen zu erwerben; aus dem „Wunderbau des Weltalls“ dürfte er in Folge der gesammten Anordnung der Materien diese elementaren Grundlagen jeder gesunden Weltanschauung schwer erlangen, und es dürfte sich aus diesem Mangel eine schiefe Auffassung gar mancher Partie ergeben. Mädler selbst hat sich an einem anderen Orte („Ueber Himmelskunde als Lehrobject in Unterrichtsanstalten“, in „Reden und Abhandlungen über Gegenstände der Himmelskunde von Dr. J. H. v. Mädler, Berlin, 1870“ — besprochen in dieser Zeitschrift Jahrg. II., S. 239 ff.) über den ersten astronomischen Unterricht ausgesprochen. Wer das in dem angezogenen Vortrage Gesagte mit der Abfassung des „Wunderbaus“ vergleicht, wird uns zustimmen, dass Mädler bei seinen Lesern die Kenntniss der scheinbaren Vorgänge am Himmel voraussetzt.

Es gibt noch eine, wenn auch minder zahlreiche Gruppe von Personen, welche Mädler in seiner Classification nicht anführt und für welche doch sein Buch von besonderem Werthe sein muss. Es sind dies die Dilettanten in der Astronomie. Von einem gewissen Maasse astronomischer Einsicht, das sich allerdings nicht genau ab-

zirkeln lässt, das aber jedenfalls eine klare Auffassung des Copernicanischen Systems und des Gravitationsgesetzes umschliesst, kann sich keiner lossprechen, der den Anspruch auf Bildung erhebt. Aber die „Königin der Wissenschaften“ übt einen solchen Reiz aus, dass gar Mancher, dem es durchaus nicht in den Sinn kommt, ihr Studium zu seiner Lebensaufgabe zu machen oder sie durch Entdeckungen bereichern zu wollen, sich denn doch eingehender mit ihr beschäftigen will. Er vergnügt sich, so weit seine Mittel ihm gestatten, an Beobachtungen oder führt zu seinem Vergnügen Rechnungen aus. Für einen solchen Dilettanten ist das Mädler'sche Buch ein wahrer Schatz; es bietet ihm einen Einblick in alle Theile der Astronomie; er kann mit dessen Hülfe ermessen, was er nach Maassgabe seiner Hülfsmittel in Angriff nehmen kann, was nicht. Zu diesen Dilettanten rechne ich natürlich jene Männer nicht, welche ohne an einer Sternwarte zu wirken, vielleicht nur in ihren Mussestunden sich wissenschaftlich mit Astronomie beschäftigen; das sind Astronomen. Man kann, wie uns die Geschichte der Astronomie lehrt, sehr gut Postmeister oder sonst was sein und doch als tüchtiger Astronom die Wissenschaft fördern.

Dass man trotz der Vorzüglichkeit des Werkes mit der Darstellung des Einen oder des Andern nicht immer einverstanden sein muss, dass sich namentlich in Folge der nicht streng abgemessenen, vorausgesetzten Vorbildung manche Ungleichförmigkeiten in der Behandlungsweise einschleichen mussten, sind Mängel so untergeordneter Natur, dass sie kaum in die Wagschale fallen. Wir werden in der nun folgenden Uebersicht des Inhalts den Leser in die Lage setzen, sich auch in dieser Richtung, wie auch über die nicht zu unterschätzende Bereicherung, welche diese Auflage Klinkerfues zu danken hat, ein selbständiges Urtheil zu bilden.

Der erste Abschnitt „die Himmelskugel und ihre Eintheilung, Himmelsgloben und Himmelskarten“ S. 6—18 folgt einer kurzen Einleitung und gibt auf nur zwölf Seiten die Erklärungen über Linien und Punkte an der Himmelskugel, also Erklärung der drei Coordinatensysteme (des Aequators, des Horizonts und der Ekliptik), der Beziehungen der Bewegung der Erde (oder Himmelskugel) zum Horizont, also Culmination, Circumpolarsterne u. s. w., ferner eine Anweisung zur Auffindung der Sternbilder. Man sieht es der Abfassung des Abschnittes an, dass sein Inhalt eine Recapitulation schon bekannter Thatsachen sein solle. Die Darstellung ist zwar überall klar; durch die grosse Fülle der hier erörterten Begriffe aber wäre es für denjenigen, dem diese durchaus fremd wären, nicht gut möglich, sie zu bewältigen. Von dem Standpunkte aus, dass der Verfasser, wie wir oben bemerkt, nicht ein Elementarbuch der astronomischen Geographie, sondern eine populäre Astronomie geschrieben, wird man es billigen, hier eine solche Versirtheit in diesen Begriffen vorausgesetzt zu haben, dass diese gedrängte Zusammenfassung genügt.

Der zweite Abschnitt „die Erde als Weltkörper betrachtet" S. 18—33 führt sogleich alle Verhältnisse der Erde, die zur Astronomie gehören, vor. Gestalt und Grösse der Erde werden zunächst besprochen. Nach kurzer Erwähnung älterer Ansichten über die Gestalt der Erde werden die auf Messungen gegründeten Schlüsse über Gestalt und Grösse angeführt. Die ersten Messungen (Picard, Dominique Cassini) ergaben für den Süden Frankreichs einen längeren Meridiangrad als für den Norden, woraus eine ellipsoidische, d. h. nach den Polen in die Länge gezogene Gestalt folgen würde. Newton dagegen folgerte aus mechanischen Gründen eine sphäroidische d. h. an den Polen abgeplattete Gestalt, welche durch spätere Messungen vollkommen bestätigt wurde. Sämmtliche Messungen werden nun in Betracht gezogen und gezeigt, dass die Erde als ein Sphäroid angesehen werden kann, bei dem sich der Aequatorial- zum Polardurchmesser wie 299,1528 : 298,1528 verhält, die Abplattung in runder Zahl also $^1/_{300}$ betrage, dass aber die Einzelmessungen zahlreiche (geringe) Abweichungen von einem Normalsphäroid zeigen und dass so genau und sicher die allgemeine Form der Erde bestimmt ist, ihre detaillirte Gestalt trotz der vielen Messungen noch nicht endgiltig feststeht*).

Die Verschiedenheit der Tages- und Jahreszeiten auf verschiedenen Punkten der Erde werden nun unter Voraussetzung der Rotation und Revolution der Erde erklärt und die Schiefe der Ekliptik angegeben. Wie diese gefunden wird, wird hier nicht erörtert, wol aber angegeben, dass sie nicht ganz constant sei, sondern innerhalb vieler Jahrtausende zwischen $27^1/_2$ und $21^1/_2{}^0$ schwanke. Dies erkläre jedoch nicht die durch geologische Untersuchung bewiesene Thatsache, dass in früheren Erdperioden in der gemässigten, ja kalten Zone Europas ein Tropenklima geherrscht habe. Dies rühre vielmehr von der damals noch auf die Temperatur der Oberfläche einwirkenden, noch heute vorhandenen inneren Erdwärme her.

Aus der Stellung der Erdaxe ergeben sich die Zonen und die verschiedene Länge des längsten und kürzesten Tages auf verschiedenen Punkten der Erdoberfläche. Eine Tafel gibt diese Längen für verschiedene Parallelkreise in üblicher Weise. — Nun wird darauf hingewiesen, dass auch bezüglich des Mondes und der Planeten die Erscheinungen sowol auf den verschiedenen Parallelen der Erde, als auch im Laufe der Zeit an demselben Parallel verschieden sind, so dass beispielsweise auf dem Parallel $28^0\ 45'$ der Mond erst immer nach Verlauf von 19 Jahren wieder ins Zenith kommen kann. Zugleich wird der Begriff der Parallaxe entwickelt und ihr Einfluss auf die Erscheinungen angegeben.

---

*) Die grosse internationale europäische Gradmessung, die noch immer weiter geführt wird und eine glänzende, leider einzige Ausnahme von der nationalen und staatlichen Disharmonie bildet, hat weitere, von Mädler noch nicht benützte Daten zu diesem Problem geliefert.

Ich habe diesen Abschnitt so ausführlich seinem Inhalte nach ausgezogen, um die Art der Darstellung zu charakterisiren. Der Leser wird wieder bestätigt finden, was früher gesagt worden, dass das Werk für ein erstes Studium der astronomischen Erscheinungen nicht eingerichtet ist, dass dagegen jene, welche eine hinreichend gefestigte Anschauung der elementaren Vorgänge zum Studium desselben mitbringen, darin eine bis auf die Details eingehende, in der Darstellung lichtvolle Belehrung finden.

Der dritte Abschnitt „die Atmosphäre der Erde und ihre Wirkungen in Bezug auf astronomische Erscheinungen" S. 33—42 beschäftigt sich mit den Erscheinungen im Luftkreise und den Modificationen, welche durch denselben die astronomischen Erscheinungen erleiden. In der Weise wie in elementaren Lehrbüchern der Physik wird das Gesetz der Dichte der Luft in verschiedenen Höhen mathematisch gefunden und die Formel für barometrische Höhenmessungen abgeleitet, für die Correctionen jedoch auf andere Werke hingewiesen. Terrestrische und astronomische Strahlenbrechung wird nun erörtert und der Einfluss der letztern auf den scheinbaren Ort der Sterne in verschiedener Höhe, auf die scheinbare Gestalt der auf- und untergehenden Sonne und des Vollmondes, auf Tageslänge am Aequator und Pol angegeben und die Reflexion der Atmosphäre (Dämmerung und Gegendämmerung) besprochen. Die Luft, deren gesammte Masse $^1/_{1221300}$ der Erdmasse beträgt, nimmt an beiden Bewegungen der Erde Antheil; die Winde sind also nicht, wie früher fälschlich angenommen worden, Folge der Rotation der Erde, wenn sie auch durch dieselbe modificirt werden. (Hier begegnen wir der ersten Note des Herausgebers.) Die Luft gehört nur der Erde an, der den Weltenraum erfüllende Aether ist von ihr gänzlich verschieden.

Der vierte Abschnitt behandelt „das Sonnensystem" S. 43 bis 68. Die Darstellung ist eine historisch-synthetische. Es wird erwähnt, dass früh die Ahnung auftauchte, die Erde stehe nicht unbeweglich im Centrum des Alls und hiefür der bekannte, interessante Ausspruch des Aristarch von Samos citirt. Dies war aber nicht eine Deduction aus Beobachtungen. Die grossen Astronomen Hipparch und Ptolemäus nahmen die Erde als im Mittelpunkte ruhend an und suchten die Erscheinungen mit der Theorie durch excentrische Kreise und Epicykeln in Einklang zu bringen. Erst Copernicus „kehrte zur alten pythagoräischen Vorstellung zurück, doch nicht, um dabei stehen zu bleiben". „Indem er die Sonne als ruhenden Mittelpunkt setzte, liess er die Planeten, unter denen die Erde die dritte Stelle einnahm, sich um die Sonne in excentrischen Kreisen bewegen, nur der Mond behielt den Lauf bei, den das ptolemäische System ihm angewiesen hatte. — An die Stelle des unerklärlichen primum mobile setzte er eine Bewegung der Erde um ihre Axe (Rotation), so dass diese eine doppelte Be-

wegung hat, vermöge der einen im Raume fortrückt, vermöge der andern aber innerhalb 24 Stunden jeden ihrer Meridiane den sämmtlichen Meridianen des Himmels entgegenstellt und dadurch die scheinbare tägliche Bewegung desselben veranlasst. — In diesem Systeme erklären sich, wie wir unten sehen werden, alle Ungleichheiten, Stillstände und Rückgänge ungezwungen und natürlich durch die gleichzeitige Bewegung sowol unseres Standpunktes, als des beobachteten Planeten." Hiermit ist das Copernicanische System eingeführt, wie man sieht auf eine Weise, die für ein Elementarwerk nicht geeignet wäre. Die wichtigsten Einwürfe werden dann geprüft und gezeigt, dass sie nicht stichhaltig sind, zum Theil sogar, wie das Abweichen fallender Körper von der Vertikalen (nicht nach West sondern nach Ost) einen Beweis für die Richtigkeit des Copernicanischen Systems abgeben. In äusserst klarer Weise wird nun gezeigt, wie durch das Copernicanische System die so verwickelten scheinbaren Planetenläufe, ihre Rückgänge und Stillstände vollkommen erklärt werden. An einer Figur wird schematisch der Lauf der Venus während eines ganzen Erdjahrs verfolgt; hierauf wird der scheinbare Sonnenlauf durch die Revolution der Erde erklärt und nun in ähnlicher Weise wie bei der Venus der Lauf eines äussern Planeten während eines ganzen Erdjahrs vorgeführt. Natürlich werden bei dieser Gelegenheit all' die einschlägigen astronomischen Begriffe und deren Bezeichnungen erläutert, also: Stillstand, rechtläufig, rückläufig, Elongationswinkel, untere und obere Conjunction, Opposition, Quadratur, siderischer und synodischer Umlauf, Sterntag, Sonnentag, mittlerer Tag, geocentrischer, heliocentrischer, selenocentrischer, jovicentrischer u. s. w. Ort u. s. f. So einfach aber sind die Erscheinungen in der Natur nicht; die Bahnen der Planeten liegen in verschiedenen Ebenen, daher auch auf- und absteigender Knoten und Neigung zu berücksichtigen sind. Hierauf wird der Mondlauf vorgeführt und seine Phasen, sowie siderischer und synodischer Umlauf und Sonnen- und Mondfinsternisse erklärt. „Wären die Bahnen der Planeten u. s. w. wirklich concentrische und in derselben Ebene liegende Kreise, würden nur drei Elemente nöthig sein, um ihren Lauf vollständig zu berechnen, nämlich die Zeit des Umlaufs, der Abstand von der Sonne und der Ort, den sie in irgend einer als Anfangspunkt der Berechnung gesetzten Epoche eingenommen haben. Allein diese Voraussetzung findet nirgends statt; sie kann nur in einzelnen Fällen, wenn die Beobachtungen noch nicht zahlreich und genau genug sind, als erster Annäherungsversuch gelten, und man muss also sowol eine Abweichung von der Kreislinie, als eine Neigung der Bahn in die Rechnung mit aufnehmen." Daraus resultiren für die Feststellung einer Planetenbahn (und theoretisch auch einer Kometenbahn) sechs Elemente. Hieraus ergeben sich für den rechnenden Astronomen folgende fünf Hauptgruppen von Aufgaben:

1. Aus den sechs Elementen der Planetenbahn die Masse des Planeten zu bestimmen.

2. Aus den Elementen für eine gegebene Zeit den heliocentrischen Ort zu finden.

3. In gleicher Art aus den Elementen der Erdbahn für die gegebene Zeit den Ort der Erde (scheinbaren Ort der Sonne) zu finden.

4. Aus den so gefundenen Oertern des Planeten und der Erde den geocentrischen Ort des Planeten zu bestimmen.

5. Aus den berechneten geocentrischen Oertern die besondern Erscheinungen (Auf- und Untergang, Zusammenkünfte, Bedeckungen etc.) abzuleiten.

Zu diesen Aufgaben gesellt sich, wie der letzte Paragraph dieses Abschnitts sagt, noch das Problem, die Eigenthümlichkeiten des Planeten (seine Gestalt, Grösse, physische Beschaffenheit, Rotation u. s. w.), so weit noch beobachtbar, zu bestimmen. Es wird angegeben, was für Beobachtungen hiezu nöthig und welche Elemente zur Feststellung der Rotation zu finden sind.

Der fünfte Abschnitt behandelt die „Gesetze der Bewegung und Anwendung derselben" S. 69—116. An die Spitze desselben wird das Newton'sche Gravitationsgesetz gestellt; es wird der freie Fall, der Fall auf einer schiefen Ebene, der Fall auf einem Kreisbogen und das Pendel betrachtet. Für das Pendel wird das Gesetz ohne weitere Beweisführung der Mechanik entlehnt, während die Fallgesetze ähnlich wie in elementaren Lehrbüchern der Physik abgeleitet werden. Ueberall werden die genauesten numerischen Daten angegeben. Da in grösserer Entfernung vom Mittelpunkte der Erde die Wirkung der Schwere (im quadratischen Verhältniss) sich vermindert, also das Sekundenpendel kürzer (auch die Fallhöhe geringer) wird, so gibt das Pendel Aufschluss über die Gestalt der Erde. Am Aequator kommt aber noch die der Schwerkraft ebenfalls entgegenwirkende grössere Centrifugalkraft in Rechnung. Auch über die Dichte der Erde belehrt uns das Pendel. Es werden drei Methoden zu deren Bestimmung angegeben: eine von Bessel, dann die bekannten von Maskelyne und Hutton (Beobachtungen am Berge Shehallien) und von Cavendish (Drehwage) und als genaueste Zahl 5,68 angegeben. Dies ist etwa die doppelte Grösse der durchschnittlichen Dichte der obern Erdschichte, woraus folgt, dass die Dichte der Erde gegen das Centrum zunimmt. Es gibt also keine Central-Hohlkugel. — Im Innern einer Kugel nimmt die Schwerkraft gegen den Mittelpunkt zu abermals ab. — Nun kommt die Bewegung unter Einwirkung zweier Impulse an die Reihe, also das Kräfteparallelogramm und die Wurfbewegung und endlich die Centralbewegung. Letztere wird sehr ausführlich und anschaulich behandelt. Es werden die Kepler'schen Gesetze erörtert, und gezeigt, dass für eine Bewegung in Ellipsen die grösste Wahrscheinlichkeit vorhanden sei. Hierauf wird der Begriff mittlere und

wahre Anomalie und Mittelpunktsgleichung erklärt, und gezeigt, wie die mittlere Anomalie und umgekehrt berechnet wird. Ein Beispiel der Näherungsrechnung für die wahre Anomalie wird vollständig durchgeführt und auch die Entfernung des Planeten von der Sonne, der Radius vector, berechnet. Aber auch dies stellt noch die factisch vorhandenen Verhältnisse nicht dar; denn bisher wurde nur auf die Anziehung des Centralkörpers Rücksicht genommen, während die Planeten auch gegenseitig auf einander anziehend wirken. Da glücklicher Weise in unserem System der Centralkörper so ausserordentlich überwiegt, so kann die Anziehung eines Planeten auf einen andern als eine blosse kleine Störung angesehen werden. Denn das allgemeine Problem ist nicht einmal für drei Körper (Problem der drei Körper) allgemein gelöst. Es wird nun gezeigt, dass bei Verhältnissen, wie sie in unserem Sonnensysteme herrschen, die Wirkung des störenden Körpers sich wie der Cubus der Entfernungen verhält, während die Anziehung des Centralkörpers im quadratischen Verhältniss der Entfernungen abnimmt, also die Wirkung des störenden Körpers immer eine geringe Modification, eine kleine Abweichung von der Normal-Ellipse bewirken wird. Die Folgen dieser Störungen werden im Allgemeinen erörtert (Nutation, Präcession), in Bezug auf den weitern Einfluss, der den Bestand des Sonnensystems gefährden könnte, auf das Kapitel von den Störungen verwiesen.

(Fortsetzung folgt.)

Wien. Dr. Pick.

Eine neue Zeitschrift

für Schulgeographie, herausgegeben von A. E. Seibert, Hauptlehrer an der k. k. Lehrerbildungsanstalt in Bregenz. Verlag von Hölder in Wien, jährlich 6 Hefte à 3 Bogen. Preis für den Jahrgang 2 fl. 50 kr. = 5 M.

Diese neue Zeitschrift, die mit der unsrigen insofern verwandt ist, als sie ein specielles Fach der (mathematischen) Naturwissenschaften — denn das ist doch streng genommen die Geographie — zu cultiviren unternimmt, zeigt einen Fortschritt auf dem Gebiete der Methodik und Didaktik des Schulunterrichts an. Die Geographie, bisher in den höhern Schulen, besonders aber in den Gymnasien, mehr oder weniger das Aschenbrödel, fängt an, selbst in manchen gymnasialen Lehranstalten als wichtigeres und beachteteres Lehrobject aufzutreten; dies beweisen nicht nur die verbesserten und neuconstruirten Lehrmittel (Karten, Globen, Lehrbücher, Zeichnungen, Ansichten etc.), sondern auch die in einigen Schulgattungen für Geographie gesondert angesetzte Stundenzahl. So lange freilich an den meisten Gymnasien der Unterricht in der Geographie mit

dem Geschichtsunterricht verquickt*) ist, wird an diesen Anstalten, falls nicht ausnahmsweise eine ausgezeichnete Lehrkraft den Unterricht leitet, der geographische Unterricht immer eine Nebenrolle spielen. Auch die Errichtung von geographischen Lehrstühlen an Universitäten wird gewiss den geographischen Unterricht fördern, wenn man sich hier auch nicht sanguinischen Hoffnungen hingeben darf. Denn die jungen Lehrer werden — wie alle — wol wissenschaftlich aber nicht pädagogisch ausgebildet die Hochschule verlassen.

Um so mehr dürfen wir daher diese Zeitschrift begrüssen, da sie die bezeichnete Lücke — Mangel an pädagogischer Ausbildung der Geographielehrer — ausfüllen zu helfen geeignet sein dürfte. Wir selbst vermochten nicht, bei der Menge der mathematischen naturwissenschaftlichen Disciplinen, in unseren der Pflege der Methodik gewidmeten Blättern diesem wichtigen Lehrobjecte diejenige Sorgfalt und den Raum zu bieten, die ihm bei der täglich wachsenden Bedeutung des Völkerverkehrs gebühren, und daher dürfen wir diese neue Zeitschrift als einen Bundesgenossen in unserem Bestreben betrachten.

Dass das Unternehmen von einem Manne geleitet wird, der an einer Lehrerbildungsanstalt wirkt, scheint uns eine gute Vorbedeutung, und dass es in einem Lande erstanden ist, das selbst durch seine Naturschönheiten zu geographischen Studien anregt, das wird ihm nur zum Vortheil gereichen. Die rührige Verlagshandlung aber, welche auf dem Gebiete der geographisch - literarischen Unternehmungen bereits einen guten Klang hat, bietet die Gewähr, dass auch dieses solider und dauernder Natur sein wird.

Der Inhalt zerfällt in drei Abtheilungen: I. Abhandlungen. II. Notizen. III. Literatur. Unter den auf dem Titel gezeichneten (ca. 30) Mitarbeitern sind viele aus der geographischen oder geographisch-pädagogischen Literatur bereits vortheilhaft bekannte Namen, unter denen wir aber ungern Hermann Wagner und Steinhauser, Männer von anerkannter Wirksamkeit, vermissen. Obschon man bei der ausserordentlichen Billigkeit der Zeitschrift vorzügliche und viele Illustrationen nicht erwarten darf, so sollte doch das Wenige, was geboten wird, mustergiltig sein, und wir möchten hier besonders auf zwei Bedürfnisse aufmerksam machen: die Detailzeichnung und die Didaktik des geographischen Schulzeichnens.

Ueber die Nothwendigkeit und Nützlichkeit der ersteren (der Detailzeichnung) haben wir uns schon bei Gelegenheit der Kritik über den Wittstein'schen Schulatlas (VI, 233), der jetzt in zweiter verbesserter Auflage erschienen ist, ausgesprochen. Auch hier ist davon in den ersten vier uns vorliegenden Heften ein wenn auch sparsamer Gebrauch gemacht, indem dem ersten Hefte ein genügend grosser Plan von Constantinopel beigegeben ist, während

---

*) Dies ist der bezeichnendste Ausdruck, denn „verschmolzen" kann man nicht sagen.

die Karte der Sáhara (Heft 4) und die der Schweiz (Heft 3), eine Illustration aus Klein's Lehrbuch der Erdkunde, in das Gebiet der schematischen Uebersichten gehören. Jedem Hefte sollte wenigstens eine instructive Zeichnung beigegeben sein, die abwechselnd dem Gebiete der Specialgeographie (Topo-, Oro-, Hydro-G.) und jenem der orientirenden übersichtlichen Schematisirung (Gerippezeichnung) entnommen sein könnte. Die Didaktik des geographischen Schulzeichnens aber sollte mustergiltig vertreten sein, denn sie ist noch ein sehr wunder Fleck beim geographischen Unterrichte. Dass es hierin noch an feststehenden didaktischen Principien fehlt, oder dass dieselben noch nicht überall durchgedrungen sind, beweisen die beiden im Verhältnisse der Polemik stehenden Aufsätze der Herren Wolf-Wien (Heft 2) und Hauptvogel-Prag (Heft 4). Wie weit nun hierin die Redaction gehen will, und ob sie auch den schwierigeren mathematischen Theil der Geographie, z. B. die astronomische Geographie und besonders die Kartenprojectionen, mit hereinziehen will, ist aus den uns bis jetzt vorliegenden Heften nicht ersichtlich. — Eine interessante und gewiss auch nützliche Rubrik ist die Beantwortung von Anfragen. Wie wünschenswerth mitunter, aber auch wie schwierig zu erlangen derartige Antworten sind, das beweist unsere Miscelle vom Mosellauf (s. Heft 1. 2. 3, S. 56, 168 und 247 dieses Jahrgangs). — Da die Zeitschrift auch den Zwecken der Volksschule dienen soll, so wird der Lehrer an höheren Schulen („Mittelschulen") auch manches für ihn vielleicht nicht oder weniger Verwendbare mit in den Kauf nehmen müssen. Allein — man kann aus Allem etwas lernen. Dass eine solche Zeitschrift auch Kenntniss der Literatur und der Geschichte der Geographie fördern kann und soll, versteht sich von selbst, und wir rechnen hierher den lesenswerthen Artikel „Ritter und Peschel" von Mayr-Wien (Heft 3), welcher uns über die geographischen Leistungen der drei Heroen Ritter, Humboldt, Peschel folgendermassen belehrt: Humboldt hat am meisten gesehen und ergründet, Peschel am klarsten gedacht und am feinsten combinirt, Ritter am meisten gelesen."

In der Hoffnung, dass dieses neue Unternehmen nur Gediegenes bringe, wünschen wir ihm den bestmöglichen Fortgang und Erfolg. H.

ORSCHIEDT, H. R. (Realgymnasiallehrer zu Schlettstadt im Elsass), Lehrbuch der anorganischen Chemie und Mineralogie an der Hand des Experimentes. Für höhere Schulanstalten etc. 1. Theil: Die Nichtmetalle. 246 S. Pr. 3,6 M.

Es ist heutzutage eine der schwierigsten Aufgaben, ein Lehrbuch der Chemie für Mittelschulen zu verfassen, das die Lehrer befriedigt und den Schülern verständlich ist und sie zum Studium anregt.

Als ein geradezu gewagtes Unternehmen aber muss man es bezeichnen, wenn ein Lehrer, der wie College Orschiedt erst einige Jahre Unterricht in der Chemie ertheilt hat, jetzt schon ein Lehrbuch in die Welt setzt.

Motivirt ist freilich die Veröffentlichung des Werkes durch die Absicht, die Lehrmethode des Professors Erlenmeyer in München weiter zu verbreiten. Als ich davon Kunde erhielt, freute ich mich herzlich an dem Gedanken, dass endlich auch bei dem Unterricht iu den Mittelschulen Erlenmeyer eine öffentliche Vertretung gefunden haben sollte. Ich studirte aufmerksam das besagte Buch durch — und glaube nun auch meinerseits, der Hochachtung vor meinem Lehrer es schuldig zu sein, Orschiedt's Lehrbuch einer eingehenden Kritik zu unterziehen.

Vor Allem stimme ich nun mit Orschiedt überein, dass er Erlenmeyer's Grundsatz: „Der Unterricht der Chemie muss den Schüler zum klaren Denken anleiten", an die Spitze seines Werkes geschrieben hat. Ich gestehe offen, — obwol ich schon ein volles Jahr zuvor Chemie gehört hatte, — dass ich doch erst in Erlenmeyer's Vorlesungen gelernt habe, „chemisch zu denken".

Ein wesentlicher Vorzug dieser Vorträge war nun, dass die chemischen Prozesse durch deutliche Formeln veranschaulicht wurden. Ich hasse seitdem jede chemische Formel, die in der einfachen Form einer Gleichung geschrieben wird, weil ich überall, wo ich mit Erlenmeyer'schen Formeln unterrichtet habe — an der Hochschule und an den Mittelschulen — gesehen habe, dass dieselben eine correcte Vorstellung von der chemischen Reaction viel eher zum Ausdruck bringen, als die Gleichungs-Formeln.

Aber nicht die ins Detail zerlegten Constitutionsformeln charakterisiren Erlenmeyer's Schule*), sondern eine einfache Gliederung in ihre Hauptbestandtheile.

Durch ein Beispiel kann ich mich leicht verständlich machen:

$$SO_4 H_2 + 2 KOH = SO_4 K_2 + 2 H_2 O.$$

Eine derartige Formel darf bei mir nie ein Schüler schreiben — auch ich habe nie bei Erlenmeyer eine solche geschrieben oder schreiben sehen. Ich weiss nicht, wie bei diesem Prozess die Umlagerung der Atome vor sich geht; ob

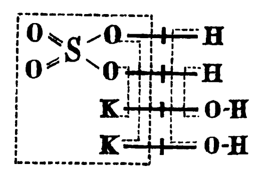
$$\begin{array}{r|l} SO_4 & H_2 \\ K & OH \\ K & OH \\ \hline \multicolumn{2}{c}{SO_4K_2 + 2 H_2O} \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r|l} SO_2 & OH \\ & OH \\ KO & H \\ KO & H \\ \hline \multicolumn{2}{c}{SO_4K_2 + 2 H_2O.} \end{array}$$

*) Constitutionsformeln finden sich, in richtiger Weise verwendet, ohnehin schon in jedem bessern chemischen Lehrbuche, dagegen habe ich die Erlenmeyer'schen Reactionsformeln leider noch nirgends consequent durchgeführt gefunden.

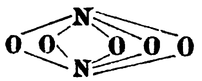
Beide Vorstellungen sind nach der Gleichungs-Formel möglich, richtig ist aber nur die erste.

Den Schüler *jedes* Mal zu fragen, ob er so oder so den Vorgang in derselben sich denke, ist unmöglich — und doch ist es *nothwendig*, dass der Lehrer weiss, ob der Schüler beim Schreiben auch den richtigen „chemischen Gedanken“ mit der Formel verbindet. Wird dieselbe aber gleich von Anfang an so geschrieben, dass von der Säure der Wasserstoff, von der Basis das Hydroxyl ersetzt wird, dann ist ein Zweifel ausgeschlossen.

Orschiedt geht nun bei Wiedergabe seiner chemischen Reactionen weiter als Erlenmeyer gegangen ist: er zerlegt jede Formel oder doch fast jede bis zur atomistischen Constitution, *was Erlenmeyer stets nur dann that, wenn die betreffende Verbindung in der systematischen Reihenfolge abgehandelt und eingehend besprochen wurde.* Orschiedt würde z. B. obigen Prozess folgendermassen darstellen:



Es liesse sich am Ende noch rechtfertigen, die chemischen Reactionen mit Constitutionsformeln auseinanderzusetzen, wenn bei Besprechung der betreffenden Verbindungen die Gründe für die grösste Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Constitutionsformel entwickelt werden und wenn dann aber auch consequent diese eine Formel benutzt würde. Ist es aber nicht für den Schüler äusserst bedenklich, wenn er S. 149 das Anhydrid der Salpetersäure durch die Formel



auf der *nächsten* Seite aber dasselbe Anhydrid durch eine ganz andere Formel

$$O\left\langle\begin{array}{l}N\begin{array}{l}=O\\=O\end{array}\\N\begin{array}{l}=O\\=O\end{array}\end{array}\right.$$

ausgedrückt findet? Eine solche Inconsequenz darf sich der Lehrer nicht zu Schulden kommen lassen.

Derartige Widersprüche liessen sich aber noch viele aus dem Orschiedt'schen Lehrbuche aufführen! Ob und wie Orschiedt dieselben in seiner Schule löst, habe ich nicht zu untersuchen; — ich für

meine Person protestire nur gegen die mögliche Schlussfolgerung, dass Erlenmeyer seine Reactionsformeln auch so gegeben habe.

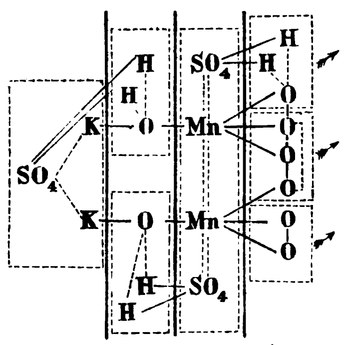
Um weiter zu zeigen, wie willkürlich Orschiedt bei Aufstellung von Constitutionsformeln verfährt, verweise ich auf die Formel für übermangansaures Kalium S. 85 und die Zersetzung desselben mit Schwefelsäure S. 86:

```
               O
              /|
K-O—Mn—O
              \
               O
               |
               O
              /
K-O—Mn—O
              \|
               O
```

Die Vierwerthigkeit des Mangans vorausgesetzt — im Uebrigen ist dieselbe noch nicht festgestellt — was will Herr College Orschiedt sagen, wenn ihm ein Schüler die Formel folgendermassen schreibt?

```
        O
        ‖
K—O—Mn—O—O
            |
K—O—Mn—O—O
        ‖
        O
```

Es lassen sich gegen diese gewiss eben so wenig Einwendungen machen, als gegen die im Buche! Dass ein Schüler sich auch die Frage erlauben könnte, was denn für Gründe vorhanden seien, dass man $K_2 Mn_2 O_8$ als Molekül annehme — und nicht den einfacheren Ausdruck $KMnO_4$, will ich hier gar nicht weiter ins Auge fassen, sondern jetzt gleich dem geehrten Leser zeigen, wie eine Orschiedt'sche Reactionsformel aussieht, wenn Kaliumpermanganat und Schwefelsäure sich zersetzen:



Wenn ein Lehramtscandidat in einer Probe-Vorlesung eine solche Formel*) an die Tafel gemalt hätte — was hätte Erlenmeyer wol dazu gesagt? Herr College Orschiedt! dieses Bild können Sie sich wol selbst ausstaffiren.

Ich bemerke nur, dass dem Autor doch selber vor der *vollständigen* Constitutionsformel gegraut haben mag, denn die Schwefelsäuremoleküle sind in dem Prozess nicht detaillirt. Wäre dies auch für das Kaliumpermanganat geschehen, dann würde die ganze Formel den Vorzug einer Erlenmeyer'schen besitzen: sie würde ohne weiteres verständlich sein!

$$
\begin{array}{r|c|c|c|c}
K_2 & Mn_2 & O_3 & O_3 & O_2 \\
SO_4 & & H_2 & & \\
 & SO_4 & H_2 & & \\
 & SO_4 & H_2 & & \\
\hline
\multicolumn{5}{c}{K_2SO_4 + Mn_2(SO_4)_2 + 3\,H_2O + O_3 + O_2}
\end{array}
$$

Aus Raumersparniss verzichte ich darauf, noch weiter solche Formelungeheuer vorzuführen, Seite 108—109, 158—160 wären z. B. deren noch mehr zu finden.

Ehe ich nun zum speziellen Theil selbst übergehe, muss ich noch eine oft endlose Weitschweifigkeit in der Beschreibung eines Prozesses oder eines Apparates constatiren; damit verliert sich der Verfasser oft in Themata, die absolut nicht zum behandelten Gegenstande gehören.

So wird z. B. bei Betrachtung des *Sauerstoffs*, ohne dass irgend ein Element schon abgehandelt worden wäre, ein förmlicher Vortrag über Kohlenstoff, Kohlensäure, Kohlenwasserstoffe etc. gehalten. Das ganze Kapitel über Flammen wird *hier* schon absolvirt.

Das widerspricht einfach *jeder Methode des Unterrichts* — *also auch der Erlenmeyer'schen!* Das kann die Schüler nur verwirren, und hat dann weiter noch zur Folge, dass man *wichtige* Angaben über das Element, von dem eigentlich gesprochen werden soll, — *vergisst!*

Beim Sauerstoff wird zum Exempel der Gegensatz zwischen den in Wasser gelösten Oxydationsproducten der Metalloide und Metalle in ihrer Reaction auf Lackmuspapier gar nicht erwähnt. Dafür wird *hier schon* den Schülern auseinandergesetzt, wie man CO_2, P_2O_5, SO_2 in ihren charakteristischen Reactionen erkennen kann.

Wenn sonst in einem Lehrbuche die Eigenschaften des O aufgezählt werden, geschieht doch auch der Thatsache Erwähnung, dass derselbe zu allen Elementen, insbesondere auch zu den Metallen, eine grosse Verwandtschaft hat, und dass damit vorzugsweise die Veränderungen der Metalle an der Luft sich erklären lassen. Im

*) Dass Wasser fortgehen soll, ist wol nur ein Druckfehler!

Kapitel: „Bedeutung des Sauerstoffs in der Natur"*) wäre anstatt der Kohlenstoffvorlesung der richtige Platz für diese Erklärung gewesen.

Bei Besprechung der Chlor-Darstellung vermisse ich die einfache Methode, Chlor, weil specifisch schwerer als Luft, in offenen Gefässen aufzufangen. Das Einfache hat gerade in der Schule den Vorzug vor dem Complicirten!

Der Vorgang bei der Darstellung der Salzsäure auf Seite 113 ist insofern falsch angegeben, als unter den gewöhnlichen Bedingungen der Darstellung von ClH im Laboratorium 1 Molekulargewicht SO_4H_2 nur ein Molekulargewicht NaCl zersetzt:

$$\frac{\begin{array}{r|l} Na & Cl \\ SO_4H & H \end{array}}{SO_4NaH + HCl}$$

Der Vorgang von Orschiedt vollzieht sich erst, wenn man 1 Mol.-Gew. NaCl mit 1 Mol.-Gew. SO_4H_2 allmählich bis zum Glühen erhitzt.

Eine weitere Rüge kann ich der „Nachweisung der Halogene" nicht vorenthalten. Ehe ich vom Nachweis der Verbindungen des Chlors sprechen kann, muss doch angeführt werden, wie man freies Chlor selbst erkennt — davon ist in Orschiedt's Lehrbuch nichts erwähnt; die Reaction ist nicht absichtlich ausgelassen, sondern vergessen, was man daran erkennen kann, dass für freies Jod auf der nächsten Seite das Erkennungsmerkmal sehr wohl angegeben ist. Dagegen wurde bei den Jodiden wieder $AgNO_3$ als Reagens vergessen, das bei Chloriden und Bromiden angeführt ist.

Seite 163, nachdem eben die Chemie der Halogene abgehandelt ist, wird gleich eine Mineralogie der Halogene gegeben; dieselbe ist entschieden verfrüht und kann erst verstanden werden, wenn die betreffenden Metalle besprochen worden sind. Dass nun hiebei Steinsalz kurzweg als hygroskopisch bezeichnet wird, scheint mir ungenau, denn reines Steinsalz zeigt diese Eigenschaft nicht, und es ist eine bekannte Thatsache, dass eine Verunreinigung mit $MgCl_2$ die Ursache des Wasseranziehens ist.

Eine dankbarere Aufgabe wäre es jedenfalls gewesen, statt der erwähnten Aufzählung von bekannten und unbekannten Chloriden die Verwandtschaft der Halogene zu Wasserstoff und zu den Metallen einerseits und zum Sauerstoff anderseits ins rechte Licht zu stellen. Solche Angaben erleichtern dem Schüler das Studium!

Ebenso fehlt beim Stickstoff die Notiz, dass es schwer hält, denselben direct mit andern Elementen zu vereinigen!

---

*) Als falsch, resp. zu einseitig muss in diesem Kapitel die Definition der „Verbrennung" bezeichnet werden. So hat sie Erlenmeyer nicht definirt!

Seite 144 wird die Einwirkung der Salpetersäure auf Metalle besprochen — und dabei wieder eine Riesenformel gezeichnet. Dass aber diese schöne Formel von der Einwirkung der Salpetersäure auf Kupfer nur unter bestimmten Verhältnissen richtig ist, erfährt der Schüler nicht. Es wird ihm nur noch gesagt, dass Sb, Sn und Wo mit HNO_3 unlösliche Verbindungen geben, und ihm weiter zugemuthet, auf eigne Faust für die Reaction von Sn und HNO_3 eine Formel zu schreiben. Dass Salpetersäure von verschiedener Concentration sehr verschiedene Verbindungen liefert — scheint der Aufgabesteller nicht zu berücksichtigen.

Ich übergehe weniger Wichtiges, um zum Phosphor zu gelangen. Hier vermisse ich nun besonders einen Hinweis auf die Analogie der P-Verbindungen mit denen des N.

Nichts ist für den Unterricht zweckdienlicher, als auf Aehnlichkeiten zwischen verwandten Elementen hinzudeuten. Wer die Formeln:

$$\begin{array}{cccc} N_2O_5 & P_2O_5 & As_2O_5 & Sb_2O_5 \\ N_2O_3 & P_2O_3 & As_2O_3 & Sb_2O_3 \\ NH_3 & PH_3 & AsH_3 & SbH_3 \end{array}$$

nebeneinander sieht, der wird sich denken, dass wenn die Formeln einander so ähnlich sehen, auch die Methoden der Darstellung, die Eigenschaften eine gewisse Aehnlichkeit mit einander haben werden. Wenn nun dabei die Lehre von Meta- und Pyrosäuren noch unterstützend verwendet wird, dann lässt sich manch schwieriges Kapitel hier spielend abfertigen.

Dass die phosphorige Säure sehr giftige Eigenschaften besitzt, dass sie sehr lebhaft reduzirende Wirkungen äussert, ist wieder vergessen; dafür ist jedes Mal mit peinlicher Sorgfalt beschrieben, wie eine gewöhnliche Gasentwicklungsflasche aussieht.

Auch im Kapitel Schwefel habe ich mir mancherlei Notizen gemacht, doch möchte ich hier nur auf eine interessante Inconsequenz aufmerksam machen, welche sich College Orschiedt bei Besprechung der Sulfate hat zu Schulden kommen lassen. Es heisst da:

„Am zweckmässigsten theilen wir die Sulfate ein in

a) in Wasser lösliche,

b) in Wasser schwer lösliche,

c) in Wasser nicht lösliche oder unlösliche Sulfate."

Nach dieser gewiss richtigen Eintheilung werden nun besprochen:

a) in Wasser leicht lösliche Sulfate:

1) Glaubersalz, 2) Bittersalz, 3) Kieserit, 4) Eisenvitriol, 5) Alaun.

b) in Wasser schwer lösliche Sulfate:

6) Gyps, 7) Anhydrid, 8) Schwerspath, 9) Cölestin, 10) Alaunstein.

Ich war ganz erstaunt, Schwerspath unter den schwer löslichen Verbindungen zu finden und deshalb doppelt begierig, welche Sulfate in der Gruppe c) als unlöslich figuriren sollten — allein von der

„zweckmässigen Gruppirung“ konnte ich absolut die Abtheilung c) nicht finden — sie ist offenbar vergessen!

Wenn beim Kohlenstoff hervorgehoben worden wäre, dass wir dem niedrigen Atomgewicht nach einen gasförmigen Körper erwarten sollten, dass aber der feste Kohlenstoff bis zur Stunde nicht einmal in den flüssigen Zustand übergeführt werden konnte, dann hätte das wol geistig reifere Schüler zum Nachdenken anregen können über dieses widerspruchsvolle Element, das uns im Diamant farblos und sehr hart, im Graphit aber schwarz und sehr weich entgegentritt. Jedenfalls wäre von dem Leser des Buches eine solche Erläuterung dankbarer aufgenommen worden, als die für ein „Lehrbuch“ komische Angabe, dass Herr College Orschiedt eine Steinkohle mit Pflanzenabdrücken „selbst einmal unter dem am Eingange eines Schachtes aufgehäuften Steinkohlen-Schieferthon eines kleineren Steinkohlenbergwerkes bei Steinbach, bei Kusel (Pfalz) gefunden hat“, oder dass er einmal von München aus eine Tour nach den bayrischen Alpen gemacht und bei Tegernsee eine kleine Petroleumquelle gesehen hat.

Etwas derartiges gehört nicht in ein „Lehrbuch,“ von dem der Autor wünscht, dass es auch andere Lehrer gebrauchen sollen. Da müssen doch persönliche wie lokale Verhältnisse zurücktreten; so klingt es fast lächerlich, wenn Orschiedt sagt: den Döbereiner'schen Zündapparat wollen wir nicht besprechen, weil unsere Schule keinen hat!

Nach Besprechung der Kohlensäure wird die Bedeutung des kohlensauren Kalks in der Natur dargelegt. Dass nun der kohlensaure Kalk die Gehörsteinchen der Wirbelthiere bildet, ist sicher interessant; doch darf über den winzig kleinen Gehörsteinchen nicht wieder vergessen werden, dass unsere viel grösseren Knochen neben phosphorsaurem Kalk auch noch eine respectable Menge Carbonat enthalten. Dass die Kreide aus den Schalenüberresten von Foraminiferen bestehen kann, weiss jeder Schüler aus der Zoologie; nur wird er erstaunt sein, dass die Foraminiferen zu den Polypen gehören sollen, wie in Orschiedt's Lehrbuch S. 236 angegeben ist.

Ich schliesse damit meine Kritik über die Behandlung der Metalloide im Einzelnen und eile mit einem kurzen Rückblick dem Ende zu.

Meine persönliche Ansicht über den Werth des Buches kann ich vielleicht dahin zusammenfassen, dass ich sage: In demselben herrscht eine spezifisch Orschiedt'sche Lehrmethode, die von der Erlenmeyer'schen himmelweit verschieden ist, so dass es wohl nur in Orschiedt's Schule selber sich als brauchbar erweisen mag. In fremden Händen wird es schwerlich nützlich werden, weil ein fremder Lehrer nicht wohl Lust haben wird, das Mangelhafte daran jedesmal vor dem Schüler zu rügen.

Ich habe bereits früher auf eine Anzahl solcher Fehler aufmerksam gemacht, und möchte hier nur noch die allgemeine Lehre

über **Säuren, Basen und Salze** als theilweise ungenügend, theilweise sogar als falsch bezeichnen. Gerade in diesem Punkte hätte Orschiedt sich ein Verdienst erwerben können, die präcisen Definitionen Erlenmeyer's zu verbreiten.

Räthselhaft für mich ist auch noch, welche Stellung Orschiedt der Werthigkeitslehre gegenüber einnimmt. Ist er Anhänger der constanten oder wechselnden Valenzen?

Er behandelt zwar in seiner Einleitung die Werthigkeit der Elemente mit übergrosser Weitschweifigkeit, führt z. B. alle möglichen Beweise für diese und jene Aequivalenz auf, so dass man meinen möchte, er docire zukünftigen Lehramtscandidaten theoretische Chemie; aber angenommen, er hätte seinen Schülern beigebracht, dass sie alle auf die VI. Werthigkeit von Schwefel schwören — von einer Möglichkeit, dass eine Anzahl von Werthigkeiten auch latent bleiben kann, ist nirgends die Rede — was sollen nun Schüler sagen, wenn ihnen Formeln wie

$$S\begin{matrix} \diagup H \\ \diagdown H \end{matrix} \quad \text{oder} \quad O = S\begin{matrix} \diagup OH \\ \diagdown OH \end{matrix} \quad \text{oder} \quad O\begin{matrix} \diagup S\text{-}OH \\ \diagdown S\text{-}OH \end{matrix}$$

vorkommen?

Eigenartig ist noch das Verhältniss Orschiedt's zu den Angaben über das specifische Gewicht der Elemente und Verbindungen.

Bei Sauerstoff ist als specifisches Gewicht — ohne Angabe, auf welche Einheit bezogen — 1,1056 angegeben; bei Wasserstoff steht: specifisches Gewicht = 1, darunter heisst es: auf atmosphärische Luft bezogen: specifisches Gewicht = 0,0693.

Bei Chlor, Chlorwasserstoff, Bromwasserstoff und Jodwasserstoff sind keine specifischen Gewichte angegeben.

Bei Stickstoff ist kein specifisches Gewicht, aber auf einmal das Moleculargewicht gegeben, das dafür bei den vorhergehenden Elementen fehlt.

Ich für meine Person bin auch ein abgesagter Feind vom blossen Memoriren der Zahlen, kann mich aber trotzdem damit nicht einverstanden erklären, dass nicht bei allen Gasen specifische Gewichte angegeben sind. Es hätte doch wenigstens gezeigt werden sollen, wie ein Schüler sich in einer Secunde dasselbe aus dem Moleculargewicht und aus dem spec. Gewicht auf Wasserstoff = 2 bezogen, berechnen kann.

Orschiedt wird sich wohl erinnern können, dass Erlenmeyer stets dagegen eiferte, das spec. Gewicht von Wasserstoff = 1 zu setzen und darnach die spec. Gewichte der andern einfachen oder zusammengesetzten Gase zu berechnen. Er sagte immer: entweder will ich nur das spec. Gewicht als physikalische Eigenschaft der Gase ermitteln, dann nehme ich, wie man es schon früher zu diesem Zwecke that, die atmosphärische Luft als Einheit, oder ich will mit Hilfe der specifischen Gewichtsbestimmung der Gase deren Mole-

culargewicht eruiren; dann nehme ich den Wasserstoff zur Vergleichung, setze aber das Gewicht von 1 Volumen = 2 weil die Molecüle des Wasserstoff aus zwei Atomen bestehen und das Gewicht der Wasserstoffatome = 1 gesetzt wird.

Nehme ich dann das specifische Gewicht von HCl, so erhalte ich die Zahl 36,5, welche gleich dem Moleculargewicht ist. Würde ich aber das Gewicht von 1 Vol. H = 1 setzen, so würde ein gleichgrosses Volumen ClH 18,25 wiegen — eine Zahl, welche das Gewicht von halben Molecülen ausdrückt, die es aber nicht gibt. Orschiedt scheint den Auseinandersetzungen Erlenmeyer's zuwider mit den meisten Lehrbüchern die alte Ausdrucksweise: „1 Molecül H oder O oder HCl nimmt 2 Volumen ein" beibehalten zu wollen, denn sonst würde er nicht sagen, das specifische Gewicht des Wasserstoff ist = 1, was doch nichts anderes heisst als: 1 Gewichtstheil, d. i. 1 Atom Wasserstoff nimmt 1 Volumen ein, folglich nehmen 2 Atome oder 1 Molecül 2 Volumen ein.

Auf diesem Gebiete die jedenfalls richtige Lehre Erlenmeyer's in einem Lehrbuche zu verbreiten, wäre eine würdige Aufgabe gewesen!

Ich beende meine Kritik — nur in Betreff einer neuen Auflage möchte ich dem Herrn Orschiedt das Horazische: Nonum prematur in annum empfehlen.

Memmingen. VOGEL.

WILBRAND, Ferd., Leitfaden für den methodischen Unterricht in der anorganischen Chemie. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. 1877. Hildesheim, August Lax. XII und 204 Seiten. gr. 8. Preis?

Nachdem erst der Jahrgang 1878 dieser Zeitschrift (S. 231) eine ausführlichere, sachgemässe Besprechung der zweiten Auflage dieses Werkchens von sehr achtbarer Seite brachte, glaube ich mich — hieran anknüpfend — rücksichtlich der vorliegenden neuen Auflage auf das wenige Nachfolgende beschränken zu dürfen, um so eher, als im Grossen und Ganzen die Eintheilung des Unterrichtsmateriales, sowie dessen Bearbeitung trotz der nicht unbedeutenden Erweiterung des Büchleins sich nicht sehr wesentlich verändert hat. Die vorgenommenen Aenderungen resp. Vermehrungen des Textes hatten einen Zuwachs von 82 Druckseiten zur Folge, erscheinen aber trotzdem nicht so umfassend, als es wünschenswerth und bei Benutzung der dem Verfasser gegebenen Winke früherer Recensionen wol möglich gewesen wäre.

Als unrichtig sei — mit Ausserachtlassung dessen, was schon in der obenangeführten Recension der zweiten Auflage bemerkt erscheint und zumeist auch für die neue Auflage Geltung hat — zunächst Nachstehendes hervorgehoben.

S. 85. „Auch die Bestandtheile, welche isomorphe Verbindungen bilden, pflegt man als isomorph zu bezeichnen."

S. 105. „Säureanhydride bilden nur mit wasserstoffhaltigen Basen Salze."

S. 110. „Fluor ist ein farbloses Gas."

S. 135. $Ca_5 P_3 O_{12} Fl$ ist nicht die emp. Formel des natürlich phosphorsauren Kalks, sondern die des Apatites.

S. 136. Ortho-Phosphorsäure schreibt man nicht $H_6 P_2 O_8$, sondern $H_3 PO_4$.

S. 136. „Durch vorsichtiges Zusammenschmelzen von Schwefel mit rothem Phosphor in den berechneten Mengen erhält man

a. Einfach Schwefelphosphor $P_2 S$
b. Dreifach Schwefelphosphor $P_2 S_3$
c. Fünffach Schwefelphosphor $P_2 S_5$
d. **Schwefelphosphorsäure** . $H_3 PSO_3$!"

S. 137. „$As H_3$ ist ein knoblauchartig riechendes Gas."

S. 139. „$As_2 S_5$ bildet sich beim Einleiten von Schwefelwasserstoff in die Lösung arsensaurer Salze."

S. 144. „Diamantkrystalle bilden **gewöhnlich** Octaeder."

S. 151. $H_4 Sn O_4$ ist nicht die Formel der Metazinnsäure.

S. 188. Chromsäureanhydrid wird wol — wenigstens vorläufig — besser $Cr O_3$ als $Cr_2 O_6$ geschrieben.

Weiter sei noch auf Nachstehendes aufmerksam gemacht.

S. 53. Zur trocknen Destillation ist Erhitzen bei Luftabschluss nothwendig.

S. 72. Für die Annahme von 31 als Atomgewicht des P sprechen wol noch andere Gründe als die Analogie von PH_3 mit NH_3.

S. 90. Es ist unrichtig, dass die Moleküle der Elemente durchgehends zwei Atome enthalten; auch steht diese Behauptung im Widerspruche mit S. 92.

S. 109. Bei der Jodgewinnung hätte die Methode, die auf der Deplacirung des J durch Cl beruht, erwähnt werden sollen.

S. 119. Zur $H_2 S$-Gewinnung aus $Fe S$ ist verdünnte $H_2 SO_4$ nothwendig.

S. 125. NH_3 entsteht beim Glühen N-**hältiger** organischer Stoffe. (Aehnlich S. 128.)

S. 127. Bei der Gewinnung von $N_2 O_5$ hätte die Methode mit $P_2 O_5$ und HNO_3 erwähnt werden sollen.

S. 144. Dass das Sumpfgas auch Grubengas, und weshalb es so genannt wird, wäre einer Erwähnung eben so werth gewesen, als die schlagenden Wetter, die ebenfalls vergessen wurden.

S. 150. Auch das Glas hätte berücksichtigt werden sollen.

S. 157. Brom- und Jodkalium erhält man wol auch auf eine andere, wichtigere Weise als durch Sättigung von BrH oder JH mit KOH?

S. 157. Zur Salpetererzeugung genügt nicht die „Schichtung von kali- und kalkreicher Erde mit N-hältigen organischen Substanzen“, sondern es ist dazu auch langandauernde Einwirkung von atmosphärischem Sauerstoff und Feuchtigkeit nothwendig.

S. 195. Die Bleiweissfabrikation hätte angeführt werden können.

An sich häufiger wiederholenden uncorrecten Ausdrücken sei erwähnt: Säure für Säureanhydrid (bei stellenweisem Gebrauche derselben Bezeichnung für die ehemaligen Säurehydrate); Ammoniaksalze statt Ammoniumsalze; Natron, Kali für Aetznatron, Aetzkali. Auch sagt man in der Mehrzahl entweder Volume oder Volumina, nicht aber Volumen.

Manche von den „Aufgaben“ scheinen uns für die Schüler des jeweiligen Vorbereitungsgrades zu schwer zu sein, so beispielsweise S. 41, 3: „Es sollen aus $H_2 S$ beide Elemente auf chemischem Wege frei gemacht werden“; oder S. 42, 4: „Aus Natriumhydroxyd sollen Natrium, Wasserstoff und Sauerstoff dargestellt werden.“

An sinnstörenden Druckfehlern seien notirt:

S. 43. „Fauliges Blumenwasser“ statt Brunnenwasser.

S. 99. $M(NO_4)_2$ statt $M(NO_3)_2$, mNO_4 statt mNO_3; $Ba(NO_4)_2$ statt $Ba(NO_3)_2$; $baNO_4$ statt $baNO_3$.

S. 146. Füllung statt Fällung.

Sonst erscheint das Buch als recht brauchbar und — speciell was den ersten (methodischen) Theil, der vom zweiten Theil etwas absticht, betrifft — nicht ohne Sorgfalt bearbeitet.

Agram. Dr. Gustav Janeček.

Gretscel-Wunder, Jahrbuch der Erfindungen. 15. Jahrgang (1879). Mit 39 Holzschnitten im Text. Leipzig bei Quandt und Händel. Pr. 6 ℳ.

Von diesem von uns in dieser Zeitschrift schon mehrfach angezeigten Unterrichtsmittel für Lehrer der Naturwissenschaften, gewissermassen einem Reservoir des Wissenswürdigsten aus den Fortschritten der letzteren, liegt wieder ein Band vor. Die Herren Verfasser haben auch hier wiederum fleissig die hauptsächlichsten Entdeckungen aus dem Gebiete der Astronomie, Physik, Meteorologie, Chemie und chemischen Technologie nach bestem Wissen zusammengestellt. Besonderes Interesse dürften die jetzt vielbesprochenen Capitel „Elektrisches Licht“ und „Telephon und Mikrophon“ erregen. In dem Abschnitte über Chemie ist ein Aufsatz von Wunder „Die Vorbereitung für den Eintritt in die chemische Technik“, ein Referat über den Inhalt des unter gleichem Titel erschienenen Programms der technischen Staatslehranstalten in Chemnitz (1879), bemerkenswerth; da derselbe in das Gebiet unserer Zeitschrift einschlägt, so machen wir unsere Leser darauf besonders aufmerksam. H.

B) Programmenschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinz Brandenburg. 1878.

Referent: G. Weisker, Rector der höheren Bürgerschule zu Rathenow.

Progr. Nr. 45. Berlin, Collége royal français: Otto Baer, *Ueber die Bewegung der Wärme in einer homogenen Kugel.* 36 S.

Es wird das Problem, die Bewegung der Wärme in einer homogenen Kugel zu bestimmen, wenn die Temperaturvertheilung im Innern derselben zu einer bestimmten Zeit gegeben und der Wärmezustand seiner Oberfläche gewissen Bedingungen unterworfen ist, vollständig d. h. für alle Fälle der Grenzbedingungen gelöst. Zunächst werden die Principien und allgemeinen Resultate der mathematischen Wärmetheorie kurz behandelt und die Lösung auf den Fall variirender Temperatur der Körperoberfläche ausgedehnt. Dann wird die Aufgabe für die Kugel für den Fall gelöst, dass die Temperatur der Oberfläche von der Zeit unabhängig ist; hierbei wird besonders eine der Fourier-Bessel'schen Function sehr ähnliche Function erörtert, die als particuläres Integral der Differentialgleichung auftritt. Schliesslich wird die Aufgabe für eine von der Zeit abhängige Temperatur der Oberfläche gelöst. Der Fall, dass die Kugel sich in einem diathermanen Medium befindet, ist für die Fortsetzung vorbehalten.

Progr. Nr. 72. Spandau, Gymnasium: Dr. Hugo Franzky, *Supplemente zu Kambly's Arithmetik und Algebra.* 24 S.

Von den Vorzügen der Kambly'schen Lehrbücher überzeugt, gibt Verfasser, um den beschränkten Inhalt derselben zu erweitern, den Schülern Supplemente zunächst für die Algebra. Dieselben enthalten: die trigonometrische Behandlung der quadratischen Gleichung, den binomischen Satz, die arithmetischen und geometrischen Reihen höherer Ordnung, die Moivresche Formel, die Kettenbrüche, cubische, reciproke und diophantische Gleichungen. Die unendlichen Reihen mussten wegen Raummangel wegbleiben.

Progr. Nr. 74. Züllichau, Gymnasium: Carl Cavan, *Das arithmetische Pensum der Untertertia.* 38 S.

In ziemlich breiter Ausführung wird die Behandlung des die vier Species in absoluten Zahlen umfassenden Pensums der Gymnasial-Untertertia dargelegt; zahlreiche Beispiele sind als Uebungsstoff beigefügt.

1879.

Progr. Nr. 89. Frankfurt a. O., Oberschule (Realschule I. Ordnung): Karl Hartung, *Bemerkungen zum geographischen Unterrichte.* 26 S. 1 Tafel.

Verfasser weist nach, wie sehr die Einheitlichkeit des Unterrichtes leidet, wenn in derselben Klasse gleichzeitig verschiedene Atlanten im Gebrauche sind, und wie nothwendig es ist, dass für gewisse Stufen einer Schule stets nur ein einziger Atlas eingeführt ist. Als besonders geeignet empfiehlt er Debes' Schulatlas, dessen grosse Vorzüge er ausführlich darlegt. Dann entwickelt er in einem Excurse über „das Kartenzeichnen und das Gedächtniss" das Für und Wider in Bezug auf die constructive Methode und knüpft daran eine Anleitung zu einem einfachen Verfahren bei dem Entwerfen von Gradnetzen.

Progr. Nr. 97. Rathenow, Höhere Bürgerschule: Rector G. Weisker, *Die optischen Fehler des Auges.* I. Theil. 22 S.

Verfasser will die Ergebnisse der physikalischen Untersuchung des

Auges darlegen, soweit sie den Lehrer der Physik sowie den gebildeten Laien interessiren können. Nach einigen geschichtlichen Notizen gibt er den bekannten Vergleich des Auges mit dem photographischen Apparate, um im Anschluss an denselben die Accommodation und ihren Mechanismus, den Nahe- und Fernpunkt und die Accommodationsbreite zu erörtern und die im Bau des Auges begründeten Fehler von den Fehlern der Accommodation sowie von denen der Refraction zu trennen. Als Fehler der Accommodation wird nur die durch den Einfluss des Alters entstehende Weitsichtigkeit (Presbyopie) besprochen, während die Uebersichtigkeit und die Kurzsichtigkeit auf Fehler im Bau des Auges, auf zu kleinen oder zu grossen Abstand der Netzhaut von der Linse zurückgeführt werden. Die Ursachen, das Krankheitsbild, die Correctur dieser Fehler werden dargelegt und schliesslich der Zusammenhang des Schielens mit denselben erörtert. Die Fehler der Refraction werden dem zweiten Theile vorbehalten.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinz Pommern. 1878.

Referent: G. Weisker, Rector der höheren Bürgerschule zu Rathenow.

Progr. Nr. 102. Greiffenberg, Gymnasium: Conrector Dietrich, *Anfangsgründe der Geometrie mit besonderer Berücksichtigung der parallelen geraden Linien.* 14 S.

Nach einer Einleitung zur Geometrie werden die ebenen Figuren im Allgemeinen, das vollständige n-Eck, die Congruenz, die ebenen Winkel, die parallelen Geraden behandelt. Die Beweise der Sätze über die Parallelen werden auf den Satz über die Summe der Winkel im Vierecke gegründet.

Progr. No. 107. Pyritz, Gymnasium: Gymnasiallehrer Kobert, *Die Harmonicalien.* 17 S.

In engem Anschluss an Otto Hesse's analytische Geometrie der Ebene werden die Harmonicalien sowie die Aehnlichkeitspunkte und Aehnlichkeitsstrahlen in elementarer Weise behandelt. Fähigeren Primanern soll dadurch Gelegenheit gegeben werden, in der Anwendung der Trigonometrie und Arithmetik auf die Planimetrie sich zu üben.

Progr. No. 114. Treptow a. d. R., Bugenhagen'sches Gymnasium: Gymnasiallehrer Schoemann, *Apollonius von Perga.* 16 S.

Verf. gibt meist nach Montucla eine Anzahl bibliographischer Notizen, die sich auf Commentare, Bearbeitungen, Uebersetzungen und auf die anderweiten Schicksale der Schriften des Apollonius beziehen, und behandelt dann besonders die kleineren Schriften. Am ausführlichsten geht er auf die Schrift über die Multiplication grosser Zahlen ein; von den geometrischen Schriften gibt er nur einen kurzen Abriss.

Progr. No. 115. Stettin, Friedrich-Wilhelmsschule (Realschule I. Ord.): Oberlehrer Dr. Schönn, *Untersuchungen über Absorption des Lichts.* 7 S.

Bei der spectroscopischen Untersuchung des Wassers im flüssigen Zustande fand Verf. in dem lichtstärksten Theile des Spectrums zwei Absorptionsstreifen. Wahrscheinlich ist die elective Absorption des Lichtes weit allgemeiner als man bisher angenommen. Es werden folgende farblose Flüssigkeiten untersucht: Wasser, Petroleum, Terpentinöl, Glycerin, Methyl-, Aethyl- und Amylalkohol, Essigsäure, Ammoniaklösung u. s. w. Bei den drei Alkoholen zeigt sich ein Zusammenhang zwischen der Lage der Absorptionsstreifen und der chemischen Zusammensetzung.

1879.

Progr. No. 103. Coeslin, Königliches Gymnasium: Gymnasiallehrer H. Müller, *Beitrag zur Methode des botanischen Unterrichts in der Sexta und Quinta.* 45 S. 1 Tf.

Müller empfiehlt das obligatorische Schülerherbarium, welches jedoch auf 35 Familien mit 150 Arten (15 Fam. mit 80 Arten für Sexta, 20 Fam. mit 70 Arten für Quinta) sich beschränken soll. Die Hüllen für die einzelnen Familien sind fabrikmässig hergestellt und käuflich zu haben. Auf der ersten Seite der Hülle stehen der Name (lat. und deutsch, mit Etymologie) und eine kurze Charakteristik der Familie sowie die Namen der obligatorischen Pflanzen der Familie. An entsprechende Stellen zeichnet der Schüler im Laufe des Unterrichts schematische Darstellungen morphologischer Gebilde und fügt den einzelnen Arten die Blütenformeln hinzu. Ein solches Herbarium ersetzt den systematischen und theilweise den morphologischen Abschnitt eines Lehrbuchs. Für das botanische Schulbuch wird die Form eines Lesebuches vorgeschlagen, welches in kurzen Abschnitten das Wissenswürdigste enthält; unter den Ueberschriften: das Leben, die Organe, die Sommerpflanzen, überwinternde Pflanzen, der Stamm, die Blüte, die Fruchtbildung, werden einige solcher kleiner Abschnitte als Beispiele mitgetheilt. Nebenher gehen Bemerkungen gegen das Linné'sche und für das natürliche System, über die Lehrbücher von Schilling, Loew und Bänitz und über den naturkundlichen Unterricht am Gymnasium.

Progr. No. 113. Stargard, Königliches und Gröning'sches Gymnasium: Oberlehrer Dr. Adolf Quidde, zwei kleinere mathematische Abhandlungen. 22 S.

I. *Attraction von geraden Linien und Punkten.* 15 S.

Verf. berechnet die Anziehung zweier gerader Linien im Raume in der Richtung ihrer kürzesten Entfernung, das Drehungsmoment einer geraden Linie, welche von einem festen Punkte angezogen wird, sowie das Drehungsmoment zweier Linien in einer Ebene und stellt schliesslich die Gleichungen für die Bewegung der Linien unter gegenseitigem Einflusse auf. Ueberall betrachtet er die beiden speciellen Fälle der Anziehung nach dem Newton'schen Gesetze und nach dem Gesetze der Elasticität.

II. *Curven gleicher Steilheit auf Flächen zweiten Grades.* 7 S.

Aus den allgemeinen Gleichungen der Curve von einer bestimmten Steilheit für eine beliebige Fläche $n$ten Grades werden für diese Curven an Flächen zweiten Grades, an Paraboloiden, Hyperboloiden, Ellipsoiden specielle Sätze abgeleitet. Daran schliessen sich Sätze über die Umhüllungsfläche gleicher Steilheit, über die Wendungscurve und über die Spuren der Curve der gleichen Steilheit i.

Progr. No. 119. Stettin, Friedrich-Wilhelmsschule (Realschule I. Ord.): Oberlehrer Dr. Schönn, *Die theoretische Chemie in Prima.* 12 S.

Nachdem Verf. die Begriffe: Molekül und Atom, Atomgewicht und Molekulargewicht und Avogadro's Hypothese erörtert, das Molekulargewicht einer Verbindung berechnet, die Molekularformel einer gasförmigen Verbindung bestimmt, das Dulong-Petit'sche Gesetz gegeben und es zur Bestimmung des Atomgewichts und der Molekularformel benutzt hat, bringt er, um die Stelle der Chemie innerhalb der Physik zu bestimmen, die Lehre von der Energie und den Formen derselben, der kinetischen Energie und der Energie der Lage. Dann lehrt er, dass chemische Affinität Energie der Lage ist, und zeigt die Umwandlung von Energie der Lage in kinetische Energie (und umgekehrt) durch Thiere und Pflanzen, durch Electricität, bei Explosionen u. s. w. Zum Schluss definirt er die Ausdrücke: Ursache und Wirkung.

Mathematische Programme des Grossherzogthums Mecklenburg. October 1879.

Referent: Gymnasiallehrer Schlegel in Waren.

Güstrow, Realschule I. O. H. Seeger, *Bemerkungen über die Aufnahme der neueren Geometrie* unter die Lehrgegenstände der 1. Kl.

Seit Ostern 1878 hat die Realschule in Güstrow, dem Vorgange der Friedrichs-Werderschen Realschule in Berlin folgend, den Unterricht in der neueren Geometrie in das Pensum der ersten Klasse aufgenommen. Herr Director Seeger unternimmt es in oben erwähnter Abhandlung diese Neuerung zu begründen, und darzuthun, inwieweit seine eigenen Gedanken über Umfang und Methode dieses Unterrichts (ausgeführt in seinen „Elementen der neueren Geometrie") mit denen anderer Autoren (Paulus, Grundlinien der neueren ebenen Geometrie, Stuttgart 1853; Gretschel, Lehrbuch zur Einführung in die organische Geometrie, Leipzig 1868; Staudigl, Lehrbuch der neueren Geometrie, Wien 1870; A. Maier, Neuere Geometrie*)) übereinstimmen. Den abfälligen Urtheilen der 3. Schlesischen Directoren-Conferenz von 1873 (welche gar manche tragikomische Einzelheiten enthalten) stellt der Verfasser die Autoritäten Staudigl's und Reye's, sowie seine eigenen, eine frühere Auflage seines Buches einleitenden Bemerkungen gegenüber, deren Kernpunkt darin besteht, dass Congruenz, Aehnlichkeit und Collineation als organisch zusammenhängende Gegenstände den Inhalt der Elementargeometrie bilden sollen. Es sollen ferner die allgemeine Theorie und die Anwendungen auseinander gehalten werden. Hinsichtlich des Umfanges des mitzutheilenden Stoffes hält der Verfasser es für rathsam, einstweilen über das Gebiet der ebenen Geometrie nicht hinauszugehen. Es wird dann die Wichtigkeit einer Aufgabensammlung hervorgehoben, und die Frage über die Zweckmässigkeit der Betrachtung des Imaginären bejaht. Die Arbeit schliesst mit einer Kritik der in der neueren Geometrie gebräuchlichen Terminologie.

Wir wünschen diesen zeit- und sachgemässen Bemerkungen guten Erfolg, und dem Beispiele der Güstrower Realschule allgemeine Nachahmung.

C) Bibliographie.

April.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Hedler, Dr., Spiritismus und Schule. Ein Wort der Mahnung an alle wahren Freunde unserer Jugend. (37 S.) Hamburg. Grädener. 0,50.

Zehender, Prof. Dr., Ueber den Einfluss des Schulunterrichts auf Entstehung von Kurzsichtigkeit. Vortrag gehalten in Rostock. Nebst einem Anhang, enthaltend Entgegnungen von 25 Lehrern des Rostocker Gymnasiums und der Realschule I. O. (32 S.) Stuttgart. Encke. 0,80.

Mathematik.

1. Geometrie.

Wittstein, Prof. Dr., Lehrbuch der Elementar-Mathematik. 3. Bd. 2. Abth. Analytische Geometrie. (200 S.) Hannover. Hahn. 2,10.

Brennert, Geometrische Constructionsaufgaben mit vollständiger Lösung. Ein Hilfsbuch für Lehrer. (100 S.) Berlin. Nicolai. 1,50.

*) Recensirt in dieser Zeitschrift VI, 404.

Egger, Schulinsp., Uebungsbuch für den geometrischen Unterricht. II. Stereometrie und III. Ebene Trigonometrie. (50 S.) 1. — Schlüssel (33 S.) 1,50. Bern. Wyss.

2. Arithmetik.

Prisi, Oberl., Leitfaden für den Unterricht in der Algebra an Mittelschulen mit ca. 3000 Aufgaben. (199 S.) Bern. Wyss. 2,10.

Physik.

Thurston, Prof. Rob., Die Dampfmaschine. Geschichte ihrer Entwickelung. Bearbeitet und mit Ergänzungen versehen von W. H. Uhland. 2 Theile. (596 S.) Leipzig. Brockhaus. 10.

Ballauff, Conrector, Die Grundlehren der Physik in elementarer Darstellung. Langensalza. Beyer. In Lieferungen à 1.

Bunsen, R., Flammenreactionen. (32 S. mit 1 Tab. und 1 Taf.) Heidelberg. Koester. 1.

Gintl, Prof. Dr., Studien über Crookes' strahlende Materie und die mechanische Theorie der Elektricität. (20 S.) Prag. Rziwnatz. 1.

Schneider, Dr. Osc., Centralzeitung für Optik und Mechanik. 1. Jahrg. 12 Nrn. Leipzig. Selbstverlag des Herausgebers. Halbjährig 3.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Vacat.

2. Botanik.

Dodel-Port, Docent Dr., Illustrirtes Pflanzenleben. Gemeinverständliche Originalabhandlungen über die interessantesten und wichtigsten Fragen der Pflanzenkunde. 1. Lfg. Zürich. Schmidt. à 1.

Eichler, Prof. Dr. A. W., Syllabus der Vorlesungen über specielle und medicin.-pharm. Botanik. (47 S.) Berlin. Bornträger. 1.

3. Mineralogie.

Fritsche, Dr., Leitfaden für den ersten Unterricht in der Krystallographie. Zum Gebrauch an höheren Lehranstalten nach Naumann bearbeitet. (37 S.) Bensheim. Ehrhard. 0,60.

Geographie.

Ratzel, Prof. Dr., Culturgeographie der Vereinigten Staaten von Nordamerika. Mit 2 Holzschnitten und 9 Karten. (762 S.) München. Oldenbourg. 18.

Andrée, Allgemeiner Handatlas in 86 Karten mit erläuterndem Text. In 10 Lfgn. (12 chrom. Karten mit 3 Bogen Text). Bielefeld. Velhagen & Klasing. à 2.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Gugler, Prof. Dr., Lehrbuch der descriptiven Geometrie. Mit 12 Tafeln und 23 Holzschnitten. 4. Aufl. Stuttgart. Metzler. 8.

Mehler, Gymn.-Prof. Dr., Hauptsätze der Elementarmathematik zum Gebrauch an Gymnasien und Realschulen. 10. Aufl. Berlin. Reimer. (173 S.) 1,50.

Schurig, Dr., Elemente der Geometrie. Leitfaden für den Unterricht in der Planimetrie und Stereometrie, nebst Anhang von Constructionen und Rechenaufgaben. 3. Aufl. (140 S.) Plauen. Hohmann. 0,80.

Wiegand, Dir. Dr., Lehrbuch der Mathematik. Arithmetik und Algebra. Bearbeitet von Oberlehrer Meyer. 7. Aufl. (247 S.) Halle. Schmidt. 2,50.

Naturwissenschaften.

Graessner, Die Vögel von Mitteleuropa und ihre Eier. 3. Aufl. des früher erschienenen Werkes: Die Eier der Vögel Deutschlands von Naumann und Buhle. Mit 441 Abb. auf 24 col. Tafeln. Dresden. Bänsch. In Lfgn. à 2.

Thomé, Rect. Dr., Lehrbuch der Zoologie für Realschulen, Gymnasien etc. Mit 600 Holzst. 4. Aufl. (438 S.) Braunschweig. Vieweg. 3.

Arendts' naturhistorischer Schulatlas. 3. Aufl. von Oberlehrer Dr. Traumüller. Leipzig. Brockhaus. 1,80.

Münch, Lehrbuch der Physik. 6. Aufl. Freiburg. Herder. 4.

Geographie.

Seydlitz, Geographie. 18. Bearbeitung. Ausg. A. (73 S.) 0,75. — Ausg. B. (183 S.) 2. — Ausg. C. (389 S.) 3,75. Breslau. Hirt.

Ritter, Geschichte der Erdkunde und der Entdeckungen. Vorlesungen an der Universität zu Berlin. Herausg. von Daniel. 2. Aufl. (265 S.) Berlin. Reimer. 4,50.

Kleinpaul, Dr., Allgemeine Erdkunde. Zur leichteren Uebersicht in Tabellen-Form bearbeitet. 2. Aufl. (104 S.) Dresden. Meinhold. 2.

Mai.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Dietrich, Reallehrer, Verzeichniss der deutschen Privat-Erziehungsinstitute, Handels-, Kloster- und Töchterschulen. (60 S.) Miltenberg. Halbig. 0,80.

Wilhelm, Landesschulinsp., Praktische Pädagogik der Mittelschulen, insbes. der Gymnasien. (236 S.) Wien. Gerold. 5.

Herbart's pädagogische Schriften, in chronolog. Reihenfolge herausg., mit Einleitung, Anmerkungen u. comparat. Register verf. v. Prof. Dr. O. Willmann. Lpz. Voss. In Lfgn. à 1.

Mathematik.

1. Geometrie.

Kuhn, Sem.-Lehrer Dr., Raumgrössenlehren. Hülfsbuch für den elementaren Unterricht in der Geometrie. 1. Stufe. Einführung in die geometrischen Grundanschauungen. (60 S.) Berlin. Habel, 0,80.

2. Arithmetik.

Fick, A., Das Grössengebiet der vier Rechnungsarten. (40 S.) Lpz. Vogel. 1.

Götting, Gymn.-Oberl., Einleitung in die Analysis. (188 S.) Berlin. Wohlgemuth. 3.

Physik.

Hess, Historische Notizen über die Entwickelung der elektrischen Influenzmaschinen u. Theorie derselben unter besonderer Berücksichtigung der Holtz'schen Maschinen. (39 S.) Frauenfeld. Huber. 2.

Bruhns, Geh. Hofrath Prof. Dr., Die Benutzung der Meteorologie für landwirthschaftliche Arbeiten. Vortrag. (16 S.) Dresden. Schönfeld. 0,40.

Chemie.

Meyer, Dr. Rich., Ueber Bestrebungen und Ziele der wissenschaftlichen Chemie. Berlin. Habel. 1.

Wallach, Prof. O., Tabellen zur chemischen Analyse. Bonn, Weber. 1) Verhalten der Elemente und ihrer Verbindungen. (15 Bl.) 2,20.—2) Methoden zur Auffindung und Trennung der Elemente. (18 Bl.) 1,80.

Arendt, Dr. Rud., Technik der Experimentalchemie. Anleitung zur Ausführung chemischer Experimente beim Unterrichte an niederen u. höheren Schulen. In 2 Bdn. à 3 od. 4 Lfgn. Lpz. Voss. à 3.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Claus, Prof. Dr., Kleines Lehrbuch der Zoologie. Marburg. Elwert. (892 S.) 9,50.

Keferstein, Ger.-R., Betrachtungen über die Entwickelungsgeschichte der Schmetterlinge u. deren Variation. (116 S.) Erfurt. Villaret. 1,60.

2. 3. Botanik und Mineralogie.

Vacat.

Geographie.

Broichmann, Rect., Neuer Volksschulatlas über alle Theile der Erde. 23 Karten. Köln. Du Mont-Schauberg. 1.

Wenz, Materialien für den Unterricht in der Geographie nach der constructiven Methode. München. Schulbücherverlag. 3,80.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Rühlmann, Geh. Reg.-R. Prof. Dr., Logarithmisch-trigonometrische und andere für Rechner nützliche Tafeln. Zunächst für Schüler techn. Bildungsanstalten. 8. Ausg. (390 S.) Lpz. Arnold. 2.

Schumann, Dr. H., Lehrbuch der Elementar-Mathematik für Gymn. u. Realschulen. 2. Aufl. bearb. v. Dr. Gantzer. 4. Thl. Stereometrie. (104 S.) Berlin. Weidmann. 1.

Stegemann, weil. Prof. Dr., Grundriss der Differential- u. Integralrechnung mit Anwendungen. 4. Aufl. herausg. von Sinram. (271 S.) Hannover. Helwing. 6.

Brockmann, Gymn.-Oberl., Lehrbuch der ebenen u. sphärischen Trigonometrie. 2. Aufl. Lpz. Teubner. 1,60.

Gallenkamp, Dir., Die Elemente der Mathematik. 2. Thl. Arithmetik u. Algebra. Stereometrie u. Trig. 4. Aufl. 2,60. 3. Thl. Analysis. Analyt. Geometrie. 2. Aufl. 3. Iserlohn. Bädeker.

Naturwissenschaften.

Kolbe, Prof. Dr. Herm., Ausführliches Lehr- und Handbuch der organischen Chemie. 2. Aufl. umgearb. u. verm. v. Prof. Dr. E. v. Meyer. 1. Bd. (912 S.) Braunschweig. Vieweg. 17.

Bänitz, Dr., Handbuch der Botanik in populärer Darstellung. Nach dem natürlichen Systeme und unter steter Berücksichtigung des Linné'schen Systems für höhere Lehranstalten etc. bearb. Mit 1700 Abb. 2. Aufl. (516 S.) Berlin. Stubenrauch. 4.

—, Lehrbuch der Zoologie. Mit 720 Abb. 4. Aufl. (293 S.) Ebda. 2.

—, Leitfaden für den Unterricht in der Zoologie. Mit 360 Abb. 2. Aufl. (186 S.) Ebda. 1,20.

Geographie.

Kloeden, Prof. Dr. v., Leitfaden beim Unterricht in der Geographie. 7. Aufl. (232 S.) Berlin. Weidmann. 1,60.

Hüttl, Prof. C., Elemente der mathematischen Geographie. (57 S.) Wien. Hölzel. 1,40.

Wallace, D., Russland. Nach der 7. Aufl. des Originals übers. v. Röttger. 3. Aufl. (768 S.) Lpz. Steinacker. 12.

Pädagogische Zeitung.*)

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Die 25jährige Jubelfeier des Schellbach'schen mathematisch-pädagogischen Seminars am 17. April 1880 zu Berlin.**)

(Auszug aus Dr. Felix Müller's Chronik).

Das mathematisch-pädagogische Seminar zu Berlin, welches jetzt unter Leitung des Professors Schellbach 25 Jahre besteht, feierte am 17. April d. J. sein 25jähriges Bestehen. Am Vormittage hatte eine Deputation Herrn Professor Schellbach im Namen der ehemaligen Mitglieder ein Silbergeschenk und ein Photographie-Album überreicht, ausserdem hatte Herr Dr. Felix Müller eine Chronik des Seminars entworfen. Am Nachmittage vereinigten sich viele ehemalige Mitglieder des Seminars, sowie Gönner und Freunde des Professors Schellbach, unter denen sich u. a. die Herren Geh. Oberregierungsrath Wiese, Prof. Borchardt, Prof. Kronecker befanden, zu einem Festmahle. Der Chronik entnehmen wir folgende Notizen, welche vielleicht allgemeines Interesse haben.

Am 8. Januar 1855 erschien ein Ministerial-Rescript, worin der Plan eines Versuches näher dargelegt wird, um dem Probejahr der Schulamts-Candidaten eine grössere Sicherheit des Erfolges zu verleihen. „Die Wahrnehmung," heisst es in diesem Rescript, „dass der Circular-Verfügung vom 24. Sept. 1826, durch welche ein Probejahr der Candidaten des höheren Schulamts angeordnet ist, in vielen Fällen nur sehr unvollkommen entsprochen wird, indem die Probe-Candidaten meist zu wenig Gelegenheit haben, sich das Beispiel und den Rath der älteren und erfahreneren Lehrer zu Nutze zu machen, hat auf den Gedanken geführt, zunächst versuchsweise eine Einrichtung zu treffen, bei welcher die der erwähnten Circular-Verfügung zum Grunde liegende Intention sich sicherer verwirklichen zu lassen scheint. Der Plan ist, unter Betheiligung und Controle der Provinzial-Schul-Collegien, einzelnen durch ihre didaktische und pädagogische Wirksamkeit besonders bewährten Directoren oder Lehrern an Gymnasien und Realschulen Schulamts-Candidaten, deren Zahl in jedem einzelnen Falle drei nicht übersteigen dürfte und die bei der Prüfung pro

---

*) Der Bericht über den 3. deutschen Lehrertag in Hamburg und die damit verbundene Ausstellung musste für's nächste Heft zurückgelegt werden.

**) Wir müssen hier unserm grossen Bedauern Ausdruck geben darüber, dass uns weder von dem Comité noch von sonst einem Berliner Fachgenossen sofort (oder auch schon vorher) von dieser Feier Mittheilung gemacht wurde, dass wir vielmehr viel zu spät durch Zufall davon erfuhren. Gerade unsere Zeitschrift ist das Hauptforum, vor welches diese Angelegenheit gehört! Wir fügen daher dieser Kundgebung die dringende Bitte an alle Leser bei (s. auch Briefkasten ds. Hft.): uns auf dergleichen sowie überhaupt auf Local-Versammlungen, in denen unsere Fächer besprochen werden, schon vorher (p. Postkarte) aufmerksam zu machen, damit wir wegen eines Referates officielle Schritte thun.

D. Red.

facultate docendi eine genügende Befähigung gezeigt haben, in der Art zuzuweisen, dass sie zuerst mehrere Wochen dem Unterrichte des betreffenden Lehrers hospitirend beiwohnen, um dadurch die Anschauung einer zweckmässigen Methode und geordneter Disciplin zu gewinnen. Später würden sie selber im Beisein des Lehrers Versuche im Unterrichten in verschiedenen Classen zu machen haben; ausser der Classenzeit aber hätte der Lehrer resp. Director mehrmals in der Woche Gelegenheit zu nehmen, durch freie oder an die Lehrstunden anknüpfende Besprechungen über methodische und andere praktische Gegenstände die Candidaten zu üben und anzuleiten."

Ostern 1855 wurde am kgl. Friedrich-Wilhelms-Gymnasium in Berlin ein solches „Institut zur Ausbildung der Lehrer der Mathematik und Physik für Gymnasien und Realschulen" zur Ausführung gebracht, es wurde das „mathematisch-pädagogische Seminar" unter der Leitung des Professors Schellbach geschaffen. Durch Verfügung des kgl. Schul-Collegiums der Provinz Brandenburg vom 19. April 1855 wurde der Schulamts-Candidat Dr. Alfred Clebsch dem Herrn Professor Schellbach zur Ausbildung überwiesen.

Von der definitiven Festsetzung eines Statuts für die Ausbildung der Candidaten des Seminars wurde höheren Orts Abstand genommen, um nicht durch bindende Vorschriften den grossen Nutzen abzuschwächen, den insbesondere der persönliche Verkehr des Herrn Professors Schellbach mit den jungen Lehrern hatte. Ehre der Weisheit des Vorgesetzten, der darauf verzichten kann, den freien Flug des Genius durch einschränkende Verordnungen zu hemmen! — War es doch gerade die Persönlichkeit Schellbach's, seine eigene wissenschaftliche Richtung und Methode, welche dem mathematischen Seminar zu einem solchen Gedeihen verhalf. Wer hat begeisterter als er die Ueberzeugung bekundet, dass Mathematik und Physik für allgemeine Menschenbildung einen mindestens eben so hohen Werth in sich tragen, wie die humanistischen Wissenschaften? Diese Ueberzeugung verpflanzte er in die seiner Leitung anvertrauten Lehrer, diese suchte er auch in seinen Schülern zu erwecken. „Die strengen Wissenschaften," so spricht es Schellbach in seiner Programm-Abhandlung vom Jahre 1866 aus, „drängen sich jetzt mit unwiderstehlicher Gewalt ins Leben ein. Auf die Jugendblüthe der Kunst scheint das Mannesalter der Wissenschaft zu folgen. Die Welt fühlt immer deutlicher, dass Gesetze allein die Wohlfahrt des Einzelnen wie des Ganzen sichern; aber Gesetze geben und ihnen frei gehorchen, lehrt nur die Wissenschaft. Man kann die Wissenschaft nie zu hoch erheben; denn es wird doch den Meisten stets behaglicher erscheinen, sich im Kunstgenuss zu berauschen, als den reinen Aether des Gedankens einzuathmen. — Die Aufgabe, unsern Schülern eine klare Vorstellung von dem Umfange, der Bedeutung und dem Einfluss der Mathematik und Physik auf uns und unsere Zeit zu geben, kann wenigstens sicherer und vielleicht erfolgreicher gelöst werden, als die ganz ähnliche, denselben Jünglingen den Werth und wahren Sinn einer antiken Tragödie oder eines Epos begreiflich zu machen." — Aber damit selbst die grössere Menge der Gebildeten erkenne, dass auch die Mathematik fähig sei, die Natur der Dinge und des Geistes zu ergründen, damit die leider vielfach verbreiteten unrichtigen Ansichten über diese Wissenschaft einer besseren Ueberzeugung weichen, ist es vor allem erforderlich, dass dieser Unterrichtsgegenstand nur solchen Männern anvertraut werde, die sich an Gediegenheit der Bildung mit denjenigen messen können, in deren Händen die übrigen Wissenschaften liegen. Solche Männer heranzubilden, ist die schöne Aufgabe, die sich Professor Schellbach als Lehrer und als Leiter des mathematischen Seminars gestellt und der er beständig seine besten Kräfte gewidmet hat. Nahe an hundert junge Mathematiker haben bis jetzt, in den ersten 25 Jahren des Bestehens des Seminars, Gelegenheit gehabt, unter Professor Schellbach's

Leitung ihr Probejahr in der lehrreichsten Weise abzuhalten, und sind dann hinausgegangen, bereichert an Kenntnissen und Fähigkeiten, um nach dem Vorbilde des Meisters ihrem Berufe weiter zu leben.

Auch durch literarische Erzeugnisse ist das mathematische Seminar in ehrenvoller Weise in die Oeffentlichkeit getreten; auf Anregung des Herrn Prof. Schellbach sind von einzelnen Mitgliedern folgende Bücher herausgegeben: Hauptsätze der Elementar-Mathematik (F. G. Mehler) — Neue Elemente der Mechanik (G. Arendt) — Mathematische Lehrstunden (Aufgaben aus der Lehre vom Grössten und Kleinsten, Bode u. Fischer) — Sammlung und Auflösung mathematischer Aufgaben (Fischer u. Lieber) — Die Lehre von den elliptischen Integralen und den Theta-Functionen (Wernicke, E. Schultze, F. Bachmann, Teichert, Kretschmer u. Biermann).

Das Verzeichniss der Mitglieder des Schellbach'schen Seminars enthält eine grosse Zahl wissenschaftlich bedeutender Männer. In den ersten Reihen glänzt das Dreigestirn: Clebsch, Jochmann und Wöpcke, welche leider ein früher Tod der Wissenschaft entrissen hat. Als Professoren an Universitäten und technischen Hochschulen wirken folgende ehemalige Mitglieder: Paalzow in Berlin, Carl Neumann in Leipzig, Weingarten in Berlin, Fuchs in Heidelberg, Königsberger in Wien, Schwarz in Göttingen, Georg Cantor in Halle und Netto in Strassburg.

Journalschau.

Zeitschrift für Mathematik und Physik.

Jahrgang XXV.

(Forts. von Hft. 3, S. 249.)

Heft 2. Niemöller-Eisenach gibt „Formeln zur numerischen Berechnung des allgemeinen Integrals der Bessel'schen Differentialgleichung" mit Beziehung auf seine Arbeit „über die Bewegung einer Saite, deren Spannung mit der Zeit sich stetig ändert" (s. Journalschau Heft 3). — Matthiessen-Rostock: „über die ellipsoidischen Gleichgewichtsfiguren der Satelliten der Erde und des Jupiters" mit Rücksicht auf frühere Arbeiten des Verf. — Schumann-Berlin: „über die Flächenräume und Bogenlängen, welche bei der Bewegung eines starren Systems von einer Geraden umschrieben werden".

Kleinere Mittheilungen: Wiener-Karlsruhe: „die Abhängigkeit der Rückkehrelemente der Projectionen einer unebenen Curve von denen der Curve selbst mit Beziehung auf Staudt's Geometrie der Lage und unter Hinweis auf die von ihm der mathematischen Section der Naturforscher-Versammlung in Baden-Baden vorgelegten 8 Modelle" (30 M.). — Heger-Dresden: zur Construction einer Fläche 2. O. aus neun gegebenen Punkten mit Rücksicht auf Chasles in Comptes rendus 1855; ferner: eine Construction von Curven 3. O. aus conjugirten Punkten. — Schlömilch: einige Bemerkungen über den reciproken Werth der Gammafunction. — Schröder-Karlsruhe: Bestimmung des infinitären Werthes des Integrals $\int_0^1 (u)_u \, du$ nebst Nachschrift Schlömilch's über den Werth der Schröder'schen Näherungsformel. — Consentius-Karlsruhe: der kubische Kreis; über die Bestimmung der schiefen Lage zweier projectivischer Strahlenbüschel in der Ebene. — Herz-Wien gibt eine Kritik der angeblich fehlerhaften „Darstellung der eindeutigen analytischen Functionen durch unendliche Producte und Partialbruchreihen" von Frenzel-Berlin in XIV, 5 d. Z. mit Rücksicht auf eine Formel von Weierstrass.

Historisch-literarische Abtheilung. Heiberg: die Kenntnisse des Archimedes über die Kegelschnitte.

Recensionen: Bohn „Brachyteleseop betreffend“ contra Lippich (eine Art Replik). Schüler, zur Theorie des Imaginären in der Functionenrechnung aus der analytischen Geometrie (Programm der bayerischen Realschule Freising, von Schwering — sehr verurtheilt). Hoüel-Bordeaux Cours de Calcul infinitésimal tom. II (Cantor, im Allgemeinen lobend). — Favaro, Lezioni di statica grafica. Der Ref. Ohrtmann-Berlin weist dem Verfasser nach, dass sein Werk ein Plagiat sei.

Kosmos, Zeitschrift für einheitliche Weltanschauung auf Grund der Entwickelungslehre etc.

Jahrgang III. (1879.)

(Fortsetzung von Heft 1, S. 77.)

Heft 8. (November.) Darwinismus und Philosophie mit Rücksicht auf die gleichnamige Schrift (Dorpat, 1877) von G. Teichmüller in Dorpat I., (Nr. II., Schluss, in Heft 9) von Caspari, behandelt in mehreren Abschnitten: K. E. von Baer, und Teichmüller, die falsche und die richtige Grundthese über die Philosophie des Darwinismus, T.s antidarwinistische Dogmen, T.s (angeblich) falsche Anschauung über das Wesen von Zeit und Ewigkeit (Heft 9), die fünf geschichtlichen Lösungsversuche der Frage über die Entstehung der Arten, T.s eigene Lehre über die Transmutation, der relative Zufall als thatsächlicher Factor jeder empirischen Individuations- und Werdelehre. — Die metaphysische Grundlage der mechanischen Wärmetheorie von B. v. Dellingshusen. — Ueber Absterben und Tödtung der niedrigsten Lebensformen von Dr. A. Wernich-Berlin. — Dr. H. Müller vollendet seinen interessanten Aufsatz „Schützende Aehnlichkeit einheimischer Insekten“. — Christian Conrad Sprengel, Verfasser von „Das entdeckte Geheimniss der Natur im Baue und der Befruchtung der Blumen“ (Berlin 1793) wird von zweien seiner Schüler (Prof. Bernhard-Erfurt und Apotheker A. Selle-Berlin) biographisch geschildert, besonders interessant für die Lehrer der Botanik.

Kleinere Mittheilungen und Journalschau: Gletscher- oder Drift-Theorie für Nord-Deutschland? Mit Rücksicht auf Kosmos V, 375. — Bacterien und Mikrokokken als Ursache der Wechselfieber und Tuberkulose. Der Mammuth-Baum und seine Verbreitung in der Vorwelt. Die Grundform und Abstammung der Korallen. Die Entstehung des Kameelhöckers. Das Alter des Menschengeschlechts.

Literatur und Kritik. Biese, die Erkenntnisslehre des Aristoteles und Kant's in Vergleichung ihrer Grundprinzipien historisch-krititisch dargestellt (Günther). — Cypern, seine alten Städte, Gräber und Tempel von L. Palma di Cesnola, deutsch von L. Stern, Jena 1879 (Mehlis). — Wie weit man in das Gebiet dieser Zeitschrift die Philosophie hereinzieht, davon gibt die Recension des Buches Prel, Psychologie der Lyrik, eine Erweiterung der Schrift „Lyrik als paläontologische Weltanschauung“ (K.) Aufschluss. — Christ, das Pflanzenleben der Schweiz (anonym).

Jahrg. IV. (1880.)*)

Heft 1. (April.) M. Wagner, über die Entstehung der Arten durch Absonderung. — Dodel-Port, das amphibische Verhalten der Prothallien von Polypodiaceen, ein botanischer Beitrag zum biogenetischen Grund-

---

*) Um mit dieser Zeitschrift nicht so weit zurückzubleiben, werden wir, bis Alles nachgeholt, neben dem alten immer ein Heft des neuen (laufenden) Jahrganges vorführen.

gesetz. — F. Schultze, die Sprache des Kindes, eine Pädagogen sehr zu empfehlende physiologisch- psychologische Abhandlung mit vielen literarischen Nachweisen. — Delboeuf, der Schlaf und die Träume, eine ursprünglich in einer französischen Zeitschrift erschienene, hier neu bearbeitete Abhandlung.

Kleinere Mittheilungen und Journalschau: Die Unvollständigkeit der paläontologischen Ueberlieferung von Hoernes. — Die geschlechtlichen Färbungen gewisser Schmetterlinge von Ch. Darwin. — Die Glieder des vorweltlichen Sauronodon, aus dem amerikanischen Journal of Science von Marsh. — Fruchtbarkeit von Bastarden zwischen der gemeinen und chinesischen Gans.

Literatur und Kritik. Bär-Hellwald, über den vorgeschichtlichen Menschen. — Kohn und Mehlis, Materialien zur Vorgeschichte des Menschen im östlichen Europa, II. Th. — Pagenstecher, allgemeine Zoologie.

Oesterreichische Zeitschrift für das Realschulwesen. Jahrg. V.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 245.)

Heft 2. Hanausek-Krems behandelt „die Anwendung des Mikroskopes bei dem naturgeschichtlichen Unterricht an Mittelschulen“, ein Aufsatz, der den mikroskopisch gebildeten Lehrern der Naturgeschichte zwar nichts Neues bringen, aber doch recht interessant sein dürfte. — Villicus-Wien bespricht „die verschiedenen Berechnungsmethoden in einfachen und zusammengesetzten Regeldetri-Aufgaben“; von Adam Riese (1526) ausgehend, behandelt er succ. a) den Proportionsansatz, b) die Schlussrechnung (besser: Zurückführung auf die Einheit oder — Bruchansatz!), c) die wälsche Praktik (Zerlegungsmethode), d) die Gleichsetzungsmethode durch Schlüsse. Er erläutert das Ganze durch Beispiele aus Močnik's und Glöser's Arithmetik und tritt am Schlusse für die „Gleichsetzungsmethode“, der er Vorzüge vor den anderen Methoden zuschreibt, ein. Im vierten Hefte dieser Zeitschrift setzt er diese Arbeit fort und dehnt sie aus auf die zusammengesetzte Regeldetri, wo auch der Kettensatz, Rees's und Basedow's Regeln besprochen werden. Wir wollen die Herren Arithmetiklehrer auf diese Aufsätze aufmerksam machen und sie anregen, zu untersuchen, ob denn diese „Gleichsetzungsmethode“ des Herrn Villicus, für die er schon seit Jahren eintritt, etwas Anderes sei, als eine verkappte und weniger einfache Methode der Zurückführung auf die Einheit (Reductionsmethode)? Der Ausdruck „Schlussrechnung“ dürfte zu allgemein sein. Schlüsse kommen bei jeder Rechnung vor. Müsste wol heissen: „Schluss auf die Einheit“, denn dieser Schluss ist ja gerade das Wesentliche bei dieser Rechnung!

Unter den Recensionen ist bemerkenswerth: Odstrčils Quaternionen und Unverzagt's „Winkel als Grundlage mathematischer Unsersuchungen“ von Kolbe (vergl. unsere Zeitschrift X, 365), Maxwell's Substanz und Bewegung von Kuhn, Martus' astronomische Geographie von Wallentin, Schüler's Lehrbuch der analytischen Geometrie von Wagner, sämmtlich meist mit Lob besprochen.

Blätter für das Bayerische Gymnasial- und Realschulwesen. Jahrgang XV.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 248.)

Heft 10. Döderlein-Memmingen gibt in „Sebastian Münster, ein Wiedererwecker des Ptolemäus“ eine Fortsetzung seines Referats der

Kosmographie dieses Geographen, bei dem die historische Seite vorherrscht. — „Vom Studirtische“ von Schlosser-Eichstätt gibt ein nachträglich gefundenes „Bildungsgesetz“ zu seinen geometrischen Programm-Untersuchungen 1878/9. — Wer gewohnt ist, wie Referent, seinen Schülern immer und immer wieder zu predigen und sie selbst erkennen zu lassen, dass die Mathematik auch ein sprachlich vorzüglich bildendes Lehrobject sei — was leider viele Philologen immer noch nicht begreifen — der wird gerne lesen ein Referat Sarreiter's - Edenkoben über H. von Wolzogen's (Redacteur der „Bayreuther Blätter“) Aufsätze „über Verrottung und Errettung der deutschen Sprache“ (vergl. auch Herrig's Archiv 53, S. 199 und Deutsche Warte VII, S. 227), woraus man erkennt, in welchem bedenklichen Verfalle unsere Sprache ist. — Recensirt sind: Heilermann-Diekmann's Algebra kurz und belobigt, Wenk's graphische Arithmetik tadelnd (wenig Neues bietend, verunglückt). Ein geometrisches Lehrbuch aus der Schweiz von Weller erhält nur bedingtes Lob; dabei wird Polster's Programm (Würzburg 1878, auch in dieser Zeitschrift recensirt von G., X, 150) von dem Referenten Pözl-München scharf verurtheilt.

(Schluss dieses Jahrgangs.)

Deutsche Rundschau für Geographie und Statistik von Arendts.

II. Jahrgang.

(Forts. von Hft. 1, S. 77.)

Heft 4. Die Eranier Centralasiens von Prof. Usfalvy de Mezö-Kövesd mit 2 Porträts. Hierzu gibt auf einer spätern Seite (178) Chavanne eine Karte und Begleitworte. Toula schliesst seine geologischen Untersuchungen am 40. Parallel (Nord-Amerika) mit 2 Ansichten. Die Nordost-Durchfahrt von Dr. J. Chavanne (Schluss) mit Bild des Cap Tscheljuskin. — Die böhmische Schweiz von Manzer (Schluss) mit Ansicht des „Prebischthor“. — Holub gibt Ansichten und Schilderungen des afrikanischen Hauptorts Schoschong der östlichen Bamanquato (Betschuana-Länder). — Astronomie und physikalische Geographie: Minimum der Sonnenflecken, Plejadengruppe. Entdeckung der Nigerquellen. — Reisen und Polarfahrten: Rohlfs' Afrika-Expedition, Expedition nach Marocco, Nordenskjöld's Heimkehr. — Politische Geographie und Statistik: Japan (Residenten). Brasilien (Fläche). Oesterreich (Bosnien). Unterrichts-Anstalten (Deutschland, Schweden). Staats- und Gemeindehaushalt (Bayern, Schweiz, Grossbritannien, Russland). Militär und Marine (Deutschland, Dänemark). Handel (England, Frankreich). Bergbau, Industrie, Landwirthschaft (Schwefelausfuhr Siciliens, Tabak). Verkehrsanstalten: Gleiche Eisenbahnzeit für Deutschland (Leipziger Zeit), österreichisch-ungarische Bahnen. Berühmte Geographen, Naturforscher und Reisende: Baron Ferdinand v. Müller u. A. Nekrologie: Wappäus u. A. Verschiedenes: Vereine, Bücher.

Heft 5. Zur Colonisationsfrage in Deutschland von Lange. (Schluss in Heft 6.) — Bei dem Mîr von Wakhân (Hochasien) von Klöden. — Ueber die Entstehung der Gebirge mit Illustrationen und Literatur von Czerny. (Fortsetzung in Heft 6.) — Die hohe Tatra von Siegmeth mit Illustrationen. — Zur Geschichte der Höhenmessungen von Wolkenhauer. (Schluss in Heft 6.)

Astronomie und physikalische Geographie: Sonneneruptionen, eine Meeressäule (Trombe) in Canea. Reisen und Polarfahrten: Széchényi, Nordenskjöld, russische Reisende. Gemeinsamer Meridian. — Politische Geographie und Statistik: Sachsen (Sterblichkeit, Motoren), Bosnien, Unterrichtsanstalten (Oesterreich, deutsches Reich), Staats-

und Gemeinde-Haushalt (Deutschland, Schweden, Aegypten), Militär und Marine (Oesterreich-Ungarn, Deutschland, Festung Ingolstadt), Handel (Leipzig-Amerika, England 1879, Opium in China). Bergbau, Industrie, Landwirthschaft (Oesterreich, Frankreich, Ostindien). Verkehrsanstalten: Gotthard- und Vesuvbahn, Riesendampfer „Sahara". Berühmte Geographen, Naturforscher, Reisende: Oscar Lenz (mit Abbildung). — Nekrologie: Eduard Mohr (mit Abbildung), Mordtmann u. A. — Vereinsnachrichten. — Reise-Mittheilungen. — Bibliographie. — Karte von Centralasien.

Heft 6. Ueber die südlichen Alpen von Neu-Seeland. Von Franz Toula. (Mit 2 Illustrationen.) — Die östlichen Bamanquato. Von Dr. Emil Holub. (Mit 1 Illustration.) — Zur Colonisationsfrage in Deutschland. Von Dr. Henry Lange. — Ueber die Entstehung der Gebirge. Von Prof. Dr. Franz Czerny. (Mit 3 Illustrationen.) — Das algerisch-tunesische Binnenmeer. Von Dr. Joseph Chavanne. (Mit 1 Karte und 2 Illustrationen.) — Zur Geschichte der Höhenmessungen. Von Dr. W. Wolkenhauer. — Astronomie und physikalische Geographie. — Politische Geographie und Statistik. — Unterrichtsanstalten. — Staats- und Gemeindehaushalt. — Militär und Marine. — Handel. — Bergbau. — Industrie und Landwirthschaft. — Verkehrsanstalten. — Berühmte Geographen, Naturforscher und Reisende. (Mit 1 Illustration: Gerhard Rohlfs.) — Geographische Nekrologie. Todesfälle. (Mit 1 Illustration: C. v. Seebach.) — Akademien, geographische und verwandte Vereine. — Kleinere Mittheilungen. — Vom Büchertisch.

Zeitschrift für Schulgeographie,

herausgegeben von Seibert, Wien, bei Hölder.*)

Jahrgang 1879/80.

Heft 1. (October 1879.)**) Hummel-Delitzsch (Provinz Sachsen) behandelt unter der Firma „das geographische Individuum nach seiner unterrichtlichen Bedeutung" eine Stoffauswahl und Stoffvertheilung des geographischen Unterrichts. — Knaus-Leitomischl (Böhmen): „welche Illustrationen sind in einem geographischen Schulbuche überflüssig?" Verfasser meint diejenigen, welche durch Experimente ersetzt oder nach Anleitung des Lehrers aus dem Atlas entworfen werden können und die, welche sich auf Methodik beziehen und also für — den Lehrer bestimmt sind. — In dem Artikel „Eintheilung des Himmelsgewölbes" will Breitung-Erfurt den Anfänger in verständlicher Weise in die astronomische Geographie einführen und setzt dies unter „Bewegungserscheinungen des Sternenhimmels" im zweiten Hefte fort. Ist das nicht bereits von einem gewissen „Diesterweg", und besser, geschehen? — Jarz-Znaim (Mähren) gibt eine im zweiten Hefte fortgesetzte oro- und hydrographische Skizze der Balkanhalbinsel, leider — ohne Kartenskizze, was er selbst in einer Anmerkung als „misslich" anerkennt. Er verweist jedoch auf einige grössere Karten. Verfasser hätte selbst eine schematische entwerfen sollen!

Heft 2. (November.) Wolf-Wien, über das Zeichnen beim geographischen Unterricht. Verfasser will es nur insofern herbeiziehen, als es die Karte, welche doch immer das beste (weil genaueste) Hilfsmittel sei, verstehen und ausnutzen lehrt, und weist ihm eine untergeordnete Stellung an. Dagegen polemisirt Hauptvogel-Prag in Heft 4, welcher dem Zeichnen eine wichtigere Rolle, bei der Genesis des Bildes an der Tafel, zugetheilt wissen will. — „Das Wesen des Vulcanismus" ist

*) Man sehe unsere Anzeige dieser Zeitschrift in diesem Hefte S. 304 u. f.

**) Wir werden, um Raum zu sparen, nur die „Abhandlungen" anführen und etwa noch die Illustrationen (Karten) notiren.

eine Wiedergabe des Inhalts eines Capitels aus einer kleinen Schrift „die vulcanischen Berge“ des Wiener Realschullehrers Toula. Zum Schlusse macht der Herausgeber den Vorschlag, die Mitarbeiter und Leser möchten die verschiedenen Angaben über die Grenzen zwischen Hoch- und Tiefland prüfen und Vorschläge zu einer Entscheidung machen. Das sollte man — meinen wir — den Geographen von Fach überlassen, sonst kommt man in dieselbe Sackgasse, in der jetzt die „Orthographie“ steckt.

Miscellen.

Ein grosser und ein kleiner Rechner.

a) Zacharias Dase.

(Aus einer Hamburger Zeitung vom Jahre 1879.)

Der Nachlass des grossen Kopfrechners Zacharias Dase, wol des grössten Rechenmatadors aller Völker und Zeiten, befindet sich im Besitz des Hoflithographen Herrn Rudolph Senf (Hopfenmarkt) in Hamburg. Jetzt, wo der phänomenale kleine Moritz Frankl das Tagesgespräch in Hamburg bildet (war ja auch gestern das Carl Schultze-Theater in allen Räumen gefüllt), dürfte eine Erinnerung an den grössten unter den bisher bekannten Rechnern, an Zacharias Dase, dessen Vaterstadt Hamburg ist (hier starb er auch in den vierziger Lebensjahren im Anfang des Jahres 1860), willkommen sein. Der genannte Nachlass besteht aus einem fein eingebundenen Album, in welches die Urtheile, Widmungen, schriftlichen Adressen, kalligraphische Votivblätter etc. derjenigen distinguirten Personen, vor welchen Dase sich in den vierziger Jahren producirte, eingetragen sind. Es befinden sich unter den handschriftlichen Anerkennungen mehrere eigenhändig von dem jetzigen deutschen Kaiser geschriebene Zeilen des Lobes und der Bewunderung; auch von mehreren gekrönten und prinzlichen Häuptern Europas, nicht minder von Fürsten der Wissenschaft (Alexander von Humboldt, Gauss etc. etc.) befinden sich Autographen in dem seltenen Collectaneum. Der Nachlass enthält ferner ein gedrucktes Buch in Pracht-Ausgabe (Selbstverlag Dase's), welches die Gastvorstellungen Dase's, ihre Erfolge und die Anerkennungen in chronologischer Reihenfolge bringt; zwei grosse Bilder Dase's in Steindruck, den Meister als Jüngling und als reifen Mann im Schmuck des Vollbarts darstellend; eine colossale Tafel, in welche die Logarithmen von 1—100000, wie sie Dase aus dem Kopfe berechnete, eingetragen sind, und noch mehreres Andere, was für den sich dafür Interessirenden hohen Werth hat. Wir haben u. A. daraus erfahren, dass Dase einmal die Riesenaufgabe löste, 1000 Ziffern mit 1000 Ziffern zu multipliciren. Er brauchte dazu ungefähr acht Stunden — und das Resultat stimmte genau. Die ungeheure Uebung im Behalten der grössten Zifferncolonnen verschaffte sich Dase erst im Laufe der Zeit. Als Knabe ging er mit seinem Riesentalent „unentdeckt“ umher. Hoffentlich gelingt es, den interessanten Nachlass, den Herr Senf in seinem Besitz hat, für ein Hamburger Museum zu erwerben. Herr Senf ist gerne bereit, den sich dafür Interessirenden den Dase'schen Nachlass zu zeigen.

b) Der kleine Rechenkünstler Moritz Frankl.

Ueber dieses „Wunderkind“, welches im vorigen Jahre auch in Hamburg gastirte, erhalten wir von einem Herrn Dr. Ihlenburg, Privatdocenten in Leipzig, ein „Eingesandt“ des dortigen Intelligenzblattes (21. XII. 1879), welches wir hier unseren Lesern mittheilen:

„Die letzte öffentliche Vorstellung des sogenannten Wunderkindes des

19. Jahrhunderts, des 6jährigen Moritz Frankl aus Ungarn, fand am 8. December im hiesigen Schützenhause statt, und ereignete sich hierbei ein Vorfall, welcher gewiss Jeden interessiren wird, der das Talent des kleinen Rechenkünstlers zu bewundern Gelegenheit genommen hat. Nachdem der kleine Frankl seine Aufgabe gelöst hatte, wurde von unserem anwesenden Mitbürger Dr. Ihlenburg sein schon vorher geäusserter Zweifel an der wissenschaftlichen Lösung der Exempel bezüglich des Ausziehens der Kubikwurzel aus einer 7stelligen vollständigen Kubikzahl — die am höchsten bewunderte Kunstleistung — nicht nur aufrecht erhalten, sondern es verpflichtete sich sogar derselbe, dieses von ihm enträthselte Kunststück jedem geweckten 10jährigen Knaben binnen einer Stunde beizubringen. Wegen dieser Aeusserung wurde dem Dr. Ihlenburg in lebhaft erregter Weise seitens des Mentors des kleinen Frankl — Dr. Honig —, der anderer Ansicht war, eine Wette oktroyirt und zwar im Verhältniss von 100,000 Gulden gegen 1 Groschen. Dr. Ihlenburg, soweit getrieben, Beweise für seine Behauptung zu liefern, liess durch Dr. Honig einen anwesenden Knaben für den Versuch bestimmen und schickte sich sofort an, demselben die nöthige Instruction zu ertheilen. Noch vor Ablauf der bedingten Zeit war der Schüler soweit eingeübt, dass er zum Examen zugelassen werden konnte. Dicht umringt von der in grosse Spannung gerathenen Menge löste nun derselbe zu Aller Erstaunen und Freude die ihm von Dr. Honig vorgelegten Aufgaben, mit Ausnahme der ersten, deren Nichtlösung wol in der natürlichen Befangenheit des Neulings und in der Störung durch das Mitreden des kleinen neben ihm stehenden Frankl ihren Grund hatte.

Dr. Ihlenburg leistete somit, was er versprochen hatte, und schlug hierdurch glänzend den Dr. Honig. Letzterer beging noch die Ungeschicklichkeit, die Lösung des ersten Exempels, die Dr. Ihlenburg auf Aufforderung selbst ausführte, als falsch zu erklären, obgleich dieselbe richtig war. — Unter diesen Umständen ist dem Dr. Ihlenburg das Verdienst nachzurühmen — vielleicht zuerst in Deutschland — das sogenannte Wunder und die scheinbar räthselhaften Leistungen des ungarischen „Wunderknaben“ in einem Punkte enthüllt resp. auf ihren wahren Werth zurückgeführt zu haben.“

Herr Dr. Ihlenburg schreibt uns nun, dass er eine „Entlarvung des 6jährigen Rechenkünstlers Moritz Frankl“ verfasst habe, die er uns für diese Zeitschrift anbietet und in welcher er angeblich lehrt „die Kunst aus allen vollständigen Kubikzahlen von **Eins** bis **zehn Millionen** die Kubikwurzel sofort aus dem Kopfe zu nennen.“

Preisaufgaben.

1) Das königliche italienische Venetianische Institut der Wissenschaften und Künste hat folgende Preise, um die sich auch Deutsche bewerben können, ausgeschrieben: 1. Für eine „ausführliche Erörterung der bisher erfolgten Bestimmungen des mechanischen Aequivalents der Wärme-Einheit, Untersuchung über die Ursachen; der beträchtlichen Unterschiede, welchen man bei den Resultaten begegnet; Angabe des wahrscheinlichen Werthes, welchen man aus diesen entnehmen kann; und Bestimmung des Aequivalentes selbst durch neue Versuche unter Anwendung der durch den Bewerber als die genaueste nachzuweisenden Methode.“*) 4. Für „eine Erörterung der in neuester Zeit in der Physik bezüglich der Phänomene des Lichtes, der Wärme, der Elektricität und des Magnetismus erwogenen Hypothesen und Angaben der Abänderungen, welche die

*) 2, 3, 5 übergehen wir, weil sie theils Gegenstände betreffen, welche dieser Zeitschrift fern liegen, theils schon den 31. März d. J. bearbeitet sein mussten.

wissenschaftliche Sprache zu erleiden hätte, um in vollständiger Uebereinstimmung mit den am besten begründeten Lehren zu stehen, unter Anführung einiger Proben durch Erörterung einiger hauptsächlicher Phänomene." 6) Für eine „Auseinandersetzung der Regeln, an welche die Architekten sich halten müssen, um den Theatern und den zu Schauspielen, Vorlesungen, zahlreichen Versammlungen bestimmten Sälen eine der gleichmässigen Verbreitung und deutlichen Wahrnehmung der Töne günstige Einrichtung zu geben". Die Preisarbeiten zur Lösung der Aufgaben unter Nr. 1 und 4 müssen bis 31. März 1881 an die Kanzlei des oben erwähnten Institutes eingesendet werden. Die Preise betragen zu Nr. 1 1500 Lire, zu Nr. 4 3000 Lire. Die weiteren Bedingungen der Preisbewerbung werden auf schriftliche Anfragen von den k. preussischen Ministerien für Handel und Gewerbe und der geistlichen, Unterrichts-etc.-Angelegenheiten mitgetheilt werden.

(Centralblatt für die gesammte Unterrichts-Verwaltung in Preussen 1880. S. 258.)

2) Der Universität München sind 3000 Mark mit der Bestimmnng zugegangen, ein Preisausschreiben zu erlassen für die beste Geschichte der deutschen Holzschneidekunst von der ältesten bis zur neuesten Zeit. Der Termin der Einsendung bis zum 1. Januar 1883. Bedingungen sind gratis vom Universitäts-Secretariat zu beziehen.

3) Die k. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen stellt folgende Aufgabe:

Für den November 1881. (Einsendungsfrist bis Ende September.) Preis mindestens 50 Ducaten.

„Die k. Societät verlangt eine auf Untersuchungen gestützte Darstellung derjenigen Entwickelungsvorgänge, durch welche die Gestaltung des ausgebildeten Echinodermenleibes herbeigeführt wird. Es soll darin, im Anschluss an die gesicherten Kenntnisse von der Embryonenentwickelung der Echinodermen, besonders gezeigt werden, in welcher Weise das Thier aus der Larvenform bis zur völligen Anlage sämmtlicher Organsysteme erwächst. Dabei bleibt es der Untersuchung überlassen, ob an einer charakteristischen Art der Entwickelungsgang in allen Einzelnheiten erforscht wird oder ob durch die Feststellung der Entwickelung verschiedener Formen ein für den ganzen Kreis geltendes Verhalten dargelegt wird; in letzterem Falle müsste aber die Untersuchung soweit eindringen, dass die hauptsächlichen Uebereinstimmungen und Abweichungen in der Ausbildung der Organsysteme bei den verschiedenen Echinodermenformen von ihrem frühesten Auftreten an gekennzeichnet werden." (Zoologischer Anzeiger, 1880.)

Berichtigungen.

Zur bayerischen Programmenschau, Heft 2, S. 148.

1) In der Anzeige des Roellinger'schen Programmes war auch gelegentlich einer Abhandlung von F. Roth (Wolgast 1871) Erwähnung geschehen und dabei, wesentlich mit Rücksicht auf einen Bericht in Ohrtmann-Müller's Jahrbuch, bemerkt worden, dass in derselben die weiteren Ausführungen durch einen fundamentalen Fehler in der Auffassung beeinträchtigt würden. Nachdem jedoch dem Referenten Gelegenheit geboten wurde, die betreffende Arbeit selbst eingehender zu prüfen, kann er nicht umhin, sein damaliges Urtheil zu rectificiren. In seiner Absicht, die bekannte Adhémar'sche Eistheorie zu widerlegen, kam es Roth wesentlich darauf an, die Gesammtmenge von Wärme zu berechnen, welche einer Halbkugel der Erde durch ein von der — unendlich entfernten — Sonne ausgehendes cylindrisches Strahlenbündel erhält. Hierbei brauchte er allerdings

auf den Winkel, welchen jeder einzelne Strahl mit dem bezüglichen Flächenelemente bildet, keine Rücksicht zu nehmen, und es erledigt sich so der oben erwähnte Vorwurf, welcher eben lediglich auf der Nichtberücksichtigung der verschiedenen Einfallswinkel beruhte.

Dr. S. Günther.

2) In dem Aufgaben-Repertorium Heft 3 S. 196—201 haben sich einige Fehler eingeschlichen:

S. 197 Z. 15 v. o. ist Bermann gesperrt zu drucken.
„ 198 „ 10 v. u. ist 1. Analysis zu lesen.
„ 198 „ 2 v. u. ist zu lesen „der später folgenden" statt folgenden.
„ 199 „ 8 v. o. schreibe $G'H'C'$ statt $G'HC'$.
„ 200 „ 2 u. 3 v. u. de Mathém. statt des Math.
„ 201 „ 2 v. o. muss es im mittlern Gliede heissen $\sqrt{3}\cdot\frac{1}{4}a^2$ statt $\sqrt{3}\frac{1}{4}a^2$.

Bei der Redaction eingelaufen.

(Pfingsten 1880.)

Neue Werke.

Müller-Pouillet-Pfaundler, Lehrbuch der Physik II, 2. 2te Lief. (S. 321—656 Schluss der Wärmelehre u. Meteorologie). Braunschw. 80. Vieweg & S.
Al Kâfi fîl Hisâb (Genügendes über Arithmetik) III., herausg. von Hochheim. Halle, Nebert (ohne Jahreszahl).
Erster Jahresbericht der deutschen Seewarte f. d. J. 1875—1878, Hamburg 1878. (Directe Zusendung der Seewarte.)

Zeitschriften.

Kosmos, IV, 2 (Mai).
Abhandlungen (Aufsätze) aus Zeitschriften:
„Ueber die Beziehung zwischen der Vergrösserung der Mikroskope u. der Genauigkeit der mikrometrischen Messungen", aus der Zeitschrift f. Vermessungswesen (1880 3. Heft) von J. (Jordan), Uebersetzung einer Abhandlung des Prof. Förster, Dir. d. Kais. Norm.-Eich.-Comm. in den Procès-verbaux.
Zwei italienische Abhandl.: 1) Teoremi elementari sui massimi e minimi (dall' Annuario del R. Istituto Tecnico di Roma 1879) von D. Besso. 2) Dimostrazione elementare di alcune formule pel calcolo dei seni e coseni ib. Von demselben.

Neue Werke.

(s. VI. 80.)

Götting, Einleitung in die Analysis, Berlin, Wohlgemuth 80.
Bergold, Ebene Trigonometrie (mit einer kurzen Geschichte ders., Aufgabensammlung u. erl. Bem). Leipzig-Heidelberg, Winter 80.
Claussen, Die trigonometrische Auflösung der quadratischen und kubischen Gleichungen (für Volksschullehrer-Seminare). Schleswig, Bergas, 80.

Zeitschriften.

Kosmos, Jahrg. IV. Heft 3 (Juni).
Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXV, 3.
Paed. Archiv, XX, 4.
Oest. Zeitschr. f. d. Realschulwesen V, 2 (nachträgl.) u. 5.
Blätter f. d. bayer. Gymnas.- u. Real-Schulw. XVI, 4.
Revue de l'instruction publique en Belgique XXIII, 2.

Briefkasten.

A. Allgemeiner.

1) Wir müssen — wenn es nicht schon hinreichend bekannt sein sollte — zur allgemeinen Kenntniss bringen, dass wir niemals bereits gedruckte Arbeiten — namentlich Programm-Arbeiten — in die I. Abtheilung unserer Zeitschrift aufnehmen können. Die Beiträge für diese Abth. sollen Originalarbeiten (mit Berücksichtigung der schon oft im Briefkasten gestellten Bedingungen, s. Vorw. zu diesem Jahrg. S. 3) sein. Schon gedruckte Programm-Arbeiten von vorzüglichem Werthe könnten höchstens in einer Umarbeitung (Verbesserung) Aufnahme finden, sonst gehören sie, als Abdrücke, in die III. Abtheilung, oder die Referate über dieselben in die II. Abtheilung (Programmschau). Wir sind zu dieser Bemerkung genöthigt durch die nicht seltenen Zumuthungen, die in dieser Hinsicht an uns gestellt werden. Wir würden durch Bewilligung solcher Forderungen unsere Zeitschrift bald zu einer Niederlage von Programm-Arbeiten machen, und sie dadurch sicherlich nicht heben oder auch nur auf dem Niveau erhalten.

2) Wir bitten, Briefen, auf die eine Antwort oder die Zurücksendung von Beiträgen gewünscht wird, immer die nöthigen Briefmarken beizulegen. (S. Allgem. Briefk. in Heft 2 d. J. S. 170. Nr. 2 u. 5.)

3) Wir richten an alle unsere Leser die dringende Bitte, uns von Jubiläen mathemat. oder naturw. Autoritäten (vergl. den Bericht über das Jubil. d. Schellb. math. Seminars in d. Hefte S. 325 u. f.) oder über Versammlungen, in denen unsere Fächer besprochen werden, zeitig genug und womöglich schon vorher aus dem betreffenden Orte Mittheilungen zu machen.

4) Um Gleichmässigkeit in die Programmüberschriften zu bringen, werden die Herren Programm-Referenten ersucht, künftig bei den Titeln ihrer Referate folgendes einheitliche Schema zu benutzen:

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme
des Königreichs etc. **Bayern.** } Ostern } 18....
der Provinz etc. **Hannover.** } Michaelis } (Die Jahreszahl nie wegzulassen.)

Ort	Schulgattung und Schulspecies	Nr.	Verfasser	Titel der Abhandlung und Zugehöriges
Leipzig	Gymn. (Nicolai) Realschule 1. O. „ „ 2. O. Höhere Bürgerschule etc.	Progr. Nr. 75.	Dr. G. Meier	*Die Determinanten in der Schule etc.*

Land, Provinz und Ort zweimal, Verfasser einmal geradlinig, Titel der Abhandlung (weil cursiv zu drucken) bogenförmig zu unterstreichen.

B. Specieller.

Quittungen über eingelaufene Beiträge.

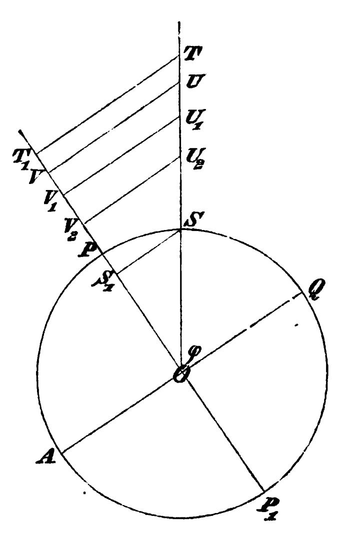
Dr. G. H. „Länge des physischen Pendels". Sie scheinen den Zweck der Zeitschrift zu verkennen. Hat keine Beziehung zum Schulunterricht. Geht auch nicht auf die Vorarbeiten ein.

J. L. Wien. „Ein neuer Satz am rechtw. Dr." Ist Ihr Satz wirklich „neu"? Bezüglich der „Rücksendung" von eingesandten Beiträgen lesen Sie den Briefkastens i. Heft II. d. J. (S. 170 Nr. 5).

Elementare Ableitung der Formel für die östliche Abweichung freifallender Körper.

Von Dr. Ad. Jos. Pick.

In allen mir bekannten Lehrbüchern der astronomischen Geographie, deren mehr als ein Dutzend vor mir liegt, ja selbst in ausführlicheren populären astronomischen Werken wird in Bezug auf den sogenannten Benzenbergischen Fallversuch nur einfach bemerkt, dass der fallende Körper die Geschwindigkeit, die dem Punkte entspricht, von dem aus er niederfällt, beibehalten und in Folge dessen dem vertical unter ihm liegenden Punkte der Erdoberfläche gegen Ost vorauseilen müsse. Hierauf werden die Resultate angeführt, welche Benzenberg in Hamburg, oder jene, welche Reich in Freiberg gefunden, und ihre Abweichung vom Rechnungsresultate angegeben. Schon das muss zu der Ansicht verleiten, dass es sich um gar nichts anderes handeln könne, als um die Differenz der Geschwindigkeiten des Punktes, von wo der Körper herabfällt und des vertical unter ihm liegenden Oberflächenpunktes der Erde.



In vielen dieser Werke (Wetzel, Hartmann u. a.) wird nun gar eine Figur beigegeben, welche den Weg des Körpers als Resultirende (Parabel) zwischen dem Ueberschuss der Geschwindigkeit und der Schwere darstellt, also in dieser Anschauung noch mehr bestärkt. Gerade der wissbegierige Schüler wird nun leicht verleitet, diese, wie

er überzeugt sein muss, einfache Rechnung durchzuführen. Er wird also folgendermassen argumentiren: Ist die Fallhöhe h, die geographische Breite φ, so lässt sich aus ersterer die Zeit ermitteln, die der Körper zum Fallen braucht. Sie ist $= \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Der Punkt, von wo aus der Körper fällt, macht in einem Tage den Weg $2\pi(r+h)\cos\varphi$, seine Geschwindigkeit ist demnach $\frac{2\pi(r+h)\cos\varphi}{24\,.\,60\,.\,60}$, sein Weg nach Ost also während der Fallzeit $\frac{2\pi(r+h)\cos\varphi}{24\,.\,60\,.\,60}\,.\,\sqrt{\frac{2h}{g}}$. Entsprechend ist der Weg des vertical unter ihm liegenden Punktes der Erdoberfläche $\frac{2\pi r\cos\varphi}{24\,.\,60\,.\,60}\sqrt{\frac{2h}{g}}$. Demnach eilt der fallende Körper nach Osten vor um

$$1. \qquad a = \frac{2\pi(r+h)\cos\varphi}{24\,.\,60\,.\,60}\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{2\pi r\cos\varphi}{24\,.\,60\,.\,60}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$= \frac{2\pi h\cos\varphi}{24\,.\,60\,.\,60}\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Er führt die Rechnung nach dieser Formel durch und findet natürlich, dass seine Rechnung mit dem im Buche gegebenen Resultate nicht stimmt.

Ich habe es deshalb versucht, die Formel, welche die östliche Abweichung freifallender Körper darstellt, auf elementarem Wege abzuleiten. Ist auch dieser Weg im Wesentlichen nicht von jenen verschieden, die man bei ähnlichen Problemen einschlägt, wo es sich darum handelt Differentiationen und Integrationen zu umgehen, so veranlasst mich doch der Umstand, dass mir kein Lehrbuch der Astronomie oder Physik, das nur Elementarmathematik voraussetzt, bekannt ist, in welchem dieses interessante Problem gelöst wäre, meine Auflösung hier mitzutheilen. Ich hoffe, sie wird dem einen oder dem andern der Herren Collegen nicht unerwünscht sein.

Es ist nun vor Allem klar, dass der fallende Körper die Geschwindigkeit, die er im Momente des Fallens besitzt, nicht unverändert beibehalten kann. Ein jeder Körper, der irgendwie mit einem andern sich bewegenden in Verbindung tritt, nimmt nach und nach die Geschwindigkeit des letztern an, gleichviel ob er früher eine grössere oder geringere besessen.

Wäre dies nicht, so müssten wir von einem südlichern Parallelkreise auf einen nördlichern Parallelkreis (der nördlichen Erdhälfte) hüpfend nach Ost zu abweichen. Indem wir aber auf einen nördlichern Punkt kommen, erhalten wir zugleich seine Geschwindigkeit (erfahren eine Verlangsamung), da diese nur unendlich wenig von jener des vorangehenden Parallels verschieden ist. Wäre es möglich, einen im Verhältniss zur Abnahme der Länge der Parallelkreise nicht verschwindend kleinen Sprung zu machen, dann müssten wir allerdings nach Ost zu abweichen, aber nicht um die ganze Differenz der Geschwindigkeiten, da ein Theil dieses Ueberschusses durch die Tendenz, die Geschwindigkeit der Zwischenpunkte anzunehmen, verloren ginge.

Dies vorausgesetzt sei T (s. d. Fig.) ein Punkt oberhalb der Erdoberfläche, etwa die Spitze eines Thurmes, von wo aus man den Körper fallen lässt. Vertical unter ihm an der Erdoberfläche liege der Punkt S, so dass $TS = h$ die Höhe des Thurmes ist. Punkt T beschreibt in einem Tage einen Kreis mit dem Halbmesser TT', S den kleinern mit dem Halbmesser SS'. Bezeichnen wir die Winkelgeschwindigkeit mit w, so dass $w = \frac{2\pi}{24 \,.\, 60 \,.\, 60} = \frac{\pi}{43200}$, den Radius der Erde mit r, die Polhöhe mit φ, so beschreibt T in einer Secunde den Weg

$$w(r+h)\cos\varphi,$$

der Punkt S dagegen den Weg

$$wr\cos\varphi.$$

Bezeichnet man die Zeit, die der Körper zum Herabfallen braucht, mit t, so ist diese nach den Fallgesetzen $= \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Theilen wir diese Zeit t in n gleiche kleine Zeittheilchen τ, so macht der Punct T in dem ersten dieser Zeittheilchen in seinem Parallel den Weg

$$s_1 = \tau w(r+h)\cos\varphi.$$

Während dieses ersten Zeittheilchens τ senkt er sich aber gleichzeitig um eine diesem Zeittheilchen entsprechende Strecke und langt (abgesehen von der östlichen Abweichung) in dem Punkte U an. Dieser beschreibt in einem Tage einen Kreis, dessen Halbmesser $UV = (r + h - TU)\cos\varphi$ ist. Nimmt

der fallende Körper die Geschwindigkeit dieses Punktes an, so bewegt er sich nach Ost mit der Geschwindigkeit $w\,(r + h - TU)$ $\cos\varphi$ oder, weil $TU = \frac{g}{2}\tau^2$, mit der Geschwindigkeit $w\,(r + h - \frac{g}{2}\tau^2)\cos\varphi$; daher macht er in dem zweiten Zeittheilchen den Weg

$$s_2 = \tau w\,(r + h - \frac{g}{2}\tau^2)\cos\varphi.$$

Während dieses zweiten Zeittheilchens gelangt er aber wieder fallend nach U_2 (er fällt in diesem zweiten Zeittheilchen um $\frac{g}{2}\cdot 3\,\tau^2$, um so viel liegt U_2 unter U_1), U_2 bewegt sich nun mit der Geschwindigkeit $w\,(r + h - \frac{g}{2}\cdot[2\,\tau]^2)\cos\varphi$, und so wird denn der Weg nach Ost im dritten Zeittheilchen sein

$$s_3 = \tau w\,(r + h - \frac{g}{2}\cdot 4\tau^2)\cos\varphi.$$

So findet sich

$$s_4 = \tau w\,(r + h - \frac{g}{2}\cdot 9\tau^2)\cos\varphi$$

$$s_5 = \tau w\,(r + h - \frac{g}{2}\cdot 16\tau^2)\cos\varphi$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$s_n = \tau w\,(r + h - \frac{g}{2}\,[n-1]^2\,\tau^2)\cos\varphi.$$

Nach Verlauf dieses $n$ten (letzten) Zeittheilchens ist der Körper an der Erdoberfläche angelangt.

Die Summe aller der kleinen Wege s gibt den ganzen Weg des Körpers nach Ost; also

$$s = \tau w\left\{nr + nh - \frac{g}{2}\cdot\tau^2\,(1 + 4 + 9 + \cdots [n-1]^2)\right\}\cos\varphi$$

oder, weil $1 + 4 + 9 + \cdots (n-1)^2 = \frac{n\,(n-1)\,(2n-1)}{6}$,

$$s = \tau w\left\{nr + nh - \frac{n\,(n-1)\,(2n-1)}{6}\cdot\frac{g}{2}\cdot\tau^2\right\}\cos\varphi,$$

oder, wenn man einerseits n aus der Klammer heraushebt, anderseits den Zähler des Bruches $\frac{(n-1)\,(2n-1)}{6}$ durch n^2 dividirt und dafür τ^2 mit n^2 multiplicirt,

$$s = n\tau w \left\{ r + h - \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(2 - \frac{1}{n}\right)}{6} \cdot n^2 \tau^2 \cdot \frac{g}{2} \right\} \cos \varphi.$$

Nun ist $n\tau = t$, $n^2 \tau^2 = t^2$, also

$$s = tw \left\{ r + h - \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(2 - \frac{1}{n}\right)}{6} \cdot t^2 \cdot \frac{g}{2} \right\} \cos \varphi.$$

Wir werden der Wahrheit um so näher kommen, je grösser wir n annehmen, und sie erreichen, wenn wir $n = \infty$ setzen. Dann geht unsere Formel über in

$$s = tw \left\{ r + h - \frac{2}{6} \cdot t^2 \cdot \frac{g}{2} \right\} \cos \varphi,$$

oder, weil $h = \frac{g}{2} t^2$, in

$$s = tw \left\{ r + \frac{g}{2} \cdot t^2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{g}{2} \cdot t^2 \right\} \cos \varphi,$$

mithin $\quad s = tw \left(r + \frac{g t^2}{3} \right) \cos \varphi.$

Dies ist der Betrag des nach Ost gerichteten Weges des fallenden Punktes während der Fallzeit; während derselben legt aber der Oberflächenpunkt S den Weg $twr \cos \varphi$ nach Osten zurück, demnach ist das Stück, um welches der fallende Körper nach Osten voraneilt,

$$x = tw \left(r + \frac{g t^2}{3} \right) \cos \varphi - twr \cos \varphi$$

$$= tw \cdot \frac{g}{3} t^2 \cdot \cos \varphi$$

$$2. \qquad = \frac{wgt^3 \cos \varphi}{3},$$

Da $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, also $t^3 = \frac{2h}{g} \sqrt{\frac{2h}{g}}$, so geht die Formel auch über in

$$3. \qquad x = \frac{2}{3} \cdot wh \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \cos \varphi.$$

Ich schliesse hier die Berechnung für die Daten der von Reich im J. 1832 zu Freiberg angestellten Versuche an. Diese Daten sind der Mechanik von Kirchhoff entnommen. Es ist für Freiberg

geographische Breite $= 50^0 57'$
Acceleration $g = 9.811$ m

Tiefe des Dreibrüderschachtes, wo die Beobachtungen vorgenommen wurden, unser $h = 158.5$ m.

Mit diesen Daten ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
\log w &= 5.86167 - 10 \\
\text{„}\ 2h &= 2.50106 \\
\text{„}\ \sqrt{2h} &= 1.25053 \\
\text{„}\ \cos\varphi &= 9.79934 - 10 \\
\hline
& \ 9.41260 - 10 \\
\log \sqrt{g} &= 0.49585_5 \\
\text{„}\ 3 &= 0.47712 \\
\hline
\log x &= 0.43962_5 - 2 \\
x &= 0.027518 \text{ m} \\
&= 27.518 \text{ mm.}
\end{aligned}
$$

Reich fand aus einem Mittel von 106 Versuchen 28.4 mm. Vergleicht man die richtige Formel (3) mit der falschen (1), so findet man, dass erstere genau $^2/_3$ der letztern als Resultat liefert. Mit ihr hätte man die östliche Abweichung 41.28 mm gefunden.

Determinanten oder nicht? Eine Gefahr! *)

Vom Herausgeber.

Alle erfahrenen Lehrer der Mathematik werden mit mir wol darin übereinstimmen, dass die alte von Euklid ererbte dogmatische Methode des geometrischen Unterrrichts, verbunden mit dem Umstande, dass in unsern Schulen die wissenschaftliche Geometrie nicht durch einen propädeutischen Cursus (derselben) vorbereitet wird, dass vielmehr, selbst in Volksschulen, verkehrter Weise die abstractere Arithmetik der weit anschaulicheren Geometrie vorangeht**) — für den mathematischen Unterricht verhängnissvoll geworden ist; denn diese Methode hat den früheren trostlosen Zustand dieses Unterrichtszweiges auf den Gymnasien und das durch ihn bewirkte, gegenwärtig nicht mehr abzuleugnende Zurückbleiben derselben hinter den Realschulen 1. O. hervorgerufen. Namentlich aber hat sie den weit verbreiteten, jetzt noch nicht ganz ausgerotteten Aberglauben erzeugt und genährt, zur Mathematik gehörten besondere Anlagen, einen Aberglauben, unter welchem wie unter einem schützenden Schirmdache die traditionelle Gleichgiltigkeit, Faulheit und grobe Ignoranz der Gymnasiasten in diesem Fache sicher und behaglich nisteten.

Dass diese Euklid'sche Methode in einer Richtung auch Vorzüge hat, soll deshalb nicht bestritten werden; sie ist vergleichbar einer in Stein gemeisselten unbeweglichen Figur, in welcher alle Glieder genau ineinandergreifen und passen und die möglicherweise sehr schön sein kann. Daher haben sie auch Männer wie Drobisch, Hankel u. A. als ein „in jeder Beziehung un-

---

*) Dieser Aufsatz wurde veranlasst theils durch die Verbote einiger Schulbehörden, Determinanten in den höhern Schulen zu lehren, theils durch einige Lehrbücher über Determinanten.

**) Man lese, was Herbart hierüber sagt in ds. Z. IV, 23. Anm.

übertroffenes Meisterwerk" angepriesen*). Aber die für die Schule weit brauchbarere, weil fruchtbarere genetische Methode, wie sie die vom Standpunkte vernünftiger Methodik aus geschriebenen Lehrbücher Thibaut's, Snell's, Schlömilch's, Wittstein's**) u. A. zeigen, gleicht viel mehr einem lebenden Organismus, als einer todten Steinfigur.

Diese Thatsachen aber sollten doch allen Lehrern der Mathematik eine ernste Warnung sein, den früher begangenen Fehler zu wiederholen. Denn dieser Fehler ist nicht nur für den mathematischen Unterricht und für mathematisches Wissen, das im Gegensatz zum Glauben in alle Wissenszweige ein, wenn ich so sagen darf, Ferment fundamentaler Sicherheit bringen soll, sondern auch für andere Wissenszweige und für das Wissen überhaupt verhängnissvoll geworden. Man darf überzeugt sein, dass die Hirngespinnste der sogenannten Idealphilosophie eines Hegel und Genossen nie hätten entstehen und wuchern können, wenn die Geister jener Epoche mehr mathematisch (und naturwissenschaftlich) geschult gewesen wären.

Man sollte also gelernt haben, alle, besonders aber neue Disciplinen, von deren Gewinn für mathematische Bildung — und für Verstandesbildung überhaupt — man sich überzeugt hat, so in den Unterricht einzuführen, dass sie, weit entfernt abzuschrecken, die Schüler vielmehr anregen und anziehen.

Zur Erreichung dieses Zweckes aber halte ich an folgendem didaktischen Grundsatze fest:

> „Knüpfe neu einzuführende Lehrgegenstände an bereits vorhandene organisch an und bereite sie planmässig so vor, dass das Interesse an ihnen erweckt und dermassen gesteigert werde, dass der Schüler selbst das Verlangen fühlt (und ausspricht) sie kennen zu lernen."

Dieser didaktische Grundsatz, der gar nicht neu, vielmehr

*) Man sehe Drobisch Logik 3. Aufl. § 129. S. 150 und die dort zu lesende Stelle angeführt in ds. Ztschr. I. 114. Auch Hankel hat in der Vorrede zu seinem bekannten Werke eine ähnliche Stelle.

**) Wir meinen die in unserm vorigen Hefte S. 291 besprochene Schrift: „Die Methode des mathematischen Unterrichts".

längst anerkannt ist*), aber leider — eine Folge unserer mangelhaften pädagogischen Lehrerausbildung — zu wenig gekannt oder nicht befolgt wird, angewendet auf die meist noch verpönten Determinanten, ergibt nun sofort, dass es für den Anfänger nur eine Methode der Einführung in diese Disciplin geben kann, nämlich jene, welche an die Auflösung der Gleichungen 1. Grades mit mehreren Unbekannten unmittelbar anknüpft. Wie einfach und leicht begreiflich ist doch dieser Weg! Wie klar liegt er doch vor Aller Augen da! Und doch — wie Viele sehen ihn nicht!

Man lasse den Schüler nach Erlernung und Einübung der Eliminationsmethoden zuerst eine Anzahl darunter auch complicirte Gleichungen mit 2, 3 und mehreren Unbekannten auflösen, führe ihm eindringlich die Menge der Operationen und Schreibereien**), die dazu unumgänglich nöthig waren, vor und

---

*) Vrgl. u. A. z. B. das ganze Capitel „Vom Unterrichte überhaupt" in Waitz's Allgem. Pädagogik II. Aufl. S. 303 u. ff., und in Herbart's Pädagogik das Capitel von der Erweckung des Interesses.

**) Bei der Auflösung der Gleichungen mit nur zwei Unbekannten

$$a_1 x + b_1 y = c_1 \quad \ldots \; 1)$$
$$a_2 x + b_2 y = c_2 \quad \ldots \; 2)$$

erspart man durch Anwendung der Determinanten schon 25 Buchstaben und 4 Rechnungen (zwei Multiplicationen, eine Subtraction und eine Division), falls man nämlich nach einiger Uebung auch auf das Determinantenschema

$$\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{matrix}$$

verzichtet, vielmehr die Zähler- und Nenner-Determinante der Brüche

$$x = \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \quad y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

sofort aus den Gleichungen 1) und 2) abliest.

Bei drei linearen Gleichungen dagegen wird die Rechnung schon viel weitläufiger und die Formeln sind complicirter. Man erhält z. B. aus dem Gleichungssystem

$$\left\{ \begin{matrix} a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3 \end{matrix} \right\}$$

$$x = \frac{d_1 b_2 c_3 - d_1 b_3 c_2 + d_2 b_3 c_1 - d_2 b_1 c_3 + d_3 b_1 c_2 - d_3 b_2 c_1}{a_1 b_2 c_3 - a_1 b_3 c_2 + a_2 b_3 c_1 - a_2 b_1 c_3 + a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1}$$

und ähnlich die Werthe von y und z. Wie viele Buchstaben (Zahlen)

frage nun angesichts der fertigen Formeln, ob sich denn nicht eine praktische Regel finden lasse, welche uns diese geistlosen, weil immer wiederkehrenden und daher mechanischen Operationen erspart? Denn der Anfänger soll die Determinanten, wie ihr zweiter Entdecker Cramer, als ein „angenehmes Erleichterungsmittel algebraischer Operationen“ ansehen. Man verweise dabei u. a. auf die Formel für die Auflösung der gemischt-quadratischen Gleichungen. Welcher Mathematiker rechnete heute nicht nach dieser Formel, sondern machte noch die quadratische Ergänzung?

Wir müssen schon hier bemerken, dass die angedeutete Methode ein ausgezeichnetes Beispiel liefert für den didaktischen Satz: Vom Einfachen zum Zusammengesetzten oder vom Besondern zum Allgemeinen; und dass durch die entgegengesetzte Methode eben so glänzend illustrirt wird der didaktische Fehler, welcher von denen begangen wird, die vom Allgemeinen zum Besondern herabsteigen.

Wir haben, um diese Methode bei den Autoren der Schuldeterminanten zu entdecken, die Mühe nicht gescheut, die stattliche Reihe der Schullehrbücher über Determinanten nachzulesen. Leider sind es nur wenige, welche einen für den Anfänger methodischen Gang einschlagen. Man kann sie etwa in drei Kategorien (Gruppen) theilen.

In die erste derselben gehören die wenigen für den Anfänger wirklich brauchbaren Schulbücher. Die zweite enthält jene, die keine innige Beziehung ihrer Verfasser zur Didaktik erkennen lassen, vielmehr schon mehr oder weniger Spuren von Geringschätzung des didaktischen Princips unverkennbar an sich tragen, wenn sie nicht gar, in Verachtung jeder Methodik ganz oder theilweise den Schülerstandpunkt verleugnend und die Bestimmung eines Lehr- und Lernbuches verkennend, schon in die Sphäre der Akademien und Hochschulen hinübergreifen, theils weil ihre Verfasser an solchen wirken, theils aus Ungeschick oder auch — Gelehrtendünkel. Die dritte Kategorie enthält jene nur für Vorgeschrittenere, namentlich für Mathe-

und wie viele Rechnungen vollends hier durch Determinanten erspart werden, das soll jeder Schüler sich selbst berechnen! Hierin eben liegt die Quelle der Werthschätzung und des Interesses für diesen Algorithmus.

matikstudirende höherer Semester, Lehramtscandidaten, Lehrer, angehende Hochschuldocenten bestimmten Bücher. Selbstverständlich müssen diese über die Sphäre der Schule hinausgehen, und werden sich ohnehin nicht in die Schulstube verlaufen.

Wir wollen nun die bekanntesten Lehrbücher über unsern Gegenstand in diese drei Gruppen unterzubringen suchen. Wenn wir dabei den einen oder den andern Autor unabsichtlich kränken sollten, so mögen die Herren versichert sein, dass wir nur die gute Sache im Auge haben.

In die erste Kategorie gehören unstreitig die Bücher von Studnička[1])*) und Reidt[2]). Der erstgenannte Autor schlägt den von uns als richtig bezeichneten Weg (a. a. O. § 26. S. 122 u. f.) aufs Genaueste ein, und der hierin an den Tag gelegte pädagogische Takt ist um so höher anzuschlagen, weil der Verfasser an einer Hochschule wirkt. Studnička führt den Schüler so unvermerkt in die Determinantenlehre ein, dass wir dieses Capitel seines Buches ohne Uebertreibung als mustergiltig bezeichnen dürfen, und nur der Umstand, dass es wenig oder kein Uebungsmaterial enthält, thut dieser Vorzüglichkeit Eintrag**). Der Verf. bringt den Namen „Determinante“ erst, nachdem der Schüler längst mit den einfachsten Determinanten operirt hat***). Es ist daher sehr zu bedauern, dass dieses Elaborat vor den Augen der Sachverständigen der österreichischen Schulbücher-Approbation keine Gnade gefunden hat†).

*) Die kleinen Zahlen beziehen sich auf das diesem Aufsatze angehängte Verzeichniss.

**) In der Vorrede zur 1. Aufl. seines Buches verweist er auf den Uebungsstoff in den Aufgabensammlungen von Heis und Rogner und stellt eine eigens für sein Lehrbuch bestimmte Sammlung in Aussicht.

***) Auch das ist nachahmungswerth. Erst die Sache, dann den Namen. Die meisten fangen mit dem Namen an und kommen zu spät zur Sache. Aehnliche Fehler macht man in der Botanik. Da sagt man dem Schüler zuerst „Leontodon Taraxacum“ (s. d. Z. II, 202). Wie glücklich macht ihn doch der Name! Aber die Pflanze kennt er nicht und kann sie nicht beschreiben!

†) Nach einer Mittheilung des Herrn Verfassers musste die erste Auflage umgeändert werden, weil sie der vom Lehrplane geforderten Reihung der Materie nicht entsprach. Die 2. Auflage (1879) enthält daher 9 Paragraphen mit (*), die beim Unterrichte übergangen werden können; aber auch dadurch erhielt das Buch noch keine bedingungslose

Demnächst folgt das bekannte Büchelchen von Reidt, welches vorerst in einer Einleitung (§ 1), unserer Ansicht nach verfrüht, das Nöthigste über Permutationen bringt, und dann erst (§ 2) denselben Weg wie Studnička betritt, jedoch durch einen reichen Vorrath von zweckmässigem Uebungsmaterial vor diesem sich auszeichnet.

Jedem Anfänger dürfte daher das gleichzeitige Studium und Durcharbeiten der beiden genannten Bücher dringend zu empfehlen sein, bevor er zu einem andern greift.

Hiermit ist streng genommen die erste der oben bezeichneten Gruppen leider auch schon geschlossen und es beginnt die zweite, welche aber unserer obigen Charakteristik gemäss sich sehr abstuft. Hart an der Schwelle steht Diekmann[3]), welcher in § 1 schon mit den bedenklichen dem Schüler noch unverständlichen, weil unmotivirten Horizontal- und Vertikalreihen (Zeilen und Colonnen) beginnt, die Anwendung aber auf die Auflösung der Gleichungen nach dieser Methode natürlich erst später (§ 5. S. 18) bringen muss*). Schon anders — und unserer Ansicht nach besser — behandelt derselbe Verfasser in Verbindung mit Heilermann[4]) diese Lehre (a. a. O. Th. I. § 30. S. 96), indem dort an die unmittelbar vorausgegangene Auflösung eines Systems linearer Gleichungen angeknüpft wird.

Approbation. Das kann denjenigen nicht wundern, der die österreichischen Schulverhältnisse aus eigener Anschauung kennt. Denn was in Oesterreich nicht in den Lehrplan, wie ein Zapfen in sein Lager passt, das wird, und wäre es sonst noch so vortrefflich, schonungslos und pedantisch hinausgeworfen. Grund und Berechtigung zu dieser Rigorosität hat man freilich gerade in Oesterreich, da dort — wie wir aus eigener Erfahrung und Anschauung wissen — selten ein Lehrer an das eingeführte Lehrbuch sich hält, sondern nach eigenen Vorträgen geht. Wenn aber mitunter auch gute Bücher „aus dem deutschen Reiche draussen" das Schicksal dieser Elimination traf, so war wol der in Oesterreich schlecht zu verbergende Chauvinismus gegen das Deutschthum nicht die geringste Ursache. Vergl. unsere Bem. X, 187. 189. 237.

*) Man sehe auch den Aufsatz: „Die Determinanten als Unterrichtsmittel auf Gymnasien und Realschulen" von demselben Verfasser in dieser Zeitschrift VI, 1. 124. 193 u. ff. Von diesem Aufsatze ist die citirte Schrift nur eine Erweiterung und man vergleiche besonders das Schlusswort S. 210, Zeile 14—19 v. o.

Auch Dölp[5]) kommt erst zur Anwendung auf die Auflösung der Gleichungen, nachdem er in § 1—2 Permutationen, in § 3 das Differenzenproduct und in § 4 „Begriffsentwickelung, Definition und Bildungsweise einer Determinante" vorausgeschickt hat. Doch zeichnet sich dieses Buch aus durch ein reichhaltiges Uebungsmaterial, besonders aus der Coordinatengeometrie.

Wir dürfen hier, von den Specialwerken einen Abstecher machend, eine Programmarbeit und zwei Lehrbücher der Mathematik nicht übergehen, von denen das eine wegen seiner Wissenschaftlichkeit, das andere wegen seines Strebens, den mathematischen Unterricht auf höhern Schulen zu heben, zu einem wohlverdienten Rufe gelangt ist: Balzer[6]) und Gallenkamp[7]). Während Balzer (in § 26 „Determinante eines Systems von Zahlen") die Determinantenlehre im Anschluss an die Combinatorik behandelt, um sie später bei der Auflösung eines allgemeinen Systems von n Gleichungen (§ 5. Nr. 8. S. 229 u. f.), doch leider ohne alles Uebungsmaterial, rein theoretisch anzuwenden, schliesst Gallenkamp (Th. 2. S. 49. § 132), von richtigem pädagogischen Takte geleitet, dieselben an die in den vorausgegangenen §§ sehr eingehend theoretisch behandelte, aber auch nicht durch Beispiele erläuterte Auflösung linearer Gleichungssysteme an, in deren Behandlung er freilich selbstgeständig über die sonstigen Grenzen seines Lehrbuches hinausgeht. Uebungsmaterial aber fehlt gänzlich — eine schwache Seite dieses Werkes überhaupt*).

Hubert Müller geht in seiner Programmarbeit „Kurze und schulgemässe Behandlung der Determinanten"[8]), die er als eine „Einleitung" bezeichnet, zwar auch von den Gleichungen (1. Gr. m. m. U.) aus. Aber diese Einleitung scheint uns, trotz des Verfassers Versicherung, dass sie beim Unterricht in I, II, III „gute Proben abgelegt habe", doch zu „kurz" und nicht „schulgemäss" genug. Denn sie ist zu theoretisch angelegt und zu wenig mit Uebungsmaterial durchflochten, so dass sie weit hinter dem viel schulgemässern Reidt zurückbleibt. Gerade

*) Das wissenschaftliche, rein theoretisch und ohne alles Uebungsmaterial abgefasste „Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik" von Frischauf, 2. Aufl. Graz 1872, enthält die Determinanten nicht. Siehe dagegen über Becker die Nachschrift zu diesem Artikel. —

von dem Verfasser der reformirten Euklid'schen Geometrie, welcher in seinen Recensionen der Bücher von Dölp und Reidt*) treffende Bemerkungen niedergelegt hat, hätten wir eine pädagogisch durchdachtere Leistung erwartet.

Wir kommen nun schon zu jenen Büchern, welche sich dem Ausgangsthore der zweiten Gruppe nähern. Hierher gehören das Buch von Hattendorf, die deutsch geschriebenen Bücher zweier Ausländer Mansion und Sersawy, endlich das bekannte Buch von Hesse.

Hattendorf[9]) beginnt zwar mit der Auflösung der Gleichungen (1. Gr. m. 2 U.), indem er das Trockene der Permutationen, welche dem Schüler den Zugang zu den Determinanten sicher nicht erleichtern, anerkennt; aber die dem Schüler noch ganz neuen Formen, z. B. die hier vorerst noch unnöthigen Doppel-Indices, die auch anfangs nicht einmal erklärt werden**), verwirren den Anfänger. Der Herr Verfasser schrieb seine Einleitung als Lehrer an einem Polytechnikum und konnte allerdings an seine Schüler höhere Anforderungen stellen. Seine Darstellung trägt daher schon ein mehr akademisches Gepräge und nähert sich bereits der Schwelle der dritten Gruppe.

Die Schrift von Mansion[10]) ist eine von einem bayerischen Lehrer Dr. Horn besorgte Uebersetzung der für Belgien geschriebenen „Eléments de la théorie des déterminants" desselben Verfassers. Dr. Günther, welcher sie durch ein Vorwort beim deutschen Publikum einführt, begründet die Vermehrung unserer ohnehin reichen Determinantenliteratur mit diesem ausländischen Product durch die Eigenschaft „mehreren Leserkategorieen zugleich" zu dienen. Die Worte unsers verehrten Mitarbeiters in Ehren, glauben wir doch unsern bescheidenen Zweifel dahin aussprechen zu dürfen, dass unter diesen Leserkategorieen auch die der Anfänger gemeint sein könne. Denn auch Herr Mansion geht (in I und II) von den Permutationen aus und kommt in III zur Definition der Determinanten, indem er ganz allgemein schematisch nach Cauchy verfährt, aber nicht an die

*) Zeitschrift für Gymnasial-Wesen XXIX, 4—5.

**) a_{12} liest der Anfänger natürlich (und besonders der Autodidact) „*a* zwölf"! Deshalb vermuthlich trennt Mansion die Doppelindices durch Kommata.

Gleichungen anknüpft. Wir haben diesen Weg bereits für eine erste Einführung als verfehlt bezeichnet. Uebrigens sind auch die meisten der (89) von dem Einführenden gerühmten Uebungsaufgaben für den Anfänger viel zu allgemein (abstract) und zum Theil zu schwierig.

Diese Schrift steht daher sehr nahe der von Hesse[11]), welche, nach der Vorrede und dem Titelzusatz „elementar behandelt", für Schulen und zwar speciell für die „bayerischen Realgymnasien" bestimmt ist. Wir wissen nicht, wie die bayerischen Realgymnasiasten mit diesem ihnen octroirten Lehrmittel sich abgefunden haben mögen, aber uns schien es immer für Anfänger ungeniessbar zu sein — ein uns von competenten Seiten vielfach bestätigtes Urtheil. Für den Studirenden jedoch, der auf der Schule Determinanten schon gekostet und verdaut hat, mag es sich als trefflich erweisen, um aus ihr Eleganz mathematischer Darstellung zu lernen, wenn auch einseitig. Denn diese Schrift ist ein wahres Muster einer auf die Spitze getriebenen, von aller Praxis losgelösten, jede Anwendung absolut perhorrescirenden Theorie, vergleichbar einem Organismus, der sich wie eine Trichine in ihrer Einkapselung von der Aussenwelt vollständig abschliesst. Welche Vorstellung übrigens der Hochschulprofessor Hesse von einer „elementaren" Behandlung gehabt haben mag, das ist freilich schon aus seinen „vier Species" zu erkennen. Doch werden wir bei unsern Lesern gewiss nicht in den Verdacht der Geringschätzung dieses Meisters gerathen, wenn wir, die Firma „elementar behandelt" tilgend, seinem Buche einen Platz in unserer dritten Kategorie anweisen.

Eine allen diesen Büchern gemeinsame aber gewiss nicht berechtigte Eigenthümlichkeit ist die, dass keines von ihnen auf den geschichtlichen Ursprung und auf die Veranlassung zur Erfindung der Determinanten und, was damit zusammenhängt, auf die etymologische Berechtigung des Ausdrucks „Determinante" eingeht, ebensowenig als auf ihre Bezeichnung durch R oder die passendere Δ von Lagrange, die auch Studnička gebraucht. Und doch ist das so leicht, wenn man diese Disciplin an die Gleichungen anschliesst. Diese grobe Vernachlässigung des sprachlich-geschichtlichen Elementes mag für Gewerbe- und Handwerkerschulen passen, nicht aber

für Lehranstalten mit sprachlich-geschichtlicher Bildung!*) Denn wenn Mansion in seiner Vorrede eine Stelle Sylvester's (ohne Citat) anführt**) und dann sagt, dass die Theorie der Determinanten 1693 von Leibnitz***) zuerst erdacht und von Cramer†) 1750 zum zweiten Male erfunden worden sei, so ist das zwar etwas, aber doch — zu wenig. Es wären wenigstens einige der eigenen Worte dieser Gelehrten beizufügen gewesen, zumal da nicht jeder Lehrer an einer literarischen Quelle (einer Universitäsbibliothek) sitzt und nachlesen kann, besonders wenn nicht einmal die Stellen citirt sind. Erst Günther erklärt in seinem Werke (s. u.) S. 21 darüber auf, dass der Name („Determinanten der quadratischen Formen") von Gauss (Disq. arithm. S. 301 u. f.) herrühre und Studnička in seiner unten angeführten Schrift S. 33 belehrt uns, dass ihn auch der eigentliche Begründer der Determinantenlehre Cauchy beibehalten habe („le déterminant"), wie denn überhaupt für das geschichtliche Studium dieser Lehre nächst Balzer's klassischem Werke die Schriften von Günther und Studnička dringend zu empfehlen sind. Der letztgenannte Autor besonders hat uns in seiner Abhandlung „Augustin Cauchy als formaler Begründer der Determinantentheorie"††) über das Geschichtliche treff-

*) Das erinnert uns lebhaft an die Vorträge eines österreichischen Physikprofessors an einer polytechnischen Hochschule, der in seinen Vorlesungen weder ein technisches Fremdwort erklärte, noch auch geschichtliche und biographische Erläuterungen gab. Freilich stimmte das ganz zu der grossen Unordnung und Verworrenheit seines Vortrags — der häufig in eine Sackgasse gerieth — und dessen Werth noch dadurch zweifelhafter wurde, dass die Experimente mit dem Vortrage nicht in organischem Zusammenhange standen.

**) Sie lautet: „Was ist im Grunde genommen die Theorie der Determinanten? Es ist eine über der Algebra stehende Algebra, ein Rechnungsverfahren, welches uns in den Stand setzt, die Resultate der algebraischen Operationen zu combiniren und dieselben vorauszusagen, ähnlich, wie wir uns mit Hilfe der Algebra der Ausführung der besonderen Operationen der Arithmetik entheben können."

***) Leibnitz's Werke ed. Gerhardt II, S. 229. 234. 239. 240. 241.

†) Cramer, Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques. A Genève 1750. S. 59. 653 u. 658.

††) Aus den Abhandlungen der böhmisehen Gesellchaft der Wissenschaften Prag 1876.

liche Belehrung ertheilt, indem er uns die Entwickelungsphasen dieser Lehre vorführt*).

Wir kommen jetzt zur dritten Kategorie, zu denjenigen Werken, die sich geradezu als Hilfsmittel für den Mathematik-Studirenden, für Lehramtscandidaten, Lehrer, Hochschuldocenten ankündigen. In dieser Kategorie begegnen uns sofort die Werke von Günther und Baltzer. Das Buch von

Günther[12]) ist für den Mathematik-Studirenden bestimmt. Sein Schwerpunkt liegt überdies in der mit ihm verschmolzenen geschichtlichen Darstellung, einem Vorzuge, der alle Schriften und Aufsätze dieses enorm belesenen und gelehrten Autors auszeichnet. Das classische Werk von Baltzer[13]) aber ist zu bekannt als vollständiges auf der Höhe der Wissenschaft stehendes und für Lehrer und Gelehrte unentbehrliches Hilfsmittel, als dass es einer besondern Empfehlung bedürfte. Alle übrigen Schriften dieser Kategorie aber werden diejenigen, die an den Quellen schöpfen wollen, aus den Schriften Baltzer's und Günther's und besonders aus Studnička's obiger Abhandlung kennen lernen.

Wenn nun aber Bücher, die sich geradezu für die Schule oder „zum Gebrauch für das erste Studium" ankündigen, gleichwol die Erwartungen des Anfängers vollkommen täuschen, so hat unsere Zeitschrift die Pflicht, vor solchen unter trügerischer Flagge segelnden Machwerken zu warnen. Unter diese aber gehört das oben genannte Buch des Oesterreichers Sersawy[15]).

Der Verfasser hat der Vorrede nach die „Absicht, dem Unbewanderten das Eindringen in die Determinantentheorie zu erleichtern" und sich demgemäss die Aufgabe gestellt, „die Fundamente dieses Algorithmus mit möglichster Klarheit vorzutragen". Wir bedauern hier, constatiren zu müssen, dass diese „Erleichterung" dem Herrn Verfasser leider gänzlich misslungen ist. Wäre er doch vorher bei seinem Landsmann Studnička in die Schule gegangen!

---

*) Der Schluss dieser Abhandlung lautet: „Zugleich sehen wir an den Phasen, welche diese Lehre von ihrem Embryonalen Zustande unter Leibnitz bis zur Geburt unter Cauchy und von da bis zur Grossjährigkeitserklärung unter Baltzer durchgemacht hatte, ein sehr interessantes Stück mathematischer entwickelungsgeschichte."

Wir wollen nun einmal, um die Methode von Sersawy und Genossen zu illustriren, recht drastisch, doch ohne Uebertreibung, die Scene uns vergegenwärtigen, welche entstehen kann, wenn etwa ein eben von der Universität kommender Jünger der Wissenschaft*), nachdem er seine Doctordissertation nicht ohne unverkennbaren Einfluss seines Specialprofessors geschrieben hat, die Determinanten vorträgt. Noch gewohnt, dem akademischen Stile gemäss, Alles in „grösster Allgemeinheit" vorzutragen, betritt er mit Gelehrtenmiene die Classe, besteigt das Katheder, und nachdem er folgende Horizontalreihen

$$\begin{array}{l}
a_{11},\ a_{12},\ a_{13},\ \ldots\ldots\ldots\ a_1k,\ \ldots\ldots\ a_{1n} \\
a_{21},\ a_{22},\ a_{23},\ \ldots\ldots\ldots\ a_2k,\ \ldots\ldots\ a_{2n} \\
.\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ . \\
a_{11},\ a_{12},\ a_{13},\ \ldots\ldots\ldots\ a_{ik},\ \ldots\ldots\ a_{in} \\
.\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ . \\
a_{n1},\ a_{n2},\ a_{n3},\ \ldots\ldots\ldots\ a_{nk},\ \ldots\ldots\ a_{nn}
\end{array}$$

an die Wandtafel geschrieben hat, beginnt er mit kaum zu verbergender Befangenheit:

„Zur Bildung einer Determinante sind so viele Grössen erforderlich, dass man — dieselben in gleichen Abständen vertheilt gedacht — mit ihnen ein Quadrat bedecken (?) kann. Die Anzahl dieser Grössen, welche man Elemente der Determinanten nennt und die sowol concrete Zahlen als auch algebraische Ausdrücke und in letzterem Falle entweder constant oder veränderlich sein können, ist daher immer das Quadrat einer ganzen Zahl" (s. a. a. O. S. 1—2). Hierauf werden „Zeilen" und „Colonnen" erklärt (Zeilen = horizontale, Colonnen = vertikale Reihen) und es wird bemerkt, dass der erste Stellenzeiger (Index) immer die Zeile, der zweite dagegen immer die Colonne angebe; hiernach bedeute z. B. a_{ik} das Element in der $i$ten Zeile und in der $k$ten Colonne, so dass sich — fügen wir hinzu — jedes Glied sofort finden, aber auch einordnen lässt.

---

*) Ich weiss wol, dass man in der Regel solchen jungen Männern diesen höheren Unterricht nicht gleich überlässt. Aber unmöglich wäre der Fall nicht, wenn etwa ein älterer College mit den Determinanten nicht Bescheid wüsste oder mit ihnen nichts zu thun haben wollte.

Da fragt nun plötzlich ein kluger aber vorlauter Schüler (und welcher Lehrer wüsste nicht, dass sich immer solche finden — in Wien sind es besonders die Juden —): „„Aber Herr Professor, was ist denn da eigentlich eine Determinante? Wenn ich die Elemente der Determinante weiss, so kenne ich doch die Determinante selbst noch nicht! Ist etwa das Quadrat die Determinante?"" Jener schlechte Witz mit dem Rocke, den der Polizeiofficiant statt des Spitzbuben erwischt hatte, wäre hier am Platze, wenn er nicht gar so sehr nach Kalau duftete.

„Schweigen Sie vorerst" — fährt der gestrenge Herr Professor fort — „und hören Sie weiter: Wenn man die gegebenen Elemente wie verlangt geordnet hat, so erhält man die Determinante nach folgender Fundamentalregel: Es sind aus den gegebenen n^2 Elementen alle möglichen Producte von n Factoren zu bilden, so dass in jedem einzelnen Producte jeder Factor einer anderen Zeile und zugleich einer andern Colonne angehört. (Productenregel.)

So genügt z. B. dieser „Productenregel" das Product

$$a_{11}\ a_{22}\ a_{33}\ a_{nn},$$

welches man auch das Diagonal-Product nennt."

Der vorlaute und immer noch nicht befriedigte Schüler fragt nun abermals: „„Aber, Herr Professor, wozu denn eigentlich diese Productenbilderei? Da weiss ich zwar nun, dass eine Determinante ein Product ist, aber nicht, wozu sie dient! Und ist denn jedes Product eine Determinante?""

„Schweigen Sie, Sie vorlauter Bursche!" ruft erzürnt ob dieser Erwiderung der Herr Professor und — fährt fort.

Was ist die Folge einer solchen Lehrweise? Bald werden nur noch wenige Schüler aufmerksam zuhören, die meisten bleiben wie Marodeure zurück. Unaufmerksamkeit, Interesselosigkeit, Missachtung des Lehrobjects, schlimmsten Falls Gähnen, Unruhe, Lärm! „Die Mathematik ist nun einmal nicht für Alle; ich habe für sie keine Anlage!" Eine solche Methode trägt den Stempel des Bankerotts schon an der Stirn.

Wenn die Gelehrten des österreichischen Unterrichtsministeriums oder auch nur einzelne Landesschulräthe bei ihrem Verbot der Determinanten in der Schule die Schrift Sersawy's vor Augen hatten, thaten sie wol da Unrecht? Wenn sie aber

das Buch von Studnička meinten, gaben sie sich da nicht in Sachen der Didaktik ein testimonium paupertatis in bester Form?*)

Aber — fragen wir — machen es denn die anderen Herren der oben bezeichneten zweiten Gruppe viel besser? Ist auch nur einer unter ihnen, der sich ganz von dem Vorwurfe frei wüsste, er habe mehr oder weniger gegen die für den Anfänger immer anzuwendende didaktische Regel: „Vom Einfachen zum Zusammengesetzten, vom Besonderen zum Allgemeinen" gefehlt? Und worin liegt denn das Unnatürliche dieser Lehrweise? Man erklärt zuvörderst einen völlig neuen Algorithmus, von dessen Zweck und Anwendung der Schüler noch keine Idee hat und für den sein Interesse nicht geweckt ist. Diese Anwendung wird von dem Schüler nicht — wie man wünschen muss — gesucht, sie wird ihm vielmehr aufgedrungen. Gerade umgekehrt soll es sein: durch die langwierigen oder auch — langweiligen Eliminations-Operationen**) soll er selbst auf das Abkürzungsmittel der Determinanten hingeleitet werden, so dass wol ein Begabterer den Determinantencalcül, wenigstens für zwei lineare Gleichungen, auch selbständig finden könnte. Mit anderen Worten: man soll nicht, wie die meisten Autoren thun, die Determinanten erst lehren, um sie dann bei der Auflösung der Gleichungen anzuwenden, sondern die Determinanten sollen aus dieser Auflösung organisch herauswachsen! So erfordert es die heuristische Methode!

Und — fragen wir — hat denn die geschichtliche Entwickelung des Determinantencalcüls von Leibnitz***) an nicht

*) Es wird uns berichtet, dass in Prag mehrere Mittelschulprofessoren vom Landesschulinspector einen Verweis hinnehmen mussten, weil ihre Schüler bei der Inspection die Determinanten nur erwähnt hätten; ja, einem der Herren sei es streng untersagt worden, das Wort „Determinante" in der Schule auch nur — fallen zu lassen. Daher sollen die Studirenden (Schüler?) nach jeder Gelegenheit förmlich jagen, wo sie eine „Determinante" anbringen können; diese bequemen Begriffe — meint man — liessen sich eben nicht mehr zurückdrängen. Durch die Verfolgung der Determinanten macht man also nur Propaganda für sie!

**) S. oben S. 3 Blatt 2 Anm. Selbst Hesse (S. 1) nennt sie „sehr unerquicklich".

***) Günther theilt uns in seinem oben citirten Werke (S. 2) mit, dass

denselben Weg eingeschlagen? Es ist gewiss etwas Schönes und Herrliches um die „grösste Strenge und Allgemeinheit", mit der ein Gauss und Cauchy in ihren Schriften oder vom Katheder herab den zu ihren Füssen sitzenden Jüngern der Wissenschaft ihre Theorien vortrugen; wenn aber die *„dii minorum gentium"* der edlen Sippe der *magistri matheseos*, diesem Verfahren mehr nachäffend als nacheifernd, solche Methode in die Schulstube verpflanzen wollen, dann muss der böse Samen einen Boden finden, wo er als Unkraut aufgeht, und auf solcher Unmethode kann nur der Fluch des Rückschritts ruhen.

Wenn nun Schriften wie die von Sersawy und Hesse andern Autoren zum Muster dienen, welche ihres Schülermaterials halber erst recht zu einem elementar-methodischen Gange verpflichtet sind, so kann das einer vernünftigen Einführung dieser Disciplin wahrlich nicht frommen. Eine solche Vorlage mochte wol der Kölner Domschullehrer Scholarius (recte Schüller) gehabt haben, als er in sein sonst recht zu empfehlendes Lehrbuch der Algebra für Volksschullehrer*) auch die Determinanten aufnahm. Denn Herr S. bringt auch, wie seine Vorbilder, erst eine Menge Rüstzeug des Determinantencalcüls herbei, bevor er den sachlichen und logischen Zusammenhang dieses Algorithmus mit den Gleichungen aufzeigt, und erst spät (§ 15) enthüllt er seinen Zuhörern das tiefe Geheimniss: „Die Determinanten sind also nichts anderes,

---

Leibnitz dem französischen Mathematiker de l'Hopital sein Princip an den Gleichungen

$$10 + 11x + 12y = 0$$
$$20 + 21x + 22y = 0$$
$$30 + 31x + 32y = 0$$

auseinandersetzte, worin die Zahlformen nicht etwa Zahlen unseres dekadischen Zahlensystems, sondern unsere jetzt gebräuchlichen Stellenzeiger (Indices) sind; und l'Hopital war kein Schüler!

*) S. den genaueren Titel und die Recension von Günther in diesem Jahrgang Heft 2, S. 118 f. Wir möchten dieses praktische Buch gerade den Volksschullehrern, Seminaristen und überhaupt allen jenen dringend empfehlen, welche sich in diesem Theile der Mathematik, ohne Beihilfe eines Lehrers, ausbilden wollen, vorausgesetzt, dass sie es richtig gebrauchen, d. h. erst nach vergeblich selbstversuchter Lösung einer Aufgabe, dieselbe aus dem Buche lernen. Die Einleitung in die Determinanten wird der Verfasser in einer zweiten Auflage schon von selbst methodischer gestalten.

als aus bekannten Grössen zusammengesetzte Ausdrücke für Zähler und Nenner derjenigen Brüche, welche die Werthe der Unbekannten darstellen". Durch zahlreiche ausgerechnete Beispiele führt er dann allerdings seine Schüler in die Praxis des Calcüls ein und sucht so den begangenen Fehler wieder auszugleichen*).

Wenn mir also die Frage gestellt wird: „Sollen auf unseren höheren Schulen Determinanten gelehrt werden

---

*) Es dürfte lehrreich sein zu erfahren, wie Herr S. sich abmüht, den bei seinen Vorbildern gefundenen allgemeinen und abstracten Gang für seine Seminaristen zu specialisiren, wie er aber doch sich nicht ganz davon losmachen kann. Er schreibt (§ 12 S. 50): „Wenn n^2 Zahlengrössen in n horizontalen und in n vertikalen Reihen geordnet gegeben worden (sind), z. B.

$$\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{matrix}$$

so versteht man unter Determinante dieses Systems ein Aggregat (Inbegriff) von Producten aus obigen Zahlgrössen, die in folgender Weise bestimmt sind: Jedes Product enthält n Factoren aus solchen Grössen mit der Einschränkung, dass aus jeder Vertikal- und Horizontalreihe nicht mehr als eine einzige Zahl vorkommen darf; die eine Hälfte der Producte ist positiv, die andere negativ". (Sehr unbestimmt!) Nach Erklärung von Gliedern (geraden, ungeraden) zeigt er im folgenden Paragraphen die „Bildung der Determinanten und Berechnung ihres Werthes". Man ersieht dieselben — meint er — am besten aus praktisch ausgeführten Beispielen. Es sei die Determinante

$$R = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

zu entwickeln (warum R?). Ausführung: Geht man von dem Elemente a_1 aus (warum nicht von b_1?), so heisst das entsprechende Glied $a_1 b_2$ (nach obiger Regel). Nun dasselbe mit Zahlen! Lernt nun hieraus Jemand das Wesen der Determinanten? — Wir wollen aber nicht verfehlen, auf das für Anfänger praktische Schema hinzuweisen, dessen sich Herr Sch. bedient. Er bildet aus den Gleichungen

$$\left.\begin{matrix} 4x + 3y = 18 \\ 7x + 5y = 31 \end{matrix}\right\} \quad x = \left|\frac{\begin{matrix} 18 & 3 \\ 31 & 5 \end{matrix}}{\begin{matrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{matrix}}\right| = \frac{90 - 93}{20 - 21} = \frac{-3}{-1} = 3,$$

während Studnička (S. 124) schreibt $x = \begin{vmatrix} 18 & 3 \\ 31 & 5 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} =$ etc. und allgemein: $x = \frac{a|^n \Delta}{\Delta}$, indem er das Substitutionszeichen von Sarrus $a|^n$ (d. h. für a setze n in Δ) einführt.

oder nicht?" — so antworte ich: Ja, doch nur die Elemente derselben, und diese auch nur dann, wenn sie den Gleichungen des 1. Grades m. m. U. unmittelbar angeschlossen oder eingewebt werden. Wenn aber freilich so grobe methodische Schnitzer wie die oben bezeichneten begangen werden, dann ist es besser, sie bleiben der Schule fern, und man braucht sich nicht zu wundern, wenn Lehrer und Schulbehörden*) dieses Capitel aus der Schule verbannt wissen wollen und gegen die Determinanten determinirt auftreten. Denn hier lagert im Hinterhalte jene grosse Gefahr, die einst die verhängnissvolle dogmatische Methode Euklid's über unseren mathematischen Unterricht gebracht hat, und an die sachverständigen Schulbehörden ergeht der Warnungsruf: *Videant consules, ne quid res scholae detrimenti capiat!* Ich selbst möchte mich der Ansicht jenes alten, aber derben *magister matheseos* hinneigen, der in seiner gewohnten kernigen Weise entrüstet ausrief: „Ich würde als Schulinspector einen von der Universität kommenden dünkelhaften Viertelsgelehrten, der mir die Determinanten wie Sersawy oder Hesse vortrüge, dermassen zur Thüre hinausbefördern, dass er mit seinen Füssen einen Kreis schlüge, dessen Mittelpunkt sein gelehrter Kopf wäre". — Sapientibus sat.

Nachschrift.

Wir wollen hier noch anführen, wie methodisch Becker (Lehrb. d. Elem.-Math. I, 2. Buch, Pensum der Prima, § 55) verfährt. Er beginnt: „Das Bestreben, die durch mehrere Gleichungen 1. Grades bestimmten Unbekannten direct durch Formeln aus den Coefficienten der Gleichungen auszudrücken, hat den berühmten Mathematiker und Philosophen Leibnitz auf eine eigenthümliche Klasse von Formeln geführt, welche in neuester Zeit unter dem Namen der Determinanten eine grosse Wichtigkeit erlangt haben, so dass ihre Theorie, soweit sie elementar ist, in einem guten Lehrbuche der Elemente nicht mehr fehlen darf." Hierauf geht er von der Bézout'schen Auflösungsmethode aus, Schritt für Schritt zur Verallgemeinerung.

Literatur.

1) Studnička, Lehrbuch der Algebra für die obern Klassen der Mittelschulen (in Oesterreich). Prag 1878. Selbstverlag. 2. veränderte Aufl. (ohne Vorrede) 1879. Verlag der Calve'schen Hof- und Universitäts-

*) Man sehe Heft 3, S. 175 Anm.

Buchhandlung. Verf. schrieb auch noch ein besonderes Lehrbuch: „Einleitung in die Theorie der Determinanten", für Studirende an Mittelschulen u. techn. Anstalten. Prag 1871.

2) Reidt, Vorschule der Theorie der Determinanten. Leipzig bei Teubner 1874.

3) Diekmann, Einleitung in die Lehre von den Determinanten und ihrer Anwendung auf dem Gebiete der niedern Mathematik. Essen bei Baedeker 1876, eine Erweiterung der in ds. Ztschr. von demselben Verf. VI, 1. 124. u. 193 u. f. gegebenen Abhandlung. (88 S. 8°.)

4) Heilermann und Diekmann, Lehr- und Uebungsbuch für den Unterricht in der Algebra (drei Theile). Essen bei Baedeker 1878—79.

5) Dölp, Die Determinanten, nebst Anwendung auf die Lösung algebraischer und analytisch-geometrischer Aufgaben. 2. Aufl. bearbeitet von Soldan. Darmstadt bei L. Brill 1877. (94 S. 8°.)

6) Baltzer, Elemente der Mathematik. 3. Aufl. Leipzig 1868.

7) Gallenkamp, Die Elemente der Mathematik. Iserlohn bei Baedeker I. Th. 4. Aufl. 1874. II. Th. 4. Aufl. 1879. III. Th. 2. Aufl. 1880. (IV. Th. noch zu erwarten.)

8) Hubert Müller, Kurze und schulgemässe Behandlung der Determinanten. Programmarbeit des Lyceums zu Metz 1876. (19 S. 4°.)

9) Hattendorf, Einleitung in die Lehre von den Determinanten. Hannover bei Schmorl u. von Seefeld 1872. (60 S. 8°.)

10) Mansion, Elemente der Theorie der Determinanten mit vielen Uebungsaufgaben. Leipzig bei Teubner 1878. (8°. 49 S.)

11) Hesse, Die Determinanten elementar behandelt. 2. Aufl. Leipzig bei Teubner 1872. (Ob eine neue Auflage erschienen, ist uns unbekannt.)

12) Günther, Lehrbuch der Determinanten-Theorie für Studirende. 2. Aufl. Erlangen bei Besold 1877. (gr. 8°. 209 S.)

13) Sersawy, Die Fundamente der Determinanten-Theorie, zum Gebrauche für das erste Studium bearbeitet. Wien 1878 bei Seidel und S. (8°. 41 S.)

Kleinere Mittheilungen.

Ueber das arithmetische, das geometrische und das harmonische Mittel aus beliebig vielen positiven Zahlen.

Von O. SCHLÖMILCH.

Der bekannte Satz, dass das arithmetische Mittel grösser als das geometrische ist, lässt sich nach einer früher von mir gemachten Bemerkung*) sehr leicht aus der Ungleichung

$$nx^{\frac{1}{n}} + y > (n+1)(xy)^{\frac{1}{n+1}}$$

herleiten; da aber der Beweis dieser letzteren etwas zu complicirt für den gewöhnlichen Unterricht sein dürfte, so gebe ich hier eine andere und zwar äusserst einfache Darstellung der Sache.

Durch gewöhnliche Multiplication entsteht die identische Gleichung

$$(1-z)^2(1+2z+3z^2+\cdots+nz^{n-1})$$
$$= 1-(n+1)z^n+nz^{n+1};$$

bei positiven z sind linker Hand beide Factoren positiv, also muss auch die rechte Seite positiv sein, und daraus folgt unmittelbar

$$1+nz^{n+1} > (n+1)z^n.$$

Setzt man noch

$$z^{n+1} = \frac{x^{\frac{1}{n}}}{y},$$

wo x und y positiv sein müssen, so erhält man nach Multiplication mit y

$$1) \qquad nx^{\frac{1}{n}} + y > (n+1)(xy)^{\frac{1}{n+1}}.$$

Demgemäss ist für $n=1$, $x=a_1$, $y=a_2$

$$a_1+a_2 > 2(a_1a_2)^{\frac{1}{2}};$$

---

*) Zeitschrift für Mathematik und Physik. III. Theil (Jahrgang 1858) S 187.

addirt man beiderseits a_3 und benutzt rechter Hand die Formel 1) für $n = 2$, $x = a_1 a_2$, $y = a_3$, so wird

$$a_1 + a_2 + a_3 > 2\,(a_1 a_2)^{\frac{1}{2}} + a_3 > 3\,(a_1 a_2 a_3)^{\frac{1}{3}};$$

durch beiderseitige Addition von a_4 ergibt sich ferner

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 > 3\,(a_1 a_2 a_3)^{\frac{1}{3}} + a_4 > 4\,(a_1 a_2 a_3 a_4)^{\frac{1}{4}}$$

u. s. w. Ueberhaupt ist hiernach

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n > n\,(a_1 a_2 \ldots a_n)^{\frac{1}{n}}$$

oder

$$2)\qquad \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} > (a_1 a_2 \ldots a_n)^{\frac{1}{n}},$$

mithin das arithmetische Mittel grösser als das geometrische.

Lässt man durchgängig $\frac{1}{a}$ an die Stelle von a treten, so hat man aus Nr. 2)

$$\frac{1}{n}\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n}\right) > \frac{1}{(a_1 a_2 \ldots a_n)^{\frac{1}{n}}}$$

und umgekehrt

$$(a_1 a_2 \ldots a_n)^{\frac{1}{n}} > \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n}},$$

wonach das geometrische Mittel grösser als das harmonische ist.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Unter Redaction der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.*)

96. (Gestellt von Kiehl XI$_1$ 33.) Eine Parabel zu construiren, von welcher die Axe und zwei Tangenten gegeben sind.

1. Auflösung. Die Tangenten AE und BG schneiden die Axe in A und B; ausserdem seien noch die Tangenten AE' und BG' gezogen. AE wurde von BG in C, von BG' in D geschnitten; AE' von BG in C' und von BG' in D'. Nach einem bekannten Satze bilden sämmtliche Tangenten der Parabel auf EA und AE'

*) Die Herren Einsender von Auflösungen werden nochmals (vgl. Heft 4, S. 268, Anm.) ersucht, sich kürzer zu fassen. D. Red.

congruente Punktreihen; daher wird die Scheiteltangente durch die Mitten M und M' von CD und $C'D'$ gehen. Ein um $\triangle AMM'$ beschriebener Kreis schneidet die Axe in dem Brennpunkte.

Dr. Stoll (Bensheim).

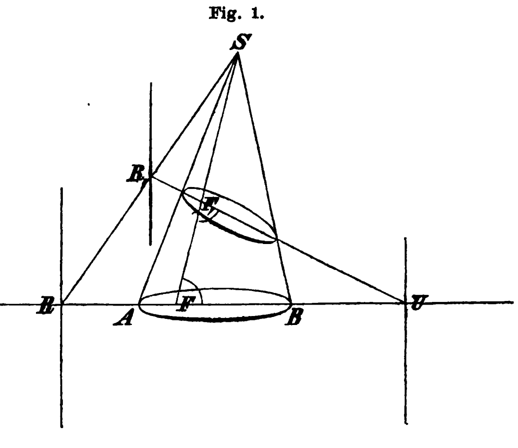
Eine ähnliche Lösung ist von J. Cardinaal, Lehrer an der höheren Bürgerschule Willem II zu Tilburg (Holland) eingeschickt. Ausserdem macht er die Bemerkung, dass diese Aufgabe ein besonderer Fall folgender mehr allgemeinen ist:

Einen Kegelschnitt zu construiren, wenn gegeben sind: Ein Punkt, seine Polare und drei Tangenten, oder ein Punkt, seine Polare und drei Punkte.

2. Auflösung. Die Axe schneide die Tangenten AB und AC bezüglich in D und E, ferner sei F der Brennpunkt. Fällt man $FX \perp AB$ und $FY \perp AC$, so sind X und Y bekanntlich Punkte der Scheiteltangente, also $XY \perp DEF$. Daher ist $\angle CAF = YAF = YXF$ ($AXFY$ ein Sehnenviereck) $= FDB$, und dadurch ist F auf DE bestimmt. v. Lühmann (Königsberg Nm.).

98. (Gestellt von Weinmeister I. XI_1 33; in der dort mitgetheilten Aufgabe findet sich ein Versehen.) Hat ein Kegel zur Basis einen Kegelschnitt, dessen Hauptaxe mit der Spitze eine zur Grundfläche senkrechte Ebene bildet, und schneidet man denselben mit einer zur letztgenannten gleichfalls senkrechten Ebene so, dass diese und die Grundfläche mit der Verbindungslinie des einen Brennpunktes der letzteren mit der Kegelspitze gleiche Ergänzungswinkel bildet, so ist die Schnittcure ein Kegelschnitt, dessen einer Brennpunkt auf jener Verbindungslinie gelegen ist, während die zugehörige Leitlinie die Schnittlinie der Schnittfläche mit der durch die Spitze und die Leitlinie des Grundkegelschnitts gelegten Ebene ist.

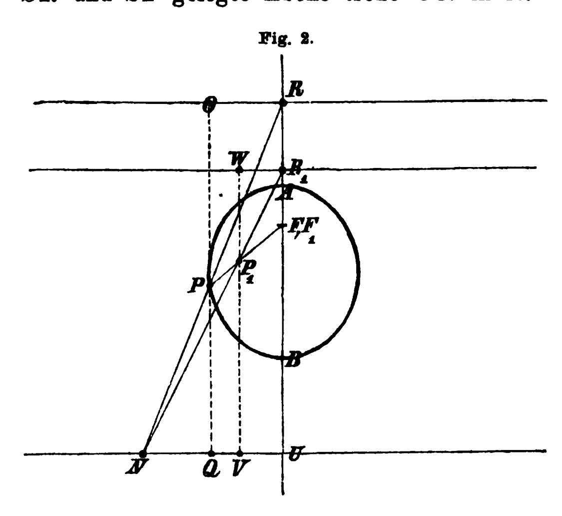
Fig. 1.



1. Beweis. Es sei (Fig. 1) AB die Hauptaxe der Basis eines Kegels zweiten Grades mit der Spitze S, F der eine Brennpunkt und R der Fusspunkt der zugehörigen Leitlinie. Ebene SAB stehe auf der Basis senkrecht. Man lege nun eine Ebene senkrecht zu SAB, welche gegen SF in F unter demselben Winkel geneigt ist, wie AB, und SR in R_1 treffe. Die Ebene der Grundfläche und die des

Schnittes schneiden sich in UN; P sei ein Punkt des Grundkegelschnitts und P_1 seine Projection auf der Schnittfläche; die durch SR und SP gelegte Ebene treffe UN in N. Dreht man nun die Ebene der Schnittfläche um UN bis sie in die Ebene der Basis fällt (Fig. 2), so fällt auch, da $UF = UF_1$ ist, F_1 auf F. Da R_1P_1N die Projection von RPN ist und FP mit F_1P_1 zusammenfällt, so erhält man P_1 als Schnittpunkt von FP und R_1N. Endlich lege man die Senkrechten WP_1V und OPQ. Wendet man nun auf $\triangle PP_1N$ und die Transversale

Fig. 2.



RU den Satz des Menelaus an, so ergibt sich: $\frac{P_1F}{FP} \cdot \frac{PR}{RN} \cdot \frac{NR_1}{R_1P_1} = 1$ oder $\frac{P_1F}{FP} \cdot \frac{PO}{OQ} \cdot \frac{WV}{P_1W} = 1$, mithin $\frac{P_1F}{P_1W} = \frac{PF}{PO} \cdot \frac{OQ}{WV} = \text{const.}$

Dr. Weinmeister I (Leipzig).

Einen ähnlichen Beweis hat J. Cardinaal (Tilburg in Holland) eingeschickt.

2. Beweis. Bezeichnungen wie vorher. Zwei durch F gezogene conjugirte Gerade, von denen jede den Pol der anderen enthält, stehen auf einander senkrecht. Durch zwei solche Geraden und S werden Ebenen E und E_1 gelegt, ferner eine Ebene Z durch die Mitte von FF_1 senkrecht auf FF_1. Aus den projectivischen Eigenschaften von Pol und Polare folgt, dass die beiden Durchschnittslinien von E und E_1 mit der Schnittfigur in der letzteren conjugirt sind, d. h. dass der Pol der einen auf der anderen liegt. Da ferner E und E_1 symmetrisch zu Z liegen, so stehen auch jene beiden Linien der Schnittfigur aufeinander senkrecht und gehen daher durch den Brennpunkt. Die Leitlinien beider Kegelschnitte sind die Polaren von F und F_1, die bekanntlich zu S eine perspectivische Lage haben. Dr. Stoll (Bensheim).

97. (Gestellt von Weinmeister I. XI_1 33). Betrifft nur einen speciellen Fall von 98. Die Grundfläche ist ein Kreis, daher die Leitlinie im Unendlichen liegt und die durch die Spitze und die Leitlinie des Grundkegelschnitts gelegte Ebene der Grundfläche parallel wird. Diese Aufgabe findet sich, wie Dr. Weinmeister I be-

merkt, in der Geschichte der Geometrie von Chasles Note IV ohne Beweis vor. Auch zu 97. hat J. Cardinaal (Tilburg) einen Beweis eingeschickt.

99. (Gestellt von v. Schaewen XI_1 33.) In einen gegebenen Kegel mit Kreisbasis soll der gerade Cylinder eingestellt werden, um welchen sich die kleinste Kugel construiren lässt.

Auflösung. Höhe des Kegels h, des Cylinders x, Basisdurchmesser des Kegels d, des Cylinders y; dann ist stets $\frac{x}{h}+\frac{y}{d}=1$. Folglich kann man sich unter allen Kegeln mit h und d den auswählen, für welchen die Construction am einfachsten ist; dies ist der Kegel, in welchem die Höhe mit der kleinsten Seitenlinie zusammenfällt. $\triangle ABC$ sei der Axenschnitt des gegebenen Kegels. Errichte auf AB in A das Loth, welches die durch C zu AB gezogene Parallele in D schneidet; fälle $AF \perp BD$ und ziehe $FE \parallel AD$ und $FG \parallel AB$, so ist $AEFG$ der Axenschnitt des verlangten Cylinders; der Durchmesser der ihm umgeschriebenen Kugel ist AF, und zwar der kleinste, da er die von A auf BD gefällte Senkrechte ist.

P. v. Schaewen (Saarbrücken).

Eine ähnliche Lösung ist eingeschickt von E. Capelle (Oberhausen).

NB. Die analoge planimetrische Aufgabe ist, wie v. Schaewen bemerkt, folgende: In ein gegebenes Dreieck ein Rechteck zu zeichnen, dessen Diagonale ein Minimum ist.

Zu 103, 104, 105 haben Prof. Bein (Budapest) und E. Capelle (Oberhausen) ausführliche Lösungen eingeschickt; da jedoch der Aufgabensteller, Geh.-Rath Schlömilch, die Lösungen bereits angedeutet hat, können wir die der beiden Herren aus Mangel an Platz leider nicht mittheilen*).

B) Neue Aufgaben.

Lehrsätze über Dreiecks-Transversalen.

121. Die drei von den Seiten eines Dreiecks begrenzten Transversalen, welche durch die Mitten der Seiten des Höhenfusspunktendreiecks gehen, sind einander gleich.

122. Das Rechteck aus einer Transversale und dem Radius des umgeschriebenen Kreises ist gleich dem Flächeninhalt des Dreiecks.

123. Durch die 6 auf den Dreiecksseiten gelegenen Endpunkte der 3 Transversalen lässt sich ein Kreis legen.

124. Dieser Kreis ist concentrisch mit dem eingeschriebenen resp. mit einem angeschriebenen Kreise des von den 3 Transversalen gebildeten Dreiecks, je nachdem das Hauptdreieck spitz- oder stumpfwinkelig ist.

Dr. Kiehl (Bromberg).

---

*) Vgl. unsere Bemerkung S. 362. D. Red.

C) Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

a) Aufgaben über Körper, welche durch Rotation einer Fläche entstanden sind.

35. Ein gleichseitiges Dreieck ABC mit der Seite a rotirt um eine Gerade MN, welche mit ihm in derselben Ebene liegt und parallel AB ist. Die Entfernung x der beiden Parallelen zu berechnen, wenn das durch Rotation um MN erzeugte Volumen viermal so gross seiu soll, wie das durch Rotation um AB erzeugte. Auflösung. 1) $\pi a x^2 - \frac{2}{3}\pi \,.\, \frac{1}{2} a\,[x^2 + x(x - \frac{1}{2}a\sqrt{3}) + (x - \frac{1}{2}a\sqrt{3})^2] = 4 \,.\, \frac{1}{4}\pi a^3$, also $x = \frac{5}{6} a\sqrt{3}$. 2) S sei der Schwerpunkt des Dreiecks und SC treffe AB in D und MN in E. Nach der Guldin'schen Regel muss S bei der Rotation einen 4mal grösseren Weg beschreiben, als bei der Rotation um AB. Es ist daher $SE = 4\,SD$, $x = 5\,SD = \frac{5}{3} h = \frac{5}{6} a\sqrt{3}$. NB. Die Bedingung der Gleichseitigkeit ist nicht nöthig, man findet allgemein $x = \frac{5}{3} h$.

36. Ein um einen Kreis vom Radius r beschriebenes Parallelogramm P rotirt um eine seiner Diagonalen. Die auf diese Weise erzeugte Fläche F und das Volumen V zu berechnen, wenn r und der Winkel α des Parallelogramms gegeben sind. Auflösung. $F = \frac{4\pi r^2}{\sin\alpha \cos\frac{1}{2}\alpha}$; $V = \frac{4\pi r^3}{3\sin\alpha\cos\frac{1}{2}\alpha}$; also $\frac{V}{F} = \frac{r}{3}$.

37. Gegeben ist ein Halbkreis K mit dem Durchmesser $AB = 2r$; auf der Verlängerung von AB einen Punkt P so zu bestimmen, dass wenn man die Tangente PC und CD senkrecht AB zieht, Vol KCP = Vol DCA — Vol DCB. Auflösung. $KP = x$ zu bestimmen aus $x^4 - 7r^2x^2 + 2r^4 = 0$.

38. Einen Halbkreis $ACDB$ mit dem Durchmesser $AB = 2r$ durch einen Punkt P so zu theilen, dass durch Rotation der Kreissegmente ACP und PDB, sowie des Dreiecks APB Volumina erzeugt werden, welche in geometrischer Progression stehen. Auflösung. Es sei PE senkrecht AB und $AE = x$, so ist

$$x^2 : (r - x)^2 = r - x : 2x, \text{ also } x = \frac{r}{\sqrt[3]{2} + 1} = \frac{1}{3} r\left(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1\right)$$

39. Gegeben ein Halbkreis mit dem Durchmesser $AB = 2r$; auf der Verlängerung von AB über B einen Punkt P so zu bestimmen, dass, wenn man an den Halbkreis die Tangente PD legt, welche verlängert die Tangente in A in C trifft, der Mantel des durch Rotation des Dreiecks CAP um AP erzeugten Kegels gleich $\frac{3}{2}$ der durch Rotation des Halbkreises erzeugten Kugelfläche ist. Auflösung. Wenn $BP = x$, so ist Mantel $CAP = \frac{\pi r(2r + x)(r + x)}{x}$ und dieser $= \frac{3}{2} \,.\, 4\pi r^2$, woraus sich $x = 2r$ und $= r$ ergibt.

b) Aufgaben über Maxima und Minima.

40. Auf dem Durchmesser eines Kreises mit dem Mittelpunkt K und Radius r sind zu beiden Seiten des Mittelpunktes zwei Punkte P und P' gegeben, so dass $KP = KP' = a$. Von P und P' sind bis zum Kreise zwei Parallelen PQ und $P'Q'$ so zu ziehen, dass das Trapez $PP'Q'Q$ ein Maximum ist. Auflösung. Ist $\sphericalangle QPK = \varphi$, so ist $\sin\varphi = \frac{r}{a}\sqrt{\frac{1}{2}}$, die Höhe ist $r\sqrt{2}$ und der Inhalt $= r^2$.

41. Von dem Punkte C sind an den gegebenen Kreis K, dessen Radius r, zwei Tangenten CE und CD gezogen, welche sich unter rechtem Winkel schneiden; man soll eine dritte Tangente, welche CE in A und CD in B trifft, so ziehen, dass $\triangle ABC$ einen gegebenen Inhalt Δ hat. Wann ist Δ ein Minimum? 1. Auflösung. Man kennt $a + b + c$, Δ und γ; aus $a + b + c$ und Δ findet man den Radius des eingeschriebenen Kreises; und dann ist an zwei Kreise eine gemeinschaftliche innere Tangente zu legen. 2. Auflösung. Fällt man noch KF senkrecht AB, und bezeichnet $\sphericalangle EKF = 2\varphi$, $\sphericalangle DKF = 2\psi$, so ist $b = r(1 - \operatorname{tg}\varphi)$ und $a = r(1 - \operatorname{tg}\psi)$, also $2\Delta = r^2(1 - \operatorname{tg}\varphi)(1 - tg\,\psi)$, $\frac{\cos(\varphi - \psi) - \sin(\varphi + \psi)}{\cos(\varphi - \psi) + \cos(\varphi + \psi)} = \frac{\Delta}{r^2}$ und hieraus $\cos(\varphi - \psi) = \frac{(r^2 + \Delta)\sqrt{2}}{r^2 - \Delta}$
Es muss nun $(r^2 + \Delta)\sqrt{2} \leq r^2 - \Delta$ sein, daher $\Delta \geqq (r\sqrt{2} - r)^2$. Trifft CK den Kreis in G, so ist CG^2 das Minimum von Δ.

42. Den Radius r einer Kugel zu bestimmen, in welcher zu einer Calotte von constanter Fläche c ein Segment gehört, dessen Volumen ein Maximum ist. Auflösung. $r = \sqrt{\frac{c}{2\pi}}$.

43. Gegeben die Gerade $OA = a$; um O als Mittelpunkt soll eine Kugel so beschrieben werden, dass 1) die sphärische Oberfläche der von A aus gesehenen Calotte ein Maximum ist, und 2) das Volumen des betreffenden Segmentes ein Maximum ist. Auflösung. 1) Ist AB eine Tangente an die Kugel und $\sphericalangle BOA = \varphi$, so ist die Calotte $= \pi a^2(\cos\varphi^2 - \cos\varphi^3)$, mithin für den Fall des Maximums oder Minimums $2\cos\varphi - 3\cos\varphi^2 = 0$; also entweder $\cos\varphi = 0$ oder $\cos\varphi = \frac{2}{3}$; da nun $r = a\cos\varphi$, so ist entweder $r = a$ oder $r = \frac{2}{3}a$; $r = a$ gibt ein Minimum, also ist $r = \frac{2}{3}a$. 2) Segm. $= \frac{1}{3}\pi a^3(\cos\varphi - \cos\varphi^2)^2(2\cos\varphi + \cos\varphi^2)$ und für das Maximum $\cos\varphi = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ und $r = \frac{1}{2}a(\sqrt{5} - 1)$, daher OA stetig zu theilen ist; trifft OA die Kugel in D, so ist OD der grössere Abschnitt.

c) Für 44, 45 und 46 ist Bedingung, dass die Halbirungslinie des Winkels ACB gleich der seines Nebenwinkels ist; beide von der Spitze bis zur gegenüberliegenden Seite gerechnet.

44. Zu beweisen, dass der über AB als Durchmesser beschriebene Kreis BC und CA in P und Q so schneidet, dass

$AP = AQ$ ist. 1. Beweis. Die innere Halbirungslinie w_c sei CD, die des Nebenwinkels von ACB, welchen man durch Verlängerung von BC erhält, CE; so ist $CD = CE$ und $\sphericalangle E = CDE = \frac{1}{2} R$. Dann ist $\sphericalangle PAB = QAB = \frac{1}{2} R + \frac{1}{2}\gamma$, also $\widehat{PB} = \widehat{QB}$, und daher $\widehat{PC} = \widehat{QC}$, also $PC = QC$. 2. Beweis. Fällt man $CF \perp AB$, so ist $\sphericalangle FCD = \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$, also $\alpha - \beta = R$ und $2R - BAQ - \beta = R$, also $BAQ + \beta = R$, mithin $\widehat{QB} + \widehat{AP} =$ Halbkreis, folglich $\widehat{AP} = \widehat{AQ}$, und daher $AP = AQ$.

45. Ein Dreieck aus dem Winkel γ, dessen Halbirungslinien gleich sind, und einer diesem Winkel anliegenden Seite a zu construiren. Auflösung. Figur wie bei 44. $\sphericalangle DCE$ ist zu halbiren und BF senkrecht auf die Halbirungslinie.

46. Ein Dreieck, in welchem die Halbirungslinien des Winkels γ gleich sind, aus einer diesem Winkel anliegenden Seite a und dem Fusspunkte F der zugehörigen Höhe zu construiren. Anal. Wie in 44 sind die gleichen Halbirungslinien CD und CE; gegeben sind BF und CF. Es ist $\sphericalangle CDB = \frac{3}{2} R$, daher hat man einen Ort für D. Trägt man CA auf CB ab $= CG$, so ist $\triangle CAD \cong CGD$, also $GD \perp AB$. Daher $FADG$ ein Sehnenviereck, und $\sphericalangle GFD = GAD = \frac{1}{2} R$, wodurch man einen zweiten Ort für D erhält.

Sprech- und Discussions-Saal.

Neue Beiträge zu den (mathematisch-sprachlichen) Incorrectheiten.

Vom Herausgeber.

1) Im ersten Hefte des laufenden (XXV.) Jahrgangs der „Zeitschrift für Mathematik und Physik" veröffentlicht Hr. Dr. A. Börsch, Assistent am königl. geodät. Institut zu Berlin unter den „kleinen Mittheilungen" (S. 59) zwei Aufsätze mit dem Titel: „Die einem Dreieck umschriebene Ellipse kleinsten Inhalts" und „Das einem Tetraeder umschriebene Ellipsoid kleinsten Volumens". Hier findet sich also derselbe sprachliche Fehler in einem Satze zweimal! (auch im Inhaltsverzeichniss wiederholt). Man sieht hieraus, wie sehr gewisse falsche Ausdrücke selbst unter den Fachleuten eingerostet sind. Das sollte doch ein sprachlich gebildeter Mathematiker nicht mehr schreiben! (höchstens könnte es einem Gewerbeschullehrer, der die sprachliche Bildung eines Gymnasiums oder einer Realschule I. O. nicht genossen hat, passiren). Würde wol Hr. B. gesagt haben „das einschriebene Ellipsoid" oder „die einschriebene Ellipse? Wir empfehlen Herrn B. und allen Mathematikern, die an Anstalten mit geringer Sprachbildung lehren, das ständige Capitel unserer Zeitschrift: „Zu den Incorrectheiten".

2) Nachträgliche Bemerkung zu „Dreimal mehr, dreimal weniger" (s. VII, 203 und die dort citirten Aufsätze). Es ist uns damals entgangen, dass auch Baltzer, Elem. d. Math. 4. Aufl. 1868. Bd. I, S. 14 sagt: „Man sagt besser „den 4. Theil soviel" als „viermal weniger".

3) In physikalischen, namentlich sogenannten „populären" Werken finden sich nicht selten Stellen, wie die folgende: „man findet auch hier, dass die Vergrösserung in dem Maasse stattfindet, in welchem die Brennweite des Objectivs die des Oculars übertrifft" (Siegmund, Wunder der Physik und Chemie. Wien, 1880. S. 364. Lief. 8). Nun drückt aber doch „übertreffen" eine Differenz aus! Und doch ist ein Quotient $\frac{P}{p}$ gemeint. Und wie viel Worte neben grosser Unklarheit statt der einzigen unzweideutigen Formel $\frac{P}{p}$!

4) Man nennt bekanntlich diejenigen Parallelogramme, welche gleiche Seiten haben (Quadrat, Rhombus) gleichseitig und ist nun genöthigt, des Gegensatzes halber die übrigen zwei Arten mit ungleichseitig zu bezeichnen. Es würde aber, da man unter einer ungleichseitigen Figur mit Recht eine solche versteht, deren Seiten alle von einander verschieden sind (s. Dreieck!) richtiger sein, das Oblong und Rhomboid mit „paargleichseitig" (oder „paarig gleichseitig") zu bezeichnen. Wir wollen hiermit diesen Namen in Vorschlag gebracht haben!

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

Becker, J. K., Lehrbuch der Elementar-Mathematik. II. Theil. Geometrie. Zweites Buch. Pensum der Obersecunda. XIV und 170 Seiten. Preis 2 *M.* Drittes Buch. Pensum der Prima. XIV und 216 Seiten. Preis 2,40 *M.* Berlin 1878 und 1879. Weidmann'sche Buchhandlung.

Nachdem die Besprechung des vorigen Heftes, deren Correctur ich schon vor langer Zeit gelesen hatte, erst vor kurzem (X, 422 bis 427 dieser Zeitschrift) erschienen ist, muss ich wegen der verspäteten Anzeige der letzten Hefte um Entschuldigung bitten. Die Verzögerung wurde hauptsächlich durch äussere Umstände hervorgerufen*); ich möchte aber auch bemerken, dass der Hr. Verfasser selbst die Besprechung dieser Hefte recht schwer gemacht hat. Denn einerseits kann nicht geleugnet werden, dass das Werk die Frucht eines sorgsamen Fleisses ist, der sich mit grosser Tüchtigkeit paart, und dass es in vieler Hinsicht eine ganz vortreffliche Leistung darstellt. Aber die eigenartige Anordnung des Stoffes tritt im Texte zu wenig hervor, und man muss, um den so nöthigen Ueberblick zu gewinnen, immer auf das (allerdings genaue) Inhaltsverzeichniss recurriren. So manche Einzelheiten, welche an sich von geringerer Bedeutung sind, müssen zudem erwähnt werden, da sie bei ihrem häufigen Vorkommen den Charakter des Buches wesentlich alteriren.

Das zweite Heft der Geometrie enthält die ebene Trigonometrie und als zweite Stufe der Planimetrie die Einführung in die projectivische Geometrie. Schon die Behandlung der goniometrischen Functionen vereinigt wissenschaftliche Strenge mit pädagogischer Einfachheit. Zuerst werden dieselben am rechtwinkligen Dreieck und dann am Coordinatensystem definirt; alsdann werden die Gesetze aus der ersten Definition hergeleitet und ihre Uebereinstim-

---

*) Unter diese äusseren Umstände gehört auch der, dass die Recensionen in Menge vorliegen und — zu lang gemacht werden. D. Red.

mung mit den aus der zweiten Definition fliessenden Folgerungen dargethan. Im Allgemeinen müssen wir diese Behandlung vollständig billigen. Die erste Definition kann für die Herleitung der Formeln und für die Anwendung auf das Dreieck nicht entbehrt werden, und es ist jedenfalls ein Missverständniss, wenn diejenige Definition, welche im Verlaufe als die wichtigste erscheint, im Anfange nur nebenbei erwähnt wird; wollte man aber die Functionen für grössere und für negative Winkel nur durch die Forderung erhalten, dass die für spitze Winkel erhaltenen Gesetze gültig bleiben, so würde der Schüler nur von den Functionswerthen für spitze Winkel eine Anschauung erhalten. Nach unserer Meinung würde es am besten sein, nach der ersten Definition auch sogleich alle Gesetze herzuleiten, und erst dann die zweite Definition aufzustellen und ihre volle Uebereinstimmung mit der ersten zu zeigen. Obwol die ganze Trigonometrie nur 84 Seiten umfasst, sind recht viele Formeln in voller Ausführlichkeit entwickelt, sind die Beziehungen zwischen den Seiten und Winkeln eines Dreiecks vollständig vorgeführt, ist über Vielecke sogar ein reichhaltiger Stoff geboten und noch reiches Uebungsmaterial beigegeben. Ungern vermissen wir die Anweisungen, die goniometrischen Functionen für die logarithmische Berechnung von Summen zu benutzen, da wir mit Hrn. Hauck (d. Z. VIII, 19) in diesem Falle hierin das Mittel erblicken, welches „für jeden Fall das Bestmögliche leistet". Auch wissen wir nicht, warum der Verfasser bei den numerischen Rechnungen die für das deutsche Reich vorgeschriebenen Abkürzungen der Maasse ganz verschmäht.

Den Inhalt des zweiten Capitels glauben wir zunächst kurz skizziren zu sollen. Nach einigen Definitionen (Princip der Zeichen für Strecken, Winkel und Flächen, vollständiges n-eck und n-seit) folgen die Sätze des Menelaus und des Ceva sammt ihren Umkehrungen und vielen Anwendungen; die Verbindung der beiden Sätze führt auf die harmonischen Punkte und die harmonischen Strahlen, denen sich die Sätze vom vollständigen Viereck und Vierseit, sowie die bekannten Sätze von Gauss, Bodenmiller und Desargues anschliessen. Die Lehre über Pol und Polare beim Kreise beginnt mit der Berührungssehne der von einem Punkte ausgehenden Tangenten, gründet sich auf den Satz vom vollständigen Viereck und vom Höhenpunkte eines Dreiecks und führt zum Reciprocitätsgesetze. Es folgen: Tripel harmonischer Punkte, Satz von Pascal und von Brianchon, Potenzlinie zweier Kreise, Kreisbüschel, involutorische Punktreihe, das Apollonische Problem. Zum Schluss werden die Begriffe von Pol und Polare, Potenzlinie und Aehnlichkeitspunkt für den Fall definirt, dass einer oder beide Kreise in einen Punkt oder eine Gerade ausarten.

Wir haben hier ganz die Euklidische Methode der Geometrie, aber die Resultate gehören der neueren Geometrie an. So hoch

der Staudt'sche Weg an sich gestellt werden muss, erscheint er uns doch für die erste Einführung recht bedenklich, und für solche Schüler, welche dieses Buch benutzen sollen, geradezu als verwerflich, da es gar zu schwer ist, sich in die vielen neuen Begriffe sogleich hineinzuleben; zudem erfordert er wesentlich die ersten Sätze der Stereometrie (cf. Klein, Math. Ann. Bd. VI, 132—145). So wird es immerhin am besten sein, die neuen Begriffe zunächst nach der alten Methode herzuleiten und durch möglichst viele Lehrsätze zum sichern Eigenthum zu machen, wie hier im Anschluss an Steiner geschehen; dass nicht an einzelnen Stellen eine Beschränkung der Rechnung erwünscht und ganz gut möglich sei, soll indessen nicht geleugnet werden. Ganz angemessen ist es ebenfalls, dass keine Definition willkürlich auftritt, sondern ihre Berechtigung durch vorangehende Sätze erhält. Unangenehm ist es, dass verwandte Partieen des ersten Heftes erst hier ihren vollen Abschluss finden. Auch der lange Versuch (S. 133—137), die Begriffe, welche bei der Lösung des allgemeinen Apollonischen Problems benutzt werden, auf diejenigen Fälle zu übertragen, wo an Stelle eines oder beider Kreise Gerade oder Punkte treten, gehört mindestens nicht zum System und ist schon deshalb von geringer Bedeutung, weil die Uebertragung jener Construction auf diese Fälle mehrmals illusorisch wird. Unrichtig ist der Satz: Der innere Aehnlichkeitspunkt zweier Punkte ist ihr Mittelpunkt, ihr äusserer Aehnlichkeitspunkt ist der unendlich ferne Punkt der sie verbindenden Geraden. Da es nämlich für die Aehnlichkeitspunkte zweier Kreise ausser auf die Entfernung ihrer Mittelpunkte nur auf das Verhältniss der Radien ankommt, so kann man, ohne ihre Aehnlichkeitspunkte zu ändern, beide Radien mit Beibehaltung ihres Verhältnisses unbegrenzt abnehmen lassen; für zwei Punkte kann also jeder Punkt ihrer Verbindungsgeraden als Aehnlichkeitspunkt betrachtet werden.

Das dritte Capitel (S. 141—170) führt in die allgemeinen Begriffe der Projectivität ein und zwar wiederum in der Steinerschen Weise. Die Gleichheit des Doppeltverhältnisses einer Punktreihe und eines perspectivischen Strahlenbüschels*), sowie verwandte Sätze werden aus dem Sinussatze hergeleitet; dann wird ein drittes Gebilde hinzugenommen, endlich die Projectivität für Figuren (zwei-

*) An dieser Stelle ist Herrn Becker ein eigenes Missgeschick zugestossen. Bei der Besprechung seiner „Elemente" hatte ich (d. Z. VIII, 419) erwähnt, Herr R. Sturm habe in Borchardt's Journal (Bd. 79, 100) durchschlagende Gründe für das männliche Geschlecht des Wortes Büschel beigebracht. Der Verf. antwortet hierauf (S. 144): „Da nach dem Sprachgebrauch das Büschel ein neutrum, so kann ich in dem usus, das geometrische Büschel als masculinum zu gebrauchen, nur einen zwecklosen Verstoss gegen den Sprachgebrauch sehen." Herr Becker konnte die angeführten Gründe nicht für durchschlagend erklären, aber er durfte sich nicht stellen, als ob er jene Note gelesen habe, und durfte Herrn Sturm keine Gründe unterschieben, an die er nicht gedacht hat; denn derselbe

stufige Grundgebilde) allseitig vorgeführt. Die Zahl der Sätze, welche den Schüler interessiren können, ist nur gering; aber der Verfasser will auch nur in diese Begriffe einführen und verweist für die Anwendung auf die bekannten Werke; wir müssen gestehen, dass er seinen Zweck vollständig erreicht hat.

Jede Polemik, mag sie an sich noch so berechtigt sein, muss einem Schulbuche fernbleiben; ebensowenig passen rein subjective Ansichten in den Unterricht. Der Herr Verfasser scheint gerade die entgegengesetzte Meinung zu haben. Im zweiten Hefte tritt dies nur in einer längern, dem Schüler unverständlichen Bemerkung auf Seite 161 hervor. Desto mehr Gelegenheit bot sich im dritten Hefte. Hier führt er auf den ersten Seiten wieder jene Axiome vor, welche er bereits in seinen „Elementen" aufgestellt hat; aber er lässt seine subjectiven Ansichten weit mehr als dort hervortreten. Er behauptet, eine unmittelbare Vorstellung von der Länge beliebig geformter Linien zu haben, was andere Mathematiker sicherlich von sich nicht behaupten können; er erkennt an, dass gewisse Linien unmessbar seien, und stellt doch als erstes Axiom auf: „Jede Linie ist mit jeder andern quantitativ vergleichbar", ohne vor dem directen Widerspruch zu erschrecken; er bezeichnet ohne jede Spur von Begründung jene Linien als blosse Ausnahmen, nennt dieselben unstetige Linien, welche Bezeichnung durchaus unpassend ist, und stellt Riemann und Weierstrass als Freunde subtiler Haarspaltereien dar. Das ist nur eine kleine Auswahl, welche bedeutend vergrössert werden könnte; sogar vor dem Beweise des Cavalierischen Satzes hält es der Verfasser für nöthig, die Selbstverständlichkeit desselben zu behaupten, obwol er den entsprechenden Satz der Planimetrie nicht für selbstverständlich zu halten scheint. Nach unserer Ansicht wird der Verf. sein Buch durch Weglassen aller dieser Bemerkungen weit brauchbarer machen, wenn er sich nicht entschliessen kann, die erste Einleitung (S. 1—3) ganz wegzulassen, welche gegen die „Elemente" einen Fortschritt begründet, aber sicherlich von keinem Primaner verstanden werden kann, und statt seiner Axiome, welche nun einmal nicht einwurfsfrei sind, bloss die gemachten Voraussetzungen aufzuzählen, ohne sich um ihre Zahl zu kümmern; denn wenn das Buch in den Händen der Schüler ist, so muss der Lehrer in etwa auf diese Partieen eingehen, und es geht nicht an, die 29 ersten Seiten, wie der Verf. meint, einfach zu überschlagen. Rühmend müssen wir anerkennen, dass die Parallelentheorie auf ein Axiom gegründet ist, welches zwar nicht „anschaulich selbstverständlich", aber doch völlig einwurfsfrei ist.

Bei der Anordnung der ersten stereometrischen Sätze muss

prüft gerade den Gebrauch unserer besten Schriftsteller, die Ableitung des Wortes u. dergl. und gelangt so zu dem erwähnten Resultate. Uebrigens zeigt Herr Becker an dieser Stelle und sonst häufig, dass er über die Bedenken eines Recensenten reiflich nachdenkt.

nach unserer Meinung dem Beweisverfahren ein grösseres Gewicht beigelegt werden, als gewöhnlich geschieht. Im Ganzen hat uns die vom Verf. gewählte Anordnung gut gefallen; aber wir betrachten es schon als mangelhaft, wenn der Beweis eines Satzes den eines späteren in sich aufnehmen muss, wie hier der Beweis von L. 21 den der 9. Folgerung aus L. 24 in sich enthält, so dass letzterer zweimal geliefert wird. Ganz dem ersten Theile der Planimetrie entsprechend, enthält dieser Abschnitt die wichtigsten Sätze über das Dreikant, sowie einige besonders einfache Sätze über die Kugel; dagegen kommen gekreuzte Linien nicht einmal dem Namen nach vor; das muss um so mehr befremden, da die wichtigsten Sätze über dieselben beim Tetraeder nicht entbehrt werden konnten und in den Beweis eines Satzes (L. 79, 80) eingeschoben werden mussten. Der Verfasser bezeichnet die Gesammtheit der Geraden, welche denselben Punkt gemeinschaftlich haben, als räumliches Strahlenbüschel; wir halten den gebräuchlichen Namen Strahlenbündel für passender.

Die Anordnung der Sätze des zweiten Capitels können wir weniger billigen; namentlich müssen die Ausmessungen etwas mehr vereinigt werden. Nach Darlegung des Begriffes einer „einfach zusammenhängenden normalen Polyederoberfläche“ werden die dem Euler'schen Satze verwandten Relationen hergeleitet und zur Auffindung der Platonischen Körper benutzt. Daran schliesst sich die Volumberechnung für das Prisma und ein Beweis des Cavalierischen Satzes für einen Fall, welcher in der Elementar-Mathematik völlig ausreicht. Die Betrachtung der Pyramide führt zum Tetraeder zurück; daran schliesst sich das Volumen der Pyramide und des Prismatoids, sowie die Aehnlichkeitslehre für Pyramiden; den Schluss bilden die elementaren krummen Flächen und die von ihnen begrenzten Körper.

Das dritte Capitel (S. 112—139) enthält die Sphärik und die sphärische Trigonometrie. Die Auswahl geht allerdings nicht weit, ist aber völlig ausreichend; so enthält die sphärische Trigonometrie ausser dem Sinus- und Cosinussatze und mancherlei Anwendungen derselben, namentlich für die regulären Körper, die Formeln zur Berechnung des Dreiecks aus den drei Seiten (resp. den drei Winkeln), die Gaussischen Gleichungen und die Neper'schen Analogieen. Die unpassende Manier so mancher Lehrbücher, die Kugelkreise durch congruente Kreisbögen darzustellen, welche in einer Spitze zusammenlaufen, ist hier nicht nachgeahmt, vielmehr verdienen diese Zeichnungen, wie fast alle Figuren des Buches, volles Lob.

Das letzte Capitel handelt von den Kegelschnitten (S. 140—216). Zuerst werden die verschiedenen ebenen Schnitte behandelt, welche durch einen geraden Kegel geführt werden können, und daraus die Eintheilung der Kegelschnitte begründet. Bei der Discussion der einzelnen Curven bildet der Dandelin'sche Satz über die Brennpunkte

jedesmal den Ausgang und liefert eine Definition für die ebenen Curven. Nach Umkehrung dieses Satzes ergeben sich weitere Eigenschaften durch Beantwortung der Frage nach den Schnittpunkten einer Geraden mit der Curve. Auch die Auswahl der ferneren Sätze ist ganz angemessen; die wichtigsten werden durch Rechnung verificirt, und wenn solche Verificationen auch nicht immer elegant sind, so bereiten sie doch am besten auf die analytische Geometrie vor. Die letzten Seiten erweitern den Blick sowol in analytischer als in projectivischer Beziehung und bahnen somit in beiden Richtungen ein tieferes Studium an.

Zum Schluss noch wenige Worte über dieses Lehrbuch, welches jetzt in fünf Heften vollständig vorliegt. Dasselbe charakterisirt sich als einen Versuch, die Anordnung der Sätze vorzüglich auf das Beweisverfahren zu stützen. Darauf ist unseres Erachtens häufig zu wenig Rücksicht genommen, und somit verdient dieser Versuch volle Anerkennung, obwol wir glauben, dass der Herr Verf. darin etwas zu weit gegangen ist.

Zudem hat sich Herr Becker, wie er in der Vorrede zum zweiten Hefte der Geometrie ausspricht, durch die offenbar richtige Erfahrung leiten lassen, „dass ein Lehrbuch nur dann seinen Zweck erfüllen kann, wenn es so geschrieben, dass es auch zum Selbstunterrichte gebraucht werden kann". So verspricht sein Lehrbuch allen Schülern wesentlichen Nutzen zu bringen. Selbst der schwächste Schüler wird bei der Vollständigkeit aller Beweise, der Klarheit und Einfachheit der Sprache leicht in das volle Verständniss eindringen; es wird für ihn kein Nachtheil sein, dass der Stoff über die Anforderungen des Gymnasiums hinausgeht; der fähigere Schüler aber findet die beste Gelegenheit, selbständig oder nach kurzer Anleitung in der Schule seine Kenntnisse zu erweitern und sich etwa auf den akademischen Unterricht vorzubereiten. So verdient das Buch den Fachgenossen bestens empfohlen zu werden; möge es weite Verbreitung finden.

Brilon. Dr. KILLING.

SERSAWY, Dr. VICTOR. Die Fundamente der Determinanten-Theorie. Zum Gebrauche für das erste Studium bearbeitet. Wien 1878. Druck und Verlag von L. W. Seidel & Sohn. VI. 41 S. Pr.?

Eine, wie der Titel besagt, elementare Einleitung in die Determinantenlehre inclusive deren Anwendung zur Auflösung linearer Gleichungen. Die Entwickelung nimmt ihren Weg durch das Differenzenproduct hindurch; dies ist nach unserer Ansicht ein Umweg, den aber freilich auch der Altmeister Hesse gemacht hat. Was die Darstellung selbst betrifft, so ist derselben das Verdienst der Klar-

heit und Strenge nicht abzustreiten, allein irgendwelche neue Gesichtspunkte haben wir nicht angetroffen*). Da wir in Reidt, Hattendorf, Doelp-Soldan, Mansion und Bartl bereits eine ganze Literatur elementarer Determinantenwerke besitzen, so muss die Abfassung dieses neuen Hülfsbuches wol in speciellen, uns unbekannten, Verhältnissen ihren Grund haben. Beiläufig wollen wir noch erwähnen, dass der weitläufige Beweis für das Multiplicationstheorem, welchen die meisten Schriftsteller, auch die Vorlage und das Buch des Referenten nicht ausgenommen, nunmehr besser durch die weit instructivere directe Herleitung zu ersetzen sein wird, welche J. König im 14. Bande der „Mathem. Annalen" mitgetheilt hat.

Ansbach. Dr. S. GÜNTHER.

Zur Meteorologie.

Erster Jahresbericht über Organisation und Thätigkeit der Deutschen Seewarte umfassend den Zeitraum 1. Januar 1875 bis Schluss d. J. 1878 erstattet von der Direction. Hamburg 1878.

Die Freunde der Meteorologie unter den Lehrern finden hier eine genaue Informirung über die Thätigkeit eines meteorologischen Instituts, das in Deutschland als officielle Centralstelle gilt. Der Bericht zerfällt in einen allgemeinen und einen speciellen Theil. Der erstere bespricht in einer Einleitung und fünf Abschnitten (I—VI): die Geschichte, die Einrichtungen, das Personal, Verwaltung und Hilfsmittel.

Der Special-Bericht behandelt in den Abschnitten VII—XII die maritime Meteorologie, die Instrumente, Witterungskunde, Chronometer-Prüfungs-Institut, literarische Thätigkeit und wissenschaftlichen Verkehr, Vorarbeiten zu Erweiterungen der Thätigkeit. Es folgen noch Tafeln und Abbildungen.

Das mathematisch-naturwissenschaftliche Lehrerpublikum dürfte aus dem letzten Abschnitte besonders interessiren: „Die Einrichtung eines Instructions-Cursus für Navigationslehrer-Aspiranten". Die in den Jahren 1877—1878 mit der kaiserlichen Admiralität gepflogenen Verhandlungen veranlassten eine Denkschrift der Direction mit einem ausgearbeiteten Lehrplan. Es wurde vorgeschlagen ein fünfmonatlicher Instructions- und ein viermonatlicher Vorcursus. Dieser Entwurf wurde der „technischen Commission für Seeschiffahrt" vorgelegt, und am 2. December 1878 beschloss dieselbe in ihrer Versammlung: die Einrichtung regelmässiger Instructions-Curse für Navigationslehrer**) sei wünschenswerth, die

*) Man sehe über dieses Buch unsern Original-Artikel „Determinanten oder nicht?" etc. in diesem Hefte. D. Red.

**) Es soll deren im Deutschen Reiche einschliesslich der Vorschullehrer etwa 70 geben (s. S. 147 des Berichtes).

eines Vorcursus überflüssig. Es wurde auch für diesen Instructionscursus ein Lehrprogramm aufgestellt mit den Hauptfächern: I. Mathematik*). II. Nautische und praktische Astronomie. III. Allgemeine und nautische Physik, Meteorologie und Hydrographie (S. 148—149).

In diesem Stadium verblieb die Angelegenheit; sie ruht einstweilen, „da die Direction bei den knappen für das Institut zur Verfügung stehenden Räumlichkeiten, der steten Ausdehnung der Thätigkeit und dem Zuwachs der Sammlungen desselben, es als nicht wünschenswerth bezeichnen musste, wenn vor Vollendung des Neubaues des Dienstgebäudes der Seewarte**) die Realisirung des Planes weiter gefördert werden würde". Der für Jedermann interessanteste Abschnitt dieses Berichts dürfte der elfte sein, „die Pflege der Witterungskunde, der Küstenmeteorologie und des Sturmwarnungswesens in Deutschland", da derselbe tief in das Verkehrsleben eingreift und eigentlich jeder, auch der Laie, darüber etwas wissen sollte. Er enthält die „Wettertelegraphie" und „die eigenen periodischen Veröffentlichungen der Seewarte"***). (S. 110—131.)

Lehrern der Physik sei die Anschaffung dieses Berichts für die Schulbibliothek sehr empfohlen; an Orten, wo meteorologische Stationen sind, wird er auch ohnedies von letzteren zu erlangen sein.

H.

Mädler, Dr. J. H. v. (weiland kaiserl. russischer wirkl. Staatsr., Dir. a. D. der Sternw. Dorpat etc. etc.), Der Wunderbau des Weltalls oder populäre Astronomie. Siebente Aufl. Neu bearbeitet und vermehrt von Prof. Dr. W. Klinkerfues (Dir. d. Sternw. zu Göttingen). Nebst einem Atlas, astron. Tafeln, Abbildungen und Sternkarten enthaltend, und dem Bildnisse des Verfassers. Berlin, 1879. E. Bichteler & Co., Hofbuchhandlung. gr. 8°. VIII u. 748 Seiten. Preis 11 *M*.

(Fortsetzung von S. 304 Hft. 4.)

Der sechste Abschnitt „die Topographie des Planetensystems der Sonne" reicht von S. 117—301. Rechnet man den neunten

---

*) Hier werden — befremdlicher Weise — nur gelehrt: „die Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung in ihrer Anwendung auf die in der Nautik vorkommenden astronomischen und physikalischen Aufgaben nebst praktischen Uebungen im Rechnen".

**) Dasselbe ist gegenwärtig (Mitte August 1880) auf der Elbhöhe, dem sogenannten Stintfang, bis zur 1. Etage aufgeführt. Der Grundstein wurde gelegt am 15. Juni d. J. Nachmittags 4 Uhr, wo der Director Dr. Neumayer eine Rede hielt. Das Gebäude ist ein Quadrat von 31 m Seite.
Ref.

***) Hierunter gehören auch die sogen. Wetterprognosen, die immer ausserordentlich diplomatisch abgefasst sind und häufig nicht das zukünftige, sondern das vergangene oder gegenwärtige Wetter angeben.

Abschnitt (die totale Sonnenfinsterniss vom 18. Juli 1860) hinzu, so umfasst diese Topographie (mit Ausschluss der Kometen) 190 Seiten, also mehr als ein Viertel des ganzen Werkes, ungerechnet, was von Seite des Herausgebers (Klinkerfues) in dem Anhang (Spectralanalyse) über die Beschaffenheit der Sonne hinzugefügt wird. Es ist das eben jene Partie, durch welche sich das vorliegende Werk von anderen populären Astronomien (Littrow, Herschel, Pontécoulant u. a.) zumeist unterscheidet. Sie bildet gewissermassen eine Naturgeschichte der Körper unseres Planetensystems. Alles, was irgendwie auf die speciellen Eigenthümlichkeiten, den individuellen Charakter jener Körper ein Licht werfen kann, ist sorgfältig gesammelt. Mädler tritt hier nicht selten polemisirend auf gegen die Phantasiegebilde nichtwissenschaftlicher Schriftsteller über die Bewohner der Weltkörper u. drgl. Meist wird man ihm unbedingt beipflichten, hin und wieder jedoch anderer Ansicht sein. — Der Abschnitt beginnt mit der Charakteristik der Sonne. Zur Orientirung jener Leser, welche mit astronomischen Beobachtungen und Rechnungen nicht vertraut sind, muss hier eine Bemerkung gemacht werden, welche sich auf alle Zahlenangaben im Mädler'schen Werke bezieht. Mädler liebt es, solche Angaben, welche häufig aus seinen eigenen Beobachtungen und Rechnungen gezogen sind, so genau anzuführen, als sie aus der Rechnung sich ergeben, so z. B. die Entfernung der Sonne von der Erde bis auf Einheiten der Meile. Vergleicht man diese Daten mit Angaben anderer Werke, so ergeben sich scheinbar ganz ausserordentliche Differenzen. Der Astronom weiss auf den ersten Blick den Werth solcher Divergenzen richtig zu schätzen; dem Laien dagegen könnte hieraus ein gewisses Misstrauen gegen die ihm so oft angepriesene Evidenz astronomischer Wahrheiten erwachsen. Er thut also gut, sich anzugewöhnen, durch Ueberlegung, Vergleich, ja durch eine kleine Rechnung den Werth solcher Verschiedenheiten auf das richtige Maass zurückzuführen. So gibt Mädler als mittlere Entfernung der Erde von der Sonne 19 778 288 geographische Meilen, Littrow im Jahre 1878 20 028 900 Meilen an. Die Differenz dieser Zahlen beträgt 250 612 Meilen, an sich eine allerdings grosse Zahl, aber doch nur etwa $1^1/_4\,^0/_0$ bei einer Grösse, die von den Astronomen noch immer nicht als feststehend angesehen wird*). Ob es nicht zweckentsprechender gewesen wäre, in der Mehrzahl der Fälle runde Zahlen anzugeben, bleibe dahingestellt; wird das hier Bemerkte beachtet, so schaden die überflüssigen Ziffern nicht.

*) Auch diese jedenfalls nicht zu grosse Differenz wäre trotzdem etwas befremdend. Sie erklärt sich dadurch, dass die Meilenangaben mit einer aus Marsbeobachtungen abgeleiteten Parallaxe der Sonne zu 8".965 gerechnet sind, während neuere Rechnungen sowol aus Mars- als namentlich aus Beobachtungen der Venusdurchgänge diese kleiner angeben, was Klinkerfues im Kapitel über Mars richtig stellt. Dort gibt letzterer für die Entfernung der Sonne 20 035 140 Meilen, eine Zahl, die nur um $^3/_{100}$% grösser ist, als die von Littrow oben angegebene.

Von der Sonne werden nun angegeben: Masse im Verhältniss zur Gesammtmasse der ihr zugehörigen Körper, Entfernung von der Erde, Parallaxe, scheinbarer und wahrer Durchmesser, Masse, Dichte, Schwerkraft auf ihrer Oberfläche u. s. w. Zur Schwerkraft wird bemerkt: „Ein Körper, der bei uns vier Pfund wiegt, würde dort nur durch eine Kraft bewegt werden können, die hier zur Bewegung eines Centners erfordert wird. Ein Geschöpf von unserer Kraft und unserem Körperbau vermöchte dort kaum den Fuss emporzuheben und liefe beim Auftreten Gefahr, ihn zu zerschmettern; schon nach wenigen sehr kurzen Strecken würde völlige Erschöpfung eintreten. Ein Secundenpendel würde dort die Länge von 86 Pariser Fuss haben, ein mit aller Kraft emporgeworfener Körper sich nur sehr wenig über unsern Kopf erheben. Selbst wenn die Atmosphäre und alles Uebrige sich wie bei uns verhielte (was sicherlich nicht der Fall ist), so würden dennoch alle unsere Pflanzen, durch die ungeheure Schwerkraft zurückgehalten und niedergedrückt, dort knieholzartig am Boden kriechen. Nur Titanen und Cyclopen, wie sie die alten Fabeln uns vorführen, wären dort im Stande, Bauwerke aufzuführen, ja nur die gewöhnlichsten unserer Arbeiten zu verrichten. Schluss: K e i n e i n z i g e s o r g a n i s i r t e s W e s e n a u f d e r O b e r f l ä c h e d e r S o n n e k a n n i r g e n d e i n e m a u f u n s e r e r E r d e i n p h y s i s c h e r B e z i e h u n g ä h n l i c h s e i n." Hierauf wird aus der Fortrückung der Flecken die Rotationsdauer der Sonne (zu $25\frac{1}{2}$ Tagen) abgeleitet. Trotz dieser langsamen Rotation hat ein Punkt am Sonnenäquator eine viermal so schnelle Bewegung als ein Punkt am Erdäquator; die Fallgeschwindigkeit wird aber hierdurch nur unbedeutend (etwa um $1\frac{1}{4}$ Linie) vermindert. Sehr ausführlich wird nun die Beschaffenheit der Sonnenoberfläche (Photosphäre, Verschiedenheit der Helligkeit, Sonnenflecken, ihr hypothetischer Einfluss auf Witterungsverhältnisse der Erde, Sonnenfackeln u. s. w.) auseinandergesetzt. Die durch Spectralanalyse gefundenen Resultate sind bei diesen Auseinandersetzungen nicht berücksichtigt; wie wir sehen werden, finden sie sich in vortrefflicher Darstellung im Anhange (vom Herausgeber). Natürlich werden auch die Erscheinungen bei Sonnenfinsternissen (Corona, Protuberanzen) besprochen; der von M ä d l e r beobachteten totalen Sonnenfinsterniss vom 18. Juli 1860 widmet er einen eigenen Abschnitt. Schliesslich wird noch des Zodiakallichtes als eines sehr blassen, bis über die Bahn der Venus hinausreichenden Lichtringes in der Ebene des Sonnenäquators gedacht.

Für die Planeten, deren Schilderung nun an die Reihe kommt, nimmt M ä d l e r nach einem allgemeinen Gesichtspunkte drei Gruppen an. „Die erste und innerste Gruppe, mittelgross, sehr dicht, mondarm, wenig abgeplattet und in beiläufig 24 Stunden rotirend, begreift vier Planeten: Merkur, Venus, Erde und Mars, nebst dem Erdmonde."

Von jedem der Planeten werden nun die Elemente der Bahn,

nebst ihren jährlichen oder säculären Aenderungen, die Mittelpunktsgleichung, die grösste und kleinste Entfernung von der Erde, der scheinbare und wahre Durchmesser, die Rotationsdauer, die Abplattung und was man bezüglich seiner Atmosphäre und Oberfläche weiss oder vermuthet, ferner Fallgeschwindigkeit und Grösse der Schwere angegeben. Bei Merkur und Venus werden natürlich auch ihre Vorübergänge vor der Sonne besprochen; bei der Venus die Wichtigkeit dieser Beobachtung für die Sonnenparallaxe erörtert. Ueberdies wird auch der scheinbare Lauf (rechtläufig, rückläufig und stationär) verfolgt, wobei die Phasengestalt der Venus in Betracht gezogen wird.

Bezüglich der zwei verschiedenen Ansichten über die Rotationsdauer der Venus ($23^h\,21^m$ und 24 Tage 8^h) erklärt sich Mädler für die erste, wozu jedoch der Herausgeber bemerkt, dass die Spectralanalyse beide Resultate in Frage stellt, weil man Grund habe zu glauben, dass die Atmosphäre der Venus überall und dauernd mit Gewölk erfüllt sei, und somit die Bestimmung der Rotationsdauer mittels Beobachtung von Flecken, wie bisher geschah, verhindere.

Von der Erde, dem dritten Planeten, wurde im zweiten und dritten Abschnitt gesprochen. Hier werden also nur die Elemente ihrer Bahn (Neigung und Knoten fallen aus) vorgeführt, der Sterntag, mittlerer und wahrer Sonnentag und Zeitgleichung ihren Grössen nach, sowie die ungleiche Länge der Jahreszeiten und die Aenderung dieser Längen angegeben und Ebbe und Fluth erörtert.

In ähnlicher Weise folgen nun die Angaben bezüglich des Mondes. Der siderische (Rückkehr zu demselben Fixsterne), der tropische (Rückkehr zum Aequinoctialpunkte), der synodische (Wiederkehr derselben Phase), der anomalistische (Rückkehr zum Perigäum) und der draconitische Umlauf (Rückkehr zum Knoten) werden ausführlich erörtert, und deren Längen und Aenderungen dieser Längen angegeben. Hierauf wird die Rotationsdauer (vollkommen übereinstimmend mit der Revolution) und die Neigung der Axe besprochen und die hiermit im Zusammenhange stehenden Librationen klar gelegt. Das nun Folgende gibt mit grosser Ausführlichkeit und überaus klarer und anziehender Schilderung eine Auseinandersetzung der Verhältnisse, wie sie sich einem supponirten Bewohner an verschiedenen Punkten des Mondes in Bezug auf Tag und Nacht, auf Jahreszeiten u. s. w. darstellen. Es würde die Grenzen des uns gestatteten Raumes weit übersteigen, wollten wir den Inhalt dieses Kapitels näher skizziren, wie wir uns auch für das Folgende kurz fassen müssen; wir werden uns also nur einige Andeutungen gestatten. Die mittlere Länge von Tag und Nacht ist auf dem Monde dem synodischen Erdmonat gleich, also 29 Tage $12^h\,44^m\,2.8^s$ (irdisch) oder nahe $708\frac{1}{4}$ irdische Stunden, auf dem 88. Mondparallel entfallen hiervon auf den längsten Tag $449^h\,27^m\,53^s$, auf den kürzesten $259^h\,16^m\,9^s$, so dass der längste Tag dort um

$190^h\ 11^m\ 44^s$ länger ist als die Nacht zur selben Jahreszeit, d. i. nicht ganz 8 Tage, so dass die Ungleichheiten durchschnittlich, trotz der Länge des Tages, etwa 16mal geringer sind als auf der Erde. Auch gibt es zahlreiche Ursachen, welche die Tageslänge beeinflussen, die auf der Erde nicht oder nur sehr unbedeutend einwirken; die uns zugekehrte Mondseite hat um mehr als eine halbe Stunde längere Tage als das Mittel ergibt, die uns abgewendete um eben so viel kürzere, wodurch die Verschiedenheit beider über eine Stunde beträgt. — Einige Bergspitzen an den beiden Polen glänzen in ewigem Lichte, während manche Thäler nie directes, sondern nur von den Bergseiten reflectirtes Licht erhalten. Die kürzern jenseitigen Tage sind, weil da der Mond der Sonne näher steht im Verhältniss von 99 : 100, heller als die diesseitigen. Es gibt keine Dämmerung, und der Himmel erscheint schwarz. Sehr verschieden sind die Nächte beider Mondhälften; die jenseitige hat völlig dunkle, die diesseitige stets erdhelle, fast 14mal so helle als unsere mondhellen Nächte u. s. w. Die Finsternisse werden nun hier ausführlich erörtert und geschildert, wie solche sich der diesseitigen Mondhälfte (die jenseitige hat keine) darstellen. Hierauf wird eine Schilderung der Oberfläche (im Allgemeinen) gegeben. Der Mond ist eines jener Gebiete, nicht das einzige, auf dem Mädler sich durch in hohem Ansehen stehende Arbeiten verdient gemacht hat; das Kapitel bildet also einen der Glanzpunkte des Buches.

Einer Bemerkung sei noch hier Raum gegönnt. In den zwei letzten Paragraphen spricht Mädler über die Bewohnbarkeit des Mondes, über die Möglichkeit, bei Vervollkommnung unserer Apparate Werke etwaiger Seleniten wahrzunehmen u. dergl. Er weist mit wissenschaftlicher Klarheit nach, wie unvernünftig es sei, zu hoffen, je etwas derartiges durch directe Beobachtung wahrnehmen zu können. Während er aber in so objectiver Weise sich ausspricht, beginnt er diesen Theil mit den Worten: „Ueberblicken wir alles bisher über unseren Nebenplaneten Gesagte, so wird sich die Antwort auf die oft angeregte Frage nach den Bewohnern des Mondes, wenigstens einigermassen, geben lassen. Es ist, allgemein genommen, im höchsten Grade wahrscheinlich, dass nicht der Mond allein, sondern jeder Weltkörper lebende Bewohner habe, da einerseits kein Grund abzusehen ist, mit welchem die Erde einen so ungemeinen Vorzug ausschliesslich in Anspruch nehmen könnte; anderseits von der Weisheit des Schöpfers erwartet werden kann, dass alle seine Werke die möglichst höchsten Zwecke erfüllen. Wo wir also Einrichtungen getroffen sehen, welche Bewohner möglich machen, können wir diese auch als wirklich annehmen, und zugleich versichert sein, dass jeder Weltkörper mit solchen Bewohnern versehen sei, die seiner Naturbeschaffenheit angemessen sind und sich auf ihm ihres Lebens erfreuen können.“ Fügen wir gleich hier einen einem späteren Abschnitt entnommenen Ausspruch an: „Und wozu

alle diese Schwierigkeiten? Doch nur, um einen von Vielen beliebten Satz zu behaupten, der etwa so ausgedrückt werden kann: Alle Weltkörper sind wesentlich ähnlicher Natur, und auf allen befinden sich (oder werden sich einst befinden, haben sich einst befunden) ähnliche Organismen (Menschen, Thiere, Pflanzen), sowie ähnliche Verhältnisse der anorganischen Massen, wie auf unserer Erde. Ich wage es, diesem Satze einen anderen contradictorisch entgegengesetzten gegenüberzustellen: Die Weltkörper sind nicht Exemplare, sondern Individuen im strengsten Sinne des Wortes, es gibt so viele Arten von Weltkörpern als Weltkörper selbst, nur im Einzelnen finden sich grössere oder geringere Analogien ausgesprochen, die uns einigermassen berechtigen, Klassen der Weltkörper anzunehmen: sie alle zusammen haben nichts mit einander gemein als das Gesetz der Schwere. Jeder Weltkörper bleibt durch alle Zeiten hindurch im Wesentlichen das, was er einmal geworden ist." Man kann nicht umhin, diese Behauptungen nach vielen Hinsichten als sonderbar zu bezeichnen. Wenn wir unserer Phantasie freien Lauf lassen wollen, wenn wir uns in Träumen ergehen wollen über Bewohnbarkeit anderer Weltkörper (und mehr als Träume können es wol nicht sein, nicht einmal Hypothesen), so können wir das doch immer nur unter der Voraussetzung thun, dass das, was wir als Gesetz für die Erde erkannt, allgemeine Geltung habe. Wir wissen allerdings nicht, warum das organische Leben an die sogenannten organischen Elemente geknüpft sei, und wenn Jemand behaupten wollte, auf irgend einem anderen Weltkörper spielen andere Elemente (oder Verbindungen) die Rolle, die hier Kohlenstoff, Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff spielen, so können wir ihn allerdings nicht widerlegen; aber hiermit hört jede ebensowol astronomische als philosophische Ueberlegung auf. Wollen wir also mit unseren Träumen nur halbwegs auf festem Boden bleiben, so werden wir fragen: sind auf dem Weltkörper nach dem, was uns die Astronomen lehren, solche Verhältnisse anzunehmen, dass Organismen — nicht wie sie auf unserer Erde vorkommen, aber doch solche, die dem nicht absolut widersprechen, was unsere Erfahrung auf Erden lehrt — dort bestehen können? Wenn dem so ist, so können (nicht müssen) dort Organismen existiren; wo nicht, so müssen wir annehmen, dass es keine Organismen dort gebe. So verschieden also beispielsweise die Verhältnisse auf den äusseren Planeten in Bezug auf Schwere, Wärme, Licht, gewiss auch in Bezug auf elektrische Verhältnisse u. s. w. sind und sein mögen, ist es nicht absurd, dort Organismen anzunehmen. Vom Monde aber sagt ja Mädler selbst, er habe gar keine Atmosphäre, oder doch nur eine so äusserst dünne, dass dort Wasser in flüssigem Zustande nicht vorhanden ist; somit müssen wir annehmen, er habe keine Organismen und die schöne Sternwarte (jenseitige Seite des Mondes) hat keine Astronomen. An der „Weisheit des Schöpfers" dürfen wir unverrückt festhalten,

aber bei unseren Forschungen muss sie ausser Rechnung bleiben. Im Uebrigen, welche Einwendung gegen die Weisheit wäre es denn, wenn bei dem unendlichen Raume und bei den unendlich vielen Weltkörpern deren Millionen unbewohnt wären? — Nicht minder bedenklich ist Mädler's Ansicht über die Individualität der Weltkörper, und darüber, dass sie das bleiben, was sie einmal sind. Dass es zwei Weltkörper gebe, die sich absolut gleichen, wer wollte das behaupten; dass es aber höchst wahrscheinlich ist, es gebe die verschiedensten Grade der Aehnlichkeit, wird wol kaum Jemand bestreiten. Vollends aber, dass die Weltkörper das bleiben, was sie einmal sind, steht mit den Resultaten der Geologie und den jedenfalls wahrscheinlicheren Anschauungen der Astronomen, die ja Mädler selbst nicht in Abrede stellt, in grellstem Widerspruch. Wir sind vielmehr anzunehmen berechtigt, dass, wie auf der Erde, so im ganzen Weltenraum ein ununterbrochener Fortbildungsprocess stattfinde. Unauflösbare Nebel, „Ur-Materie", ballen sich zu Weltkörpern, Sonnen bilden sich zu Planeten-Systemen aus (Kant-La Place) u. s. w. Nicht als ob die geistreiche Entstehungshypothese unseres Systems einmal in allen Punkten schon gesichert, anderseits in unveränderter Form auf das ganze All anzuwenden wäre; aber — ein Werden und Umbilden kann nicht in Abrede gestellt werden. Auf die Bewohnbarkeit der Weltkörper angewendet heisst es: es gibt Weltkörper, die noch nicht bewohnt sind, andere, wie unsere Erde, die es eben sind, und endlich solche, die es nicht mehr sind. Zu den ersteren dürfte etwa Jupiter, zu den letzteren unser Mond gehören.

Nun kommt Mars, der letzte der Planeten der inneren Gruppe, an die Reihe und wird in ähnlicher Weise behandelt wie seine Vorgänger. Wir heben hervor: Er eignet sich zu Parallaxenbestimmungen der Sonne (die Beobachtungen in Pulkowa und am Cap der guten Hoffnung gaben als Sonnenparallaxe 8.″965, mit welcher die Angaben in dem Werke gerechnet sind, woraus sich deren Abweichung erklärt (vgl. S. 378); er hat eine Rotation, deren Dauer von der der Erde nur etwas mehr als eine halbe Stunde abweicht; die Jahreszeiten sind in ihren Längen viel verschiedener als auf der Erde (Sommerhalbjahr auf der Nordhalbkugel 372 (Mars-) Tage, Winterhalbjahr $296^1/_3$ Tage), die Nordhalbkugel hat lange, gemässigte Sommer, kurze, milde Winter, die Südhalbkugel kurze, heisse Sommer, lange, strenge Winter (Folge der grossen Excentricität), er hat Atmosphäre und um die Pole ewiges Eis, die Ungleichheit der Tage ist bedeutender als auf der Erde.

Die mittlere Planetengruppe wird von den Planetoiden (Asteroiden) gebildet. Die Besprechung derselben beginnt mit einem historischen Ueberblick ihrer Entdeckung und der Auseinandersetzung, dass nach Entdeckung der ersten vier lichtstärkeren (zu Anfang des Jahrhunderts) ein Stillstand stattfinden musste, bis die Fixsterne der höheren Grössenklassen (die matteren) katalogisirt waren, und

dass die Meinung, die in den letzten Jahren zahlreich entdeckten seien erst entstanden, eine absurde sei. Nun werden die Elemente derselben im Allgemeinen besprochen und verglichen, die Art auseinandergesetzt, wie man ihren Durchmesser aus dem Abstande von der Sonne, dem Abstande von der Erde, mit Zuhilfenahme der bei Saturn, Jupiter, Venus und Merkur gleich gefundenen Reflexionsfähigkeit (Albedo), der man also denselben Werth bei den Planetoiden gibt, findet (der grösste Durchmesser der dort angeführten 26 Planetoiden ist 58.5 geographische Meilen, Vesta, der kleinste 8.1 geographische Meilen, Thetis) bezüglich der einzelnen Planeten auf eine Tabelle hingewiesen, welche, vom Herausgeber ergänzt, die Elemente aller bis zur Herausgabe entdeckten 179 Planetoiden enthält. (Gegenwärtig ist ihre Zahl 216.)

Die Gruppe der äusseren Planeten Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun wird in gleicher Weise besprochen wie die inneren. Wir heben hervor: bei Jupiter. Er hat eine dichte Atmosphäre, sich nur sehr langsam ändernde Wolkenbänke. Wasser kann auf seiner Oberfläche (von der man übrigens eben wegen der dichten Atmosphäre nichts wahrnehmen kann) in Form von Oceanen nicht existiren, da die Dichte der Oberfläche die unseres Wassers nicht erreicht. Eine ausführliche Besprechung erfahren die Trabanten, anziehend ist namentlich die Schilderung der Finsternisse. Hier wird auch, nach Anführung der Olaf Römer'schen Ableitung der Geschwindigkeit des Lichtes, die Aberration der Fixsterne erklärt. Dass bei Saturn ausführlich das Verhältniss zwischen ihm und seinen Ringen besprochen wird, ist selbstverständlich. Es werden die Erscheinungen geschildert, wie sie sich uns von seiner Oberfläche aus zeigen würden, und erwiesen, dass die Ringe zur Beleuchtung des Saturn nicht bestimmt sein können, da dieser ohne sie mehr Licht erhielte. Es wird nicht nöthig sein, das, was Mädler weiter über die Entdeckung des Uranus und des Neptun, sowie über diese Körper selbst und über die Monde der drei letzten Planeten anführt, noch weiter zu skizziren; es ist dies alles dem Früheren ähnlich gehalten.

Der siebente Abschnitt behandelt „die Kometen", S. 302—380. Zunächst wird nach einer kurzen Einführung über die Berechnung der Kometen gesprochen. Es wird erklärt, warum man nach den ersten Beobachtungen eine Parabel zu Grunde legt und dass man nur bei wenigen eine Ellipse berechnen kann. In der gegenwärtigen Auflage spricht sich der Verfasser nicht mehr, wie in den früheren, gegen die Annahme aus, dass Kometen in der That auch in parabolischen und hyperbolischen Bahnen sich bewegen. Er überlässt die Entscheidung der Zukunft. Ohne anzugeben, wie die Bahnen berechnet werden, sucht er den Weg anzudeuten, wie man die aus drei Beobachtungen abgeleitete Parabel durch Benützung weiterer Beobachtungen verbessert und auf Ellipsen oder Hyperbeln kommt. Diese Rechnungen werden aber sehr schwierig

und verwickelt durch die Störungen, von welchen die Kometen in Folge der Excentricitäten und Neigungen ihrer Bahnen weit mehr beeinflusst werden als die Planeten. Hierauf wird von ihrer physikalischen Beschaffenheit gesprochen (Kern und Hülle, Schweife, sie sind durchsichtig, ohne das Licht zu brechen, sie haben reflectirtes Sonnenlicht, ihre Massen sind so gering, dass sie auch bei grösster Nähe die Bahn eines Planeten nicht beeinflussen). Gegen die Möglichkeit, als seien die Kometen „werdende Planeten", spricht sich Mädler, abgesehen von der Unmöglichkeit, dass sich eine (bei nahe der Hälfte vorhandene) rückläufige Bahn in eine directe umwandle, schon deshalb entschieden aus, weil ihre Masse viel zu gering ist. Sie stürzen sich auch nicht auf die Sonne, werden nicht zu Monden der Planeten, vermischen sich nicht mit deren Atmosphären u. s. f. Er zeigt dies an dem Kometen von 1680, der in seiner Sonnennähe nur noch um den sechsten Theil ihres Durchmessers von der Sonne abstand. Sonderbar klingt aber wieder die Begründung: „Dinge dieser Art würden gleichsam Fehler der Schöpfung andeuten, die corrigirt werden müssten." Folgt nun die Eintheilung der periodischen Kometen in zwei Gruppen (mit einer Umlaufzeit nahe gleich jener der Planetoiden und einer Umlaufzeit von 70—77 Jahren) und endlich ein Abriss einer Geschichte der Kometenerscheinungen. Zum Schlusse wird noch der Enke'sche und Biela'sche Komet und die Zweitheilung des letzteren näher besprochen. Eine dem Werke beigegebene Tafel gibt sämmtliche berechnete Kometenbahnen an.

Der achte Abschnitt, „die Störungen", S. 381—411, spitzt sich zu dem Nachweis zu, dass der Bestand des Planetensystems für ewige Zeiten gesichert ist. Die Störungen bilden die schwierigste Aufgabe für eine populäre Astronomie. Ihre Wirkungen auf ihre mathematischen (mechanischen) Gründe zurückzuführen, widersteht der Elementarmathematik ganz und gar. Wenn nun der Verfasser, nachdem er die Störungen in periodische und säculare getheilt, anführt, dass man für die ersteren in der Regel die Formel

$$a \sin(mt) + b \sin(2mt) + c \sin(3mt) \ldots\ldots,$$

für die letzteren

$$at + bt^2 + ct^3 + dt^4 \ldots\ldots$$

aufstellt, so werden sich die Leser, für welche das Werk zunächst bestimmt ist, nicht viel darunter vorstellen können; noch weniger werden sie mit der Formel

$$m\frac{d(e^2\sqrt{a})}{dt} + m'\frac{d(e'^2\sqrt{a'})}{dt} + m''\frac{d(e''^2\sqrt{a''})}{dt} + \ldots\ldots = 0$$

und deren Integral

$$e^2 m\sqrt{a} + e'^2 m'\sqrt{a'} + e''^2 m''\sqrt{a''} + \ldots\ldots = \text{Constante}$$

etwas anzufangen wissen. Insofern erscheinen uns die mathema-

tischen Theile dieses Abschnittes überflüssig, um so mehr, als Jene, die den Entwickelungen wirklich folgen wollen, zu anderen Werken werden greifen müssen. Indess ist dies von keinem Belang und der Leser wird sich eben an die aus den Formeln gezogenen Resultate halten, die klar ausgesprochen sind und hin und wieder durch Raisonnements erläutert werden. Es wird der Einfluss der Störungen auf jedes einzelne Element besprochen und gezeigt, dass in Folge der unserem Planetensystem eigenthümlichen Vertheilung der Massen etc. die Elemente nur innerhalb geringer Grenzen schwanken, dass somit die Stabilität des Systems gesichert ist. Bezüglich der Erde wird insbesondere gezeigt, dass die Schiefe der Ekliptik nur zwischen $21\frac{1}{2}^0$ und $27\frac{1}{2}^0$ schwankt, wodurch allerdings die Grenzen der gemässigten Zone vom Minimum bis zum Maximum um 12^0 sich verengen (die gemässigte Zone reicht beim Minimum von $21\frac{1}{2}^0$ bis $68\frac{1}{2}^0$, beim Maximum von $27\frac{1}{2}^0$ bis $62\frac{1}{2}^0$ der Breite, gegenwärtig bekanntlich von $23\frac{1}{2}^0$ bis $66\frac{1}{2}^0$ der Breite), dass diese äussersten Grenzen aber erst in Millionen von Jahren eintreten; die Wanderung des Perihels, die allerdings durch die ganze Bahn fortgeht, bewirkt nur, dass innerhalb langer Zeiträume sich das Verhältniss der Jahreszeiten auf der nördlichen und südlichen Halbkugel umkehrt. Eine Verrückung der Axe hat nie stattgefunden; die höhere Temperatur der Erdoberfläche in früheren Erdperioden hatte in der Einwirkung der inneren Erdwärme ihren Grund. Der Abschnitt schliesst mit den Worten: „Und sollte es uns auch nie vergönnt sein, uns geistig hinaufzuschwingen zum höchsten System aller Systeme, und der Erdensohn sich nicht erkühnen dürfen, die geheimsten Absichten des Urhebers aller Dinge erforschen zu wollen, so mögen dennoch die bisherigen Betrachtungen uns wohl berechtigen zu der frohen Ueberzeugung: dass es des Schöpfers Wille ist, seine Welt zu erhalten."

Der neunte Abschnitt beschreibt die Erscheinungen der „totalen Sonnenfinsterniss vom 18. Juli 1860", S. 412—417, welche Mädler zu Vittoria in Spanien beobachtete.

(Fortsetzung folgt.)

Wien. Dr. Pick.

---

von Schlechtendal, Dr. H. R., und Wünsche, Dr. Otto, Die Insekten. Eine Anleitung zur Kenntniss derselben. Mit 15 Tafeln. Leipzig, B. G. Teubner. I. Abth. Käfer und Hautflügler mit 7 Tafeln. II. Abth. Schmetterlinge und Fliegen mit 4 Tafeln. III. Abth. Netzflügler, Geradflügler und Halbflügler mit 4 Tafeln. Preis 9,60 ℳ

Das vorliegende, aus drei handlichen, auf Excursionen bequem mitzuführenden Heftchen bestehende Werk gleicht in Form und Anlage den floristischen Werken Wünsche's. Wie diese dürfte es

auf sicherem Wege eine Bestimmung und Kenntniss der einzelnen Insekten ermöglichen, wenn es auch selbstverständlich nicht den Werth einer „Excursionsfauna“ hat (denn es sind z. B. von den 6000 in Deutschland vorkommenden Coleopteren nicht ganz 900 Species aufgenommen). Es enthält jedoch die wichtigeren und gemeineren Arten (unter Angabe der Zahl der bekannten Arten etc. in Klammern). Besonders sollen auch diejenigen Insekten, deren Leben an das Pflanzenreich gebunden oder die mit dem Pflanzenreiche in Wechselbeziehung stehen, erörtert werden. Dies geschieht auch, insofern auf die Feinde, besonders der Culturgewächse, und auf die gallenbildenden Hymenopteren und Dipteren besonderes Gewicht gelegt wird; die eigenthümlichsten Wechselbeziehungen und Anpassungen der Insekten und entomophilen Pflanzen scheinen jedoch vernachlässigt worden zu sein (so werden z. B. Cilissa melanura auf Lythrum Salicaria u. a. Insekten, denen fast ausschliesslich die Bestäubung gewisser Pflanzen zufällt, denen sie gleichsam angepasst sind, nicht erwähnt). Bei den Lepidopteren (bei denen übrigens auf den charakteristischen Unterschied der Schuppen der Rhopalocera und Heterocera Rücksicht hätte genommen werden können) sind besondere Bestimmungstabellen der Raupen gegeben, die wir als recht praktisch nach eigener Erfahrung bezeichnen. Ueberhaupt verdient das Werk seiner völlig zweckentsprechenden Anlage wegen auch als Schulbuch besondere Berücksichtigung.

Greiz. Dr. Ludwig.

Taschenkalender für Pflanzen-Sammler. Ausgabe A mit 500 Pflanzen. (124 S.) Leipzig, Oscar Leiner. Preis 1 *M.*

In niedlichem Format enthält das Buch die häufigeren Pflanzen mit kurzer Beschreibung, geordnet nach Blüthezeit und Standort. Die einzelnen Monate sind in einer dem Monatsverzeichniss vorangehenden Note kurz und ziemlich treffend charakterisirt. Die Nomenclatur ist stellenweise veraltet und unrichtig, die Beschreibung nicht frei von unwissenschaftlichen Bemerkungen („Dolde“ von Tithymalus Cyparissias, Leguminosen = „Schotengewächsen“ etc.), die Auswahl nicht für alle Gegenden geeignet. Die Angabe der Linné'schen Classen nimmt zwar wenig Platz ein, doch hätte wenigstens noch die Familie genannt werden müssen (bei Stellaria media L mit meist 3—5 Staubgefässen hat z. B. die Angabe X. Cl. keinen Zweck). Die Standörter sind nicht immer zutreffend (z. B. für Primula elatior). Sonst entspricht der Kalender seinem Zwecke, soweit überhaupt ein derartiger Blüthenkalender gute Dienste leisten kann.*)

Greiz. Dr. Ludwig.

*) Es ist noch eine Ausgabe B mit 800 Pflanzen (180 S., Pr. 1,35 *M.*) erschienen, für die wol ziemlich dasselbe gelten dürfte. Der Recensent

Lehrmittel.

H. Wettstein's **Schul-Atlas** in 29 Blättern, bearb. von Randegger. 2. Auflage. (Obligatorisches Lehrmittel der Secundarschulen des Kantons Zürich.) Verlag der Erzieh.-Direction. 1880.

Dieser in Heft VII, S. 233 von uns lobend besprochene Schul-Atlas liegt hier in zweiter vermehrter Auflage vor. Die Vermehrung besteht in drei neuen Blättern (Karten) XVI a, XIX a und XXIII a.

Blatt XVI a, Norddeutschland, Niederlande, Dänemark mit zwei Ergänzungskärtchen; während Blatt XVI enthält: Deutsches Reich und Oesterreich mit 3 Neben- oder Specialkärtchen (Berlin, Wien mit Umgebung und Thüringer Wald). Die Eisenbahnen fehlen leider auf beiden Karten. — Blatt XIX a enthält Südwest-Asien und Nord-ost-Afrika mit Arabien und den sie umgebenden Meeren in der Mitte, während XIX enthält: Asien mit den Nebenkärtchen Kleinasien mit Syrien, Vorderindien und Java. — Blatt XXIII a enthält Neuholland und den indischen Archipel mit den Specialkärtchen Neuholland und Südost-Australien (Neu-Südwales und Victoria). Das Blatt Afrika (XVIII) ist ganz neu bearbeitet. Es enthält fünf Specialkärtchen: Capland, Capstadt mit der False-Bay und dem Cap der guten Hoffnung, Aegypten mit dem Nil, Algerien und Tunesien, endlich noch die Süd-Kiling-Inseln.

Man sieht hieraus, dass auch in dieser zweiten Auflage dem Princip der Specialkartologie Rechnung getragen ist. In Bezug auf äussere Ausstattung, z. B. Farbennüancirung, macht er denselben angenehmen Eindruck, den die erste Auflage schon machte. Wir dürfen daher unser in der ersten Recension ausgesprochenes Lob aufrecht erhalten und würden für eine dritte Auflage etwa eine Karte der Verkehrswege und ein handlicheres (hohes) Format als eine Verbesserung betrachten. H.

Letoschek, E. (k. k. Oberlieutenant, Lehrer an der Artilleriecadettenschule in Wien), **Tableau der wichtigsten physikalisch-geographischen Verhältnisse.** Wien bei Hölder. Pr. 7 M (3 fl. 50 kr.)

Eine Karte, ca. 0,9 m hoch und 1,1 m breit, für den wissenschaftlichen Unterricht in der physikalischen Geographie, ein Lehrmittel, wie es unseres Wissens wol noch nicht existirt, das sich aber weit von dem Ideal entfernt, welches der sel. Rossmässler in seinem Buche „Der naturgeschichtliche Unterricht etc." aufgestellt hat. — Auf einer verhältnissmässig kleinen Tafel sind eine Masse

(Loew) dieser Bücher im C.-O. (VIII, 5—6 S 333) bemerkt: „Dass dazu (d. i. zu bot. Excurs.) vor Allem Vollständigkeit der aufgezählten Arten innerhalb eines bestimmten Florengebiets gehört, das scheint dem anonymen Autor weiter keine Sorge gemacht zu haben." D. Red.

Dinge zusammengedrängt, die vielleicht für den Erwachsenen, der sich zu orientiren versteht, getrennt, unterschieden und einzeln mit Nutzen studirt werden können, nicht aber von einer Schulclasse, namentlich bei der Kleinheit des Tableaus.

In fünf übereinanderliegenden ungleich breiten Streifen sieht man die mannichfachsten geographischen und geologischen Bilder. Der obere (breiteste) Streifen ist eine der reinen physikalischen Geographie gewidmete ideale Landschaft. Unter den verschiedenen Wolkenbildungen sieht man links das blaue Meer, die mannichfachsten Küsten- und Inselbildungen: Korall-, Vulkan-, gewöhnliche Inseln, Klippen, Flach- und Steilküsten, Nehrung, Strandsee, Düne, Delta, Bucht, Fjord, Cap, Rhede, Hafen. Das Binnenland zeigt Tief- und Hochland mit seinen Uebergängen: Hügel (Berg), Bergreihe, Berggruppe, nebst Binnen- und Fluss-See und Stufenbecken im Mittel- und Unterlaufe eines Flusses; dann Bergrücken, Kuppen, Kegel, Gebirgsgraben, Schultergipfel, Gebirgssattel, Nock, Spitz, Doppel- und schiefe Spitz, Giebelspitz, Schneide, Horn, Dom, Grat, Stock, Tafelberg, Gebirgsknoten, Thurm, Krummhorn, Hochlandsee, Querthal, Thalbecken, Gletscher, Moräne, Gebirgskessel, Schlucht, Firnkamm, Kluft, Krater. Auch ein Wasserfall ist (etwas versteckt) dargestellt.

Diese ideale Landschaft ruht ihrerseits auf einem idealen Durchschnitte der Erdrinde, die uns die wichtigsten geologischen Verhältnisse: Hebung, Aufrichtung, Biegung, Verwerfung und das Erdinnere (vulkanischen Herd) darstellt.

Der zweite (tiefer liegende) Streifen zeigt einen geologischen Durchschnitt durch die Tatra mit den Gesteinsschichten (besonders Granit) und der Oberflächengestaltung (h. Spitzen). Der dritte ein Transversalprofil durch den Jura und die Alpen im natürlichen Verhältniss für den Radius 30 m, der vierte ein Profil durch den 50. Parallelkreis n. Br., der fünfte eine Darstellung der Klimagürtel und Pflanzenregionen (mit den höchsten Gipfeln der Erdtheile) und daneben rechts) eine meteorologische Karte (Luft- und Erd-Isothermen, Regenvertheilung etc.).

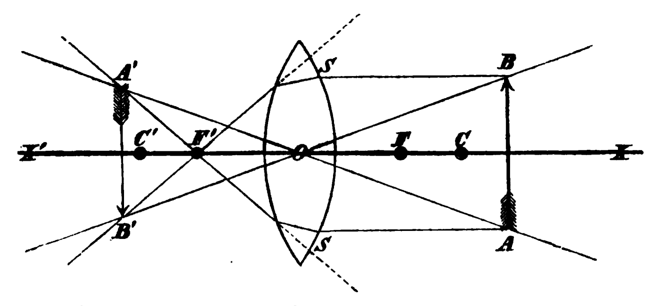
Man sieht hier — ein förmliches Arsenal von Bildern und Begriffen, die natürlich im Unterrichte logisch geordnet werden müssten. Wir sollten meinen, dass die Methode, Alles und noch einiges Andere für die Schule auf ein Bild zusammenzudrängen, ein überwundener Standpunkt wäre. Der Lehrer muss ja doch — sonst wäre er in der Lehrkunst ein Pfuscher — jedes einzelne Bild herausnehmen und es zum Zwecke der Erklärung vergrössert an die Wandtafel zeichnen. Sonach wäre eigentlich das Tableau für den Lehrer da, aber — der greift zu besseren Werken, um sich zu belehren.

Wir müssen alle solche Versuche, eine oder gar mehrere ganze Wissenschaften auf eine Karte zusammenzudrängen, für den Massenunterricht als verfehlt bezeichnen; für den Privatunter-

richt mag ein solches Lehrmittel vielleicht genügen. Wenn der Herr Verfasser diese Bilder auf grössere und mehrere Tableaus vertheilt hätte, dann würde er dem Ideale Rossmässler's näher gekommen sein. Wir zweifeln daher sehr, dass sich die Lehrer der Geographie und Naturgeschichte für dieses neue Lehrmittel begeistern werden. H.

R. Hofer's **Durchschnittsmodelle zur Demonstration der Reflexion an sphärischen Spiegeln und der Lichtstrahlenbrechung an Linsen.** I. Convex-Linse. II. Concav-Linse. III. Sphärische Hohlspiegel. IV. Sphärische Convexspiegel. Verlag von A. Pichler's Wittwe und Sohn (Lehrmittelanstalt Wien V, Margarethenplatz 2). Preis ?

Vier Tableaus aus dicker Pappe, ca. 70 cm br. 50 cm hoch, mit schwarzem Grunde (s. Fig.). Etwa in der Mitte ist eine (weissbläu-



liche) Linse (ca. 22—23 cm hoch) gezeichnet, welche von einer Axe XX' durchschnitten wird (schmaler weisser Streifen mit schwarzer Linie in der Mitte), mit den Brennpunkten F und F' (rothe Ringel) und den sphärischen Mittelpunkten (gelbe Ringel). Rechts der Linse lässt sich, in zwei Pappeinschnitten geführt, ein Messingpfeil AB verschieben. Von seinem Grunde A und seiner Spitze B aus sind an die Linse Parallelstrahlen AS und BS gezogen (gelb); sie werden durch die Linse gebrochen und gehen nach der Brechung durch den Brennpunkt F', ihre Rückverlängerungen (in der Figur punktirt) sind roth ausgezogen. Nun kommt der eigentliche Bewegungsapparat. Im optischen Mittelpunkte O sind übereinander zwei lange cylindrische Stäbchen (etwa so dick wie Wurststäbchen) in messingenen Hülsen drehbar um einen Stift befestigt; sie bilden Scheitelwinkel und streichen frei durch Oesen, die in A und B eingeschraubt sind. Diese Stäbchen versinnlichen die von A und B aus gezogenen Hauptstrahlen. Wenn man nun das Object (Pfeil) AB nach der Linse hin bewegt, so wird natürlich $\angle AOB$ ($= \angle A'OB'$) grösser und man hat links der Linse immer zwei Durchschnitte A' und B' dieser Stäbchen mit den gebrochenen Strahlen, welche Lage

und Grösse des Bildes ($A'B'$) angeben, so dass man es auf dem schwarzen Tableaugrunde mit farbiger Kreide zeichnen kann. Begreiflicherweise können diese Durchschnitte bei der Dicke der Linien und der Stäbchen und bei der leichten Biegung der letzteren nicht genaue Punkte sein, man muss also in der Zeichnung des Bildes ein wenig nachhelfen. Der Nutzen dieses Apparats besteht nun darin, dass man die Bewegungen des Objects und Bildes und die Vergrösserung (oder Verkleinerung) des letzteren, überhaupt die Uebergänge der einzelnen Fälle ineinander, deutlich und rasch veranschaulichen kann. Geht der Pfeil AB durch den sphärischen Mittelpunkt C, so geht auch sein Bild $A'B'$ durch den conjugirten sphärischen Mittelpunkt C'. Ist AB nahe an F gerückt, so ist das Bild schon so gross, dass es nicht mehr auf der Tafel liegt; rückt AB in F, so laufen die Stäbchen (Hauptstrahlen) mit den gebrochenen Parallelstrahlen parallel (Bild im Unendlichen). Rückt endlich AB in die Brennweite OF hinein, dann erblickt man die Divergenz der Stäbchen mit den gebrochenen Parallelstrahlen, und die Stäbchen schneiden die rückwärts (roth) verlängerten gebrochenen Strahlen. Das Bild steht, wie das Object vor der Linse, aufrecht. Dies ist der Fall des einfachen Mikroskops (Lupe).

Die anderen drei Tableaus sind ähnlich und der fachgebildete Leser möge uns bei seiner geübten physikalischen Imagination eine weitere Beschreibung derselben erlassen. Die Modelle und Zeichnungen sind gross genug, um auch von dem Fernsitzenden einer Schulclasse erkannt zu werden. Wir finden in ihnen eine glückliche Idee des Verfassers verwirklicht und können sie Schulen mit gutem Gewissen empfehlen. H.

Apparate für Heimathkunde (Messrad).

Bericht aus dem pädagogischen Seminare zu Jena*).

Bei Gelegenheit der Feier der 2000. Conferenz des pädagogischen Seminares berichtete ein jetziges Mitglied desselben, E. Piltz, über den Inhalt eines „heimathkundlichen Instrumentencabinetes", einer Zusammenstellung sehr einfacher und anschaulicher Apparate zum Messen von Strecken, der Morgen- und Abendweite, der in einem bestimmten Zeitraume niedergefallenen Regenmenge u. dergl., weitere Ausführung über den didaktischen Gebrauch und Veröffentlichung sich vorbehaltend. Besonderen Anklang fand das von ihm construirte Messrad. Zur leichten Handhabung für den Schüler eingerichtet — der Knabe schiebt es mit der rechten oder linken Hand vor sich her, ohne dass sein Gang gehindert wird — kann man mit demselben, auch bei feuchtem Boden und wenn Schnee liegt, mit grosser Genauigkeit die Länge einer Strasse, die Ausdehnung eines ganzen Ortes, falls dieser einigermassen geradlinig von einer Strasse durchschnitten wird, ausmessen; in kurzer Zeit die Grösse eines Kilometers, eines Hektars u. s. w. zur Anschauung bringen — und

*) Abdruck aus der allgem. Schulzeitung (ed. Stoy) No. 31, s. dort auch einen Bericht über die 2000. Conferenz des päd. Seminars.

zwar in derselben Zeit, als man bei schnellem Schritte die betreffende Strecke zurücklegt. Das Messrad hat einen Umfang von genau zwei Metern, ist äusserst solid aus Eisen construirt, hat ein Gewicht von nur $2^1/_4$ Kilo, kann deshalb auch bequem mit der Hand oder auf der Schulter getragen werden. Bei einer Umdrehung legt es also eine Strecke von zwei Metern zurück, nach 500 Umdrehungen hat es einen Kilometer durchlaufen. Die Vollendung einer Umdrehung zeigt eine in der Nähe der Peripherie angebrachte Marke an; für die oberen Unterrichtsstufen kann ein Zählapparat an die Axe des Rades angeschraubt werden.

Das Messrad soll keineswegs durchweg an die Stelle des Abschreitens durch die Schüler gesetzt werden, sondern dazu dienen: erstens das Abschreiten zu controliren und durch die gebotene leichte Controle dasselbe sicherer zu machen; zweitens bei gereifteren Schülern das Abschreiten theilweise zu ersetzen. Ferner soll es, wie schon angedeutet, die grösseren Längen- und Flächenmaasse genau zur Anschauung bringen; endlich etwaigen, an den geometrischen Unterricht in der Oberclasse der Volksschule sich anschliessenden geodätischen Uebungen, auch denjenigen der höheren Lehranstalten, zu Hilfe kommen.

Zu beziehen ist das Messrad durch Vermittelung des pädagogischen Seminares zu Jena von einem hiesigen Maschinenbauer für den Preis von 7 Mark; der zum Anschrauben eingerichtete Zählapparat ist besonders zu haben. Das Rad mit dem Umfange von 2 Metern ist die geeignetste Grösse für den heimathkundlichen Unterricht; auf Wunsch werden auch grössere angefertigt. Auch direct zu beziehen durch den Maschinenbauer E. Pretzsch in Jena.

B) Specielle Programmenschau.

Naturwissenschaftliche Programme der Provinz Hessen-Nassau.

Referent: Dr. Ackermann in Cassel.

(1878. 1879. 1880.)

1. **Frankfurt** a. M. Städtisches Gymnasium. *Einige Bemerkungen über den naturgeschichtlichen Unterricht am Gymnasium.* Von Dr. F. C. Noll. (22 S.) Ostern 1878.

Verfasser erörtert zunächst die Ursachen, welche der gleichmässigen Einführung des naturwissenschaftlichen Unterrichts an den Gymnasien hinderlich in den Weg treten, und zwar einestheils die Gründe, welche in äusseren Verhältnissen liegen — der fast allgemein vorhandene Mangel eines zusammenhängenden Unterrichts von VI bis III (an dem Gymnasium, wo Verfasser thätig ist, ist der IV. von dem Director in gerechter Würdigung der Wichtigkeit des Gegenstandes wenigstens 1 St. facultativen Unterrichts in der Naturkunde eingeräumt), das Fehlen geeigneter Lehrer u. a. — und anderentheils die inneren Schwierigkeiten, welche der Unterricht in der Naturgeschichte — diese beschäftigt den Verfasser allein, Physik und Chemie kommen nicht in Betracht — bis jetzt geboten hat und noch bietet, und welche in der Reichhaltigkeit und Vielseitigkeit seines Stoffes hauptsächlich wurzeln. Verfasser kommt dann zu dem Hauptheile seiner Arbeit, für die Verarbeitung des naturgeschichtlichen Stoffes eine Basis aufzustellen, auf welcher eine gleichmässige Behandlung ermöglicht werde. In Betreff der Gesichtspunkte, welche er hierbei für die massgebenden hält, lassen wir ihn selbst reden: „Ein Unterrichtsgegenstand, der auf wissenschaftlicher Basis behandelt werden soll — und dies jedenfalls auf dem Gymnasium — muss den Fortschritten und Forderungen der Wissenschaft selbst entsprechen; die Thatsachen und gewonnenen Gesichtspunkte, sofern sie nicht hypothetisch, sondern allgemein

anerkannt worden sind, müssen nothwendigerweise berücksichtigt werden. Nun haben sich aber gerade die Zoologie und Botanik in unserer Zeit in ganz bedeutender Weise entwickelt; aus ihrem Kindesalter, in dem man sie noch als „beschreibende“ bezeichnen konnte, indem man sich begnügte, die äussere und innere Gestaltung der Naturkörper beschrieben zu haben und der letzteren verschiedene Anwendung zu kennen, ist man zur vergleichenden Anatomie gekommen, die eine Reihe neuer Anschauungen erschloss und z. B. zur Aufstellung der verschiedenen Bautypen im Thierreiche führte; die Physiologie lehrte, in welcher Weise das Leben durch die Organe der Lebewesen sich äussert; die Entwickelungsgeschichte zeigte die Formveränderungen, die ein Organismus von seiner ersten Entstehung an bis zu seinem Tode erfährt und hat zu Verbesserungen in den Systemen geführt, die durch die vergleichende Anatomie nicht gewonnen werden konnten; und die Geographie der Thiere und Pflanzen hat ebenfalls zum Erkennen wichtiger Naturgesetze hingeleitet. Alle diese Seiten nun hat auch der naturgeschichtliche Unterricht zu berücksichtigen, und dies kann auf verschiedenem Wege geschehen. Man kann dabei dem Entwickelungsgange der Wissenschaft selbst ungefähr folgen, indem man etwa auf einer Stufe Systematik und Morphologie, auf einer anderen vergleichende Anatomie, und wieder auf einer anderen Physiologie, Entwickelungsgeschichte und Geographie betreibt, und in ähnlichem Sinne wird auch hier und da verfahren; man kann aber auch einen Organismus als Ganzes auffassen und ihn vollständig, ehe man einen neuen Körper in Angriff nimmt, den Schüler nach allen Seiten hin vorführen, nach denen er von der Wissenschaft beleuchtet worden ist. Man kann dann die gewonnenen Ergebnisse von Zeit zu Zeit zusammenstellen und gewissermassen aus der Vogelperspective überschauen, um schliesslich einen möglichst weiten Horizont zu gewinnen. Wenn wir den Werth dieser beiden Wege für die Schule vergleichen, so können wir wol keinen Zweifel hegen, dass der letztere allein der für die Schule, und zumal für das Gymnasium, empfehlenswerthe ist. Er lehrt den Schüler, an jeden Naturkörper nach allen Richtungen hin Fragen zu stellen, dadurch seine Geisteskräfte zu üben, und er allein ist im Stande, ein allgemeines und bleibendes Interesse zu erwecken.

„Die Naturgeschichte ist eine Wissenschaft, die das Leben der Geschöpfe verstehen will; in dessen Dienst stehen ja die Organe, und eine der Eigenschaften derselben ist die Form. Das Leben selbst soll also die Schule erfassen, seine Erscheinungen, Regeln und Gesetze den Schülern zur Erkenntniss zu bringen suchen, und darin finden wir vor Allem die hohe Bedeutung unseres Unterrichts, der in dieser Weise durch keinen andern ersetzt werden kann. Gesunde Anschauungen von den Vorgängen und Gesetzen des Lebens sollen in der Schule erworben werden, sie sind ein nothwendiger Baustein in der Basis der heutigen Bildung, denn unsere Zeit arbeitet in erster Linie emsig auf die Erkenntniss der Naturerscheinungen hin. Der praktische Nutzen ergibt sich stets nach der gewonnenen Einsicht von selbst. Den Bau der Naturkörper hat also der Unterricht stets in seinen Beziehungen zu dem Leben, das in den verschiedenen Organen sich nach verschiedener Seite hin äussert, in das Auge zu fassen. Natürlich geht damit die Betrachtung der äusseren Form, der Merkmale, Hand in Hand, und wir lehren z. B. ebenfalls die Blattformen und die Unterschiede in der Fussbildung der Vögel kennen, aber wir betrachten dieses nicht als Selbstzweck und machen keinen besonderen Cursus daraus, sondern nehmen eben nur die äusseren Merkmale als zum Körper gehörig mit in die Betrachtung auf. Später geben wir dann nach der Untersuchung vieler Dinge auch einmal eine Uebersicht über die gefundenen Formen. Viel wichtiger, weil in hohem Maasse zum Denken anregend, sind uns die vergleichende Morphologie und vergleichende Anatomie, die die Gesetzmässigkeit im Bau der verschiedenen Typen

nachweisen und oft ganz fremdartig auftretende Theile als denselben Bildungsgesetzen entsprechend erkennen lassen, die uns z. B. lehren, dass Knospenschuppen sowol wie Staubblätter nichts anderes sind als verschieden geartete Blattbildungen, und dass die Flügel der Vögel wie die Brustflosse der Fische dem Arme des Menschen entsprechen. Sie sind gleich geeignet, den Scharfsinn wie das Interesse der Schüler zu erregen. Die Functionen der Organe, deren merkwürdige Anpassungen an ihre Dienstverrichtungen, sowie an die äusseren Lebensverhältnisse, fordern weiterhin die ganze Aufmerksamkeit und Ueberzeugung der Schüler heraus; hierbei aber hat der Lehrer sich zu hüten, in den Fehler teleologischer Anschauung zu verfallen, wie er überhaupt nur an die Thatsachen sich halten und alles Theoretisiren oder gar Polemisiren in dem Unterrichte vermeiden soll. Er muss deshalb in seinen Ausdrücken vorsichtig sein und durch dieselbe nicht falsche Auffassungen begünstigen. Es ist z. B. ein Unterschied, ob er fragt, zu welchem Zwecke hat ein Thier ein bestimmtes Organ so und so gebildet, oder ob er wissen will, welche Beziehungen die Form des Organs zu seiner Thätigkeit hat und welche Bedeutung dasselbe für das Leben des Thieres besitzt.

„Leben ist Bewegung, die sich zum mindesten als Wachsthum äussert; die durch das Wachsthum bedingten Formveränderungen eines Naturkörpers, d. h. die Entwickelung, gehören überhaupt zu den anziehendsten Seiten der Naturbetrachtung. Es ist freilich nicht gut möglich, der Jugend gerade das erste Entstehen der Thiere klar zu machen, wol aber kann dies bei den Pflanzen ohne allen Anstand geschehen, und hier dürfen also auch die Geheimnisse der Fortpflanzung den Schülern enthüllt werden; die Entwickelung des Thieres kann aber von seinem ersten Auftreten in der Welt an als Ei oder als Junges bis zu seinem Ende verfolgt werden. Das Vorkommen der Geschöpfe endlich auf der Erde, betrachtet nach den Ursachen des Gedeihens und der Art der Verbreitung, bereitet die Erkenntniss der pflanzen- und thiergeographischen Gesetze vor, so dass schliesslich nur eine kürzere Zeit nöthig ist, um dieselbe einmal in ihrem Zusammenhange vorzuführen.

„Alle die hier erwähnten Seiten der Betrachtung sind es, die als gleichwichtige bei dem Unterrichte zu berücksichtigen sind, und es dürfte viel mehr gewonnen sein, wenn man nur wenige Pflanzen und Thiere kennen gelehrt hat, aber diese gründlich und möglichst allseitig, als wenn unsere Schüler eine Menge Namen und Formen wissen, mit denen sie im Leben nichts zu machen verstehen. Nirgends mehr als in der Naturkunde gilt der alte pädagogische Grundsatz: „non multa, sed multum“.“

Verfasser erläutert dann an zwei Beispielen unter praktischen Hinweisen, wie schon auf der ersten Stufe des Unterrichts, die stets die schwierigste ist, in der angedeuteten Weise verfahren werden kann, geht dann weiter zur Beantwortung der Frage über, wie sich der Lehrstoff der Botanik und Zoologie auf die verschiedenen Stufen vertheilen lasse und wie er in den einzelnen Klassen zu verarbeiten sei und bespricht am Ende seiner gediegenen Arbeit die Hülfsmittel für den naturgeschichtlichen Unterricht: Zeichnen — vor allem Anderen zweckdienlich und unentbehrlich —, Abbildungen, Sammlungen, Lehrbücher — die Einführung eines solchen ist unter allen Umständen wünschenswerth —, Excursionen und häusliche Arbeiten.

2) **Wiesbaden.** Höhere Bürgerschule. *Spektroskopische Untersuchungen.* Von G. Siebert. (17 S.) Ostern 1879.

Die Arbeit enthält die Ergebnisse von Spektraluntersuchungen bezüglich der Metalle Kalium, Natrium, Lithium, Caesium, Rubidium, Strontium, Calcium, Barium, Thallium und Indium und zwar angestellt nach der Methode von Lecoq de Boisbaudran, die im Wesentlichen darin besteht, dass die Salzlösung, welche untersucht werden soll, im Inductionsfunken

verflüchtigt wird. Diese Lösung befindet sich in einem kleinen Glashütchen, durch dessen Boden ein Platindraht hindurchgeht, dessen oberes Ende etwas tiefer steht als der Rand des Hütchens. Das untere Ende steht mit dem negativen Pol eines Funkeninductors in Verbindung; der positive Pol, ebenfalls in einen Platindraht endigend, wird jenem gegenübergestellt. Das Emporsteigen der Flüssigkeit an dem negativen Pol wird dadurch bewirkt, dass derselbe von einem feinen Capillarröhrchen umgeben ist. — Es handelte sich bei den angestellten Untersuchungen hauptsächlich darum, den Charakter des Funkenspektrums einmal mit dem nach der Bunsen'schen Methode erzeugten Funkenspektrum — hierbei werden Kohlenspitzen, welche mit der Salzlösung imprägnirt sind, mittelst eines Inductors zum Glühen gebracht —, das andere Mal mit dem Flammenspektrum zu vergleichen. Im Allgemeinen ergab sich, dass die Empfindlichkeit der Funkenreaction der Empfindlichkeit der Flammenreaction bei Weitem nachstand; für den Nachweis von Thallium dagegen erklärt Verf. die Lecoq'sche Funkenreaction für die allergeeignetste.

3) **Marburg.** Gymnasium. *Naturwissenschaft als Bildungsmittel des idealen Sinnes.* Von Oberl. Dr. Weidenmüller. Pädagogische Abhandlung dem Gymnasium zu Cassel zur Feier seines 100jährigen Bestehens am 14. August 1879 gewidmet. (8 S.)

Die Abhandlung, getragen von Liebe und Begeisterung für die Naturwissenschaften, will nachweisen, dass auch in diesem Unterrichtsgegenstande des Gymnasiums der ideale Sinn Nahrung finde, und zwar sowol der wissenschaftliche Sinn, der dem Ideale der Wahrheit nachstrebt, wie nicht minder der ethische Sinn in seinem Streben nach dem Ideale der Tugend, dass namentlich die beiden Cardinaltugenden des Menschen wie des Staatsbürgers, strenges Pflichtbewusstsein und gespannte Thatkraft, auch durch den naturwissenschaftlichen Unterricht, wenn derselbe im richtigen Geiste ertheilt werde, geweckt und gekräftigt würden.

4) **Oberlahnstein.** Höhere Bürgerschule. *Ueber die Phanerogamen der Umgebung von Oberlahnstein.* Von P. Caspari. (25 S.) Michaeli 1879.

Ein Verzeichniss aller derjenigen dem Verfasser bekannt gewordenen Gefässpflanzen, welche in dem Amtsbezirke Braubach, dessen grösster Ort Oberlahnstein ist, wild wachsen oder in Menge angebaut oder häufiger als Zierpflanzen cultivirt werden. Auch die Nachbargegenden, Bingen Boppard, Coblenz und Andernach, haben insofern Berücksichtigung gefunden, als aus ihnen diejenigen seltenen Pflanzen aufgenommen wurden, deren Standorte sicher bekannt sind. Der ganzen Anordnung wie Nomenclatur liegt, wenige Aenderungen abgerechnet, die „Flora Deutschlands von Garcke“ zu Grunde.

5) **Cassel.** Realschule II. O. *Neue Beobachtungen und Entdeckungen an den auf Ulmus campestris L. vorkommenden Aphidenarten.* Von Dr. H. F. Kessler*). (28 S.) Mit 2 Tafeln Abbildungen. Ostern 1880.

Die Arbeit ist eine Fortsetzung und Ergänzung der im Osterprogramm derselben Schule aus dem Jahre 1878 (cf. Jahrgang X dieser Zeitschrift, S. 54) niedergelegten Beobachtungsresultate bezüglich der Fortpflanzung und Entwickelung der Pflanzenlausarten Tetraneura ulmi L., Tetraneura alba Ratz. und Schizoneura ulmi L. Durch seine während der beiden Sommer 1878 und 1879 angestellten ausgedehnten Beobachtungen hat Verfasser festgestellt zunächst, dass die zuerst genannte Art in ihrem Entwickelungskreise zwei geflügelte Formen besitzt, wovon die zweite geschlechtlich getrennte und flügellose Thiere zur Welt bringt, die als

*) Auch im Buchhandel (Cassel, Verlag von Kay) erschienen. Preis ℳ 1,00.

die vollkommenste Form angesehen werden müssen, und dass nicht das zweite geflügelte Thier die vollkommenste Form darstellt, sondern vielmehr nur eine geflügelte Larvenform ist. Die Entwickelungsgeschichte überhaupt ist, ganz kurz wiedergegeben, die folgende: Aus dem überwinterten Ei geht das Urthier, die Stammmutter für alle folgenden Formen, hervor. Dies erzeugt im Frühjahr die Gallen auf den Ulmenblättern. Seine Nachkommen sind zunächst ungeflügelt, verwandeln sich aber im Juni in geflügelte Thiere, verlassen als solche die Gallen und zeugen (wo, auf welchen Pflanzen dies geschieht, hofft Verfasser durch weitere Beobachtungen und Nachforschungen noch ermitteln zu können) wieder ungeflügelte Junge. Diese kehren im August als geflügelte Thiere auf die Ulme zurück und setzen da an der Rinde geschlechtlich getrennte flügellose Junge ab. Diese letzteren sind schnabellos, nehmen mithin auch keine Nahrung zu sich, begatten sich jedoch und sterben nach kurzer Lebensdauer. Die Weibchen erzeugen nur ein einziges Ei; dasselbe wird aber nicht abgelegt, sondern bleibt im Mutterkörper. Das im Frühjahr daraus hervorgehende Thier hat also nicht nur die Eihaut, sondern auch die Körperhaut zu durchbrechen. Die sämmtlichen Entwickelungsphasen sind in sorgfältig ausgeführten, vergrösserten Abbildungen auf Tafel 1, Nr. 1—25, zur Anschauung gebracht. Weiter weist der Verfasser nach, dass auch die beiden anderen oben genannten Arten in einem Jahre zweimal als geflügelte Thiere auftreten, dass überhaupt in der Metamorphose der beiden Gattungen Tetraneura und Schizoneura eine grosse Uebereinstimmung herrsche, was vielleicht zu dem Schluss berechtige, dass alle gallenbildenden Aphidenarten eine gleichartige Verwandlung durchmachen. Am Schluss der Abhandlung werden noch die von Hartig aufgestellten und bisher fast allgemein acceptirten Gattungs- und Artmerkmale des Genus Tetraneura erwähnt und ausgesprochen, dass diese jedenfalls einer Correctur bedürfen, weil sie für die von Kessler beobachteten Thiere nicht ausreichend seien.

6) **Frankfurt** a. M. Realschule (II. O.) der israelitischen Gemeinde. *Der Rechneigraben in den städtischen Anlagen zu Frankfurt a. M. in botanischer Beziehung.* Mft einem Orientirungsplan. Von J. Blum. (40 S.) Ostern 1880.

Nachdem Verfasser in der Einleitung eine kurze Geschichte der schönen sich um Frankfurt ziehenden Anlagen überhaupt, sowie des an der Ostseite der Stadt gelegenen ca. 5800 qm Flächenraum haltenden und bis zu 3,5 m tiefen Rechneigrabens insbesondere gegeben, unterzieht er die einzelnen Bäume und Sträucher, die diesen Teich unmittelbar umgeben, einer Betrachtung. Entfernter stehende Holzgewächse sind nur insofern berücksichtigt worden, als sie zur landschaftlichen Charakteristik des Weihers beitragen. Im Ganzen sind es über 30 Genera mit ungefähr 70 Species, welche Verfasser einer grösstentheils recht eingehenden und des Interessanten vieles bietenden botanischen wie historischen Betrachtung unterwirft.

7) **Frankfurt** a. M. Realschule (II. O.) der israelitischen Religionsgesellschaft. *Untersuchungen über molekularphysikalische Eigenschaften wässeriger Salzlösungen und ihrer Gemische.* Von Frz. Rönneberg. (49 S.) Ostern 1880.

Die der Abhandlung zu Grunde liegenden Untersuchungen hatten zur Aufgabe, die von Salz- und Wassermolekülen bei deren gegenseitigen Einwirkung befolgten Gesetzmässigkeiten zu erforschen. Es wurde dabei der systematische Weg eingeschlagen, indem zuerst die Abhängigkeit des Volumgewichts und des Brechungsvermögens (sowol des absoluten, wie des specifischen und der Dispersion) der Salzlösungen von der Anzahl und von der Constitution der gelösten Moleküle bei verschiedenen Tempera-

turen bestimmt, sodann unter Zugrundelegung der aufgefundenen Beziehungen das Verhalten verschiedenartiger Salze, welche sich zu gleicher Zeit in Lösung befinden, ermittelt und endlich ein Zusammenhang zwischen den beobachteten Gesetzen aufgesucht wurde. Eine Mittheilung der gefundenen Resultate müssen wir uns des knapp bemessenen Raumes wegen versagen und den sich hierfür Interessirenden auf die Abhandlung selbst verweisen. Bemerkt soll noch werden, dass bei den Experimenten benutzt wurden 3 Natron-, 3 Kali-, 2 Kalk-, 1 Baryt-, 1 Magnesia- und 1 Zinksalz-, sowie 6 Salzgemische.

8) **Homburg** vor der Höhe. Realschule II. O. *Einfluss der Insekten auf die Befruchtung der Pflanzen.* Von J. Zins. (12 S.) Ostern 1880.

Verfasser legt die Bedeutung der Insekten für das Befruchtungsgeschäft der Pflanzen dar, gibt einige historische Notizen über das Erkennen der innigen Wechselwirkung zwischen Insekten und Pflanzen und bespricht dann eingehender unter Anführung zahlreicher Beispiele die Wichtigkeit der Insekten sowol für die Selbstbestäubung wie der Fremdbestäubung (Kreuzung) der Gewächse.

C) Bibliographie.

Juni. Juli.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Bain, Prof. Alex., Erziehung als Wissenschaft. (466 S.) Lpz. Brockhaus. 8.

Ostermann, Sem.-Dir. Dr., Die Grundlehren der pädagogischen Psychologie. (100 S.) Oldenburg. Schulze. 1,20.

Richter, Gymn.-Dir. Dr., Die rechte Methode des akadem. Studiums. Rede. (24 S.) Jena. Frommann. 0,60.

Scholz, Prof., Die pädagog. u. didaktischen Grundsätze des Desiderius Erasmus. Berlin, Weidmann. 1.

Protokolle der 2. badischen Directorenconferenz 9—11. Juni 1879. (106 S.) Karlsruhe, Braun. 1,25.

Keferstein, Die Pädagogik der Kirche. (48 S.) Berlin. Habel. 1,20.

Pilger, Dir. Dr., Das Verbindungswesen auf norddeutschen Gymn. (82 S.) Berlin. Weidmann. 2.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Bergold, Gymn.-Prof., Ebene Trigonometrie, mit einer kurzen Geschichte dieser Disciplin, einer Aufgabensammlung u. erl. Bemerkgn. (81 S.) Lpz. Winter. 1,20.

Seeger, Die Fundamentaltheorien der neueren Geometrie und die Elemente der Lehre von den Kegelschnitten, für den Schulunterricht bearbeitet. (215 S.) Braunschweig. Vieweg. 2,80.

Bartl, Prof., Uebungsaufg. aus der ebenen u. sphär. Trigonometrie u. der analyt. Geometrie der Ebene. (332 S.) Prag. Calve. 4.

Ruefli, Lehrbuch der Stereometrie, nebst einer Sammlung v. Uebungsaufgaben. (219 S.) Bern. Dalp. 3.

2. Arithmetik.

Claussen, Sem.-L., Die trigon. Auflösung der quadrat. u. kubischen Gleichungen. (64 S.) Schleswig. Bergas. 1,20.

Zusammenstellung der abgekürzten Maass- und Gewichtsbezeichnungen nach dem Beschluss des Bundesraths v. 8. Oct. 1878. Tab. in Fol. Heilbronn. Henninger. 0,15.

Lipschitz, Lehrbuch der Analysis. 2. Bd.: Diff.- u. Integralrechnung. (734 S.) Bonn, Cohen. 18.

Knirr, Prof. Dir., Lehrbuch der Arithmetik für die 2 ersten Klassen der Realschule. (202 S.) Wien. Hölder. 2.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Baeblich, Dr., Das Buch des Astronomie. Gemeinfassliche Beschreibung des Weltalls. (608 S.) Berlin. Burmester. 7.

Nasmyth u. Carpenter, Der Mond, betrachtet als Planet, Welt u. Trabant. Autor. deutsche Ausg. v. Dr. Klein. (165 S.) Lpz. Voss. 12.

Physik.

Böhm, Schuldir., Die Physik in der Volksschule. 13 ausgeführte Lectionen über die Wärme. (90 S.) Lpz. Wartig. 1,20.

Schellen, Dir. Dr., Die neuesten Fortschritte auf dem Gebiete der elektrischen Beleuchtung u. der Kraftübertragung. Ein Anhang zu dem Werke: Die magnet. u. dynamoelektr. Maschinen. (90 S.) Köln. Du Mont-Schauberg. 3.

Netoliczka, Prof. Dr., Repetitorium der mathematischen Physik. (187 S.) Graz. Leykam. 3,60.

Chemie.

Rosenfeld, Prof., Erster Unterricht in der Chemie. Für die unteren Klassen der Mittelschulen. (150 S.) Prag. Tempsky. 1,80.

Siegmund, Die Wunder der Chemie und Physik. Mit 400 Ill. 20 Lfgn. Wien. Hartleben. à 0,60.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Adolf, Dr., Ueber Insectenflügel. Mit 6 Taf. Lpz. Engelmann. 8.

Molin, Prof. Dr., Das Leben der Honigbiene. (212 S.) Wien, Braumüller. 5.

Nördlinger, Prof. Dr., Lebensweise von Forstkerfen. Nachträge zu Ratzeburg's Forstinsekten. 2. Aufl. (73 S.) Stuttg. Cotta. 4.

Taschenberg, Prof. Dr., Praktische Insektenkunde. 5. Thl. Die Schnabelkerfe. Bremen. Heinsius. (238 S.) 4.

Trefz, Leitfaden der Mineralogie, Geologie, Botanik u. Zoologie, auf Grundlage neuester wissenschaftlicher Forschung zum Gebrauch beim Unterr. an Gymnasien, Realschulen etc. 1. Abt. Zoologie. (116 S.) Lpz. Teubner. 1,50.

2. Botanik.

Behrens, Dr. W., Methodisches Lehrbuch der allgemeinen Botanik für höhere Lehranstalten. (337 S.) Braunschweig. Schwetschke. 3.

Engler, A., Ueber das Pflanzenleben unter der Erde. (31 S.) Berlin. Habel. 0,50.

Reinke, Prof. Dir. Dr., Lehrbuch der allg. Botanik. Mit 295 Holzschn. (584 S.) Berlin. Wiegandt. 12.

Steinbrück, Method. Leitfaden der Pflanzenkunde. In 3 Kursen. (188 S.) Langensalza. Bayer. 1,80.

3. Mineralogie.

Daubrée, Dir. Prof., Synthetische Studien zur Experimental-Geologie. Autorisirte deutsche Ausg. v. Gurlt. (596 S.) Braunschweig. Vieweg. 18.
Sartorius Freih. v. Waltershausen, Dr., Der Aetna. Nach den Manuscripten des Verstorbenen herausg. v. Dr. A. v. Lasaulx. (371 S.) Lpz. Engelmann.
Klebs, Der Bernstein. (32 S.) Berlin, Stuhr. 0,50.

Geographie.

Klein, Dr. H. J., Leitfaden der Erdkunde für die unteren Klassen der Gymnasien, Realschulen etc. (178 S.) Braunschweig, Vieweg & Sohn. 1,20.
Fries, Prof., Frh. v. Nordenskjöld u. seine Entdeckungsreisen 1858—79. Deutsch von Dr. Leinburg. Lpz. Friedrich. 1.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Hoffmann, Oberl. Prof. A., Sammlung planim. Aufg. 3. Aufl. (212 S.) Paderborn, Schöningh. 2,70.
Wittstein, Prof. Dr., Lehrbuch der Elementar-Math. 2. Abth. Planimetrie. 12. Aufl. (212 S.) Hannover. Hahn. 2.
Salmon, Analyt. Geometrie des Raumes. Deutsch v. Fiedler. 3. Aufl. (686 S.) Lpz. Teubner. 16.

2. Naturwissenschaften.

Emsmann, Prof. Oberl. Dr., Leitfaden für den Unterricht in der Physik an Gymnasien, Realschulen etc. unter Anlehnung an des Verf. Physikalische Vorschule. (4. Aufl.) 2. vervollst. Aufl. (86 S.) Lpz. O. Wigand. 1,20.
Handl, Prof. Dr., Lehrbuch der Physik für die oberen Klassen der Mittelschulen. 2. Aufl. Ausg. f. Gymnasien. (286 S.) Wien. Hölder. 3.
—, dass. Ausg. für Realschulen. (258 S.) Ebda. 2,80.
List, Dr., Leitfaden für den Unterricht in der Chemie. 1. Thl.: Unorgan. Chemie. 5. Aufl. (192 S.) Heidelberg. Winter. 1,80.
Stüber, Dr., Die Physik. Leitfaden für Mittelschulen. 2. Aufl. (120 S.) Magdeburg. Bänsch. 1,20.
Kukula, Dir., Lehrbuch der Zoologie für die unteren Klassen der Realschulen und Gymnasien. 5. Aufl. Mit 263 Holzschn. (190 S.) Wien. Braumüller. 2,60.
Altum, Prof. Dr., Forstzoologie. II. Vögel. 2. Auflage. Mit 81 Orig.-Fig. (682 S.) Berlin. Springer. 13.
Lorscheid, Prof. Dr., Lehrbuch der org. Chemie. 3. Aufl. (270 S.) Freiburg. Herder. 3,60.
Rüdorff, Prof. Dr., Anleitung zur chem. Analyse. Für Real- etc. Schulen. 6. Aufl. (46 S.) Berlin. Müller. 0,60.
—, Grundriss der Chemie. 7. Aufl. (284 S.) Ebda. 3,70.
Meyer, Prof. Dr., Die modernen Theorien der Chemie. 4. Aufl. (188 S.) Breslau. Maruschke. 5.

3. Geographie.

Paulitschke, Dr., Die geographische Erforschung des afrikanischen Continents von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage. 2. Aufl. (331 S.) Wien. Brockhausen. 6.

Neue Werke des Teubner'schen Verlags.

(1880.)

Von Teubner's Mittheilungen 1880 liegen uns die Nummern 1, 2, 3 vor. Sie kündigen als neue Erscheinungen auf dem Gebiete der Mathematik und Naturwissenschaft an:

Nr. 1. Herwig, Physikal. Begriffe u. absolute Maasse. — Schottky, Abriss einer Theorie der Abel'schen Functionen von drei Variablen. — Eddy, Neue Constructionen aus der graphischen Statik. — Trefz, Leitfaden der Mineralogie, Geologie, Botanik u. Zoologie.

Nr. 2. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathem. in 3 Bd. (Vorl. I. Bd.) — Helmert, Die mathematischen u. physikalischen Grundlagen der höheren Geodäsie in 2 Th. — Klempt, Lehrbuch zur Einführung in die moderne Algebra. — Bardey, Neue Aufgabensammlung der Elementar-Arithmetik für Realschulen 2. O., h. Bürgersch., Gewerbesch., Progymnasien.

Nr. 3. Schröter, Die Theorie der Oberflächen 2. O. u. der Raumcurven 3. O. — Zehme, Lehrb. der ebenen Geometrie nebst Repetitionstafeln. — Niedermüller, Lagrange's mathematische Elementarvorlesungen (deutsch). — Doll, Lehrbuch der praktischen Geometrie zum Unterrichte an Baugewerkeschulen etc.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Der 3. deutsche Lehrertag vom 17—19. Mai 1880 in Hamburg.

Wer die Hauptvereinigung der deutschen Volksschullehrer, die sogen. „Allgemeine deutsche*) Lehrerversammlung“ zur Zeit ihrer Blüthe gekannt und besucht hat — etwa in Mannheim, oder in Kassel, oder Wien — der würde sich wundern, wenn er einen sogen. „Lehrertag“ mit durchleben sollte. Wir hatten Gelegenheit einen solchen, den wir bislang nur vom Hörensagen kannten, Pfingsten d. J. in Hamburg als Berichterstatter und Redacteur mitzumachen und wollen nun im Folgenden die empfangenen Eindrücke in Kürze schildern.

Für unsere der Sache unkundigen Leser, die über die Tagesordnung des Volksschulwesens mit Stillschweigen hinweggehen, sei zuvörderst gesagt, dass der „Lehrertag“ von der „allgemeinen Lehrerversammlung“ sich dadurch unterscheidet, dass er eine Versammlung von Delegirten deutscher Lehrervereine aus verschiedenen Ländern, namentlich Preussen, Bayern und Baden, darstellt und dass er also etwa die Organisation eines Landtags hat, nur mit dem Unterschiede, dass zur Zeit noch — etwa wie in Oesterreich ganze Völkerstämme z. B. Tschechen und Polen — so hier einige Länder und Provinzen, wie etwa Sachsen und Württemberg schmollend zurückbleiben, eine Art Strike. Trotzdem waren in Hamburg nach der Versicherung des (ersten) Vorsitzenden**) 30000 Lehrer durch ca. 65 Abgeordnete vertreten. Ueber die besondere Organisation dieser Lehrervertretung, ob z. B. die zu behandelnden Themen den einzelnen Lehrervereinen zur Discussion und Resolution vorgelegt werden und der Delegirte eine Instruction erhält, oder aber — ob er als Vertrauensmann nach Gutdünken stimmt, ob er sich zur Vertretung erbieten darf, oder ob er gewählt, die Vertretung mit Hilfe von Diäten übernehmen muss, ob er seinen Wählern Rechenschaft schuldig ist, darüber konnten wir nichts erfahren. Aus einzelnen Reden ging allerdings hervor, dass die betr. Delegirten die besonderen Wünsche und Anträge (auch Minoritätsanträge) der Versammlung vortrugen.

Durch die Organisation eines „Lehrertags“, die von Berlin ausging und, irren wir nicht, zuerst in Erfurt zur Realisirung kam, ist nun in die allgemeine Lehrerversammlung ein gewaltiger Riss gekommen oder Bresche geschossen worden, und zwar — meinen wir — zum Heile des deutschen Volksschullehrerstandes. Denn die sogen. „allgemeine deutsche

---

*) Dieses „deutsch“ ist strenggenommen überflüssig, da wir doch nicht eine französische oder englische Lehrerversammlung haben können. Aber man hat es wahrscheinlich zugesetzt, weil es auch eine österreichische (und Schweizer?) allgemeine Lehrerversammlung gibt, wo auch deutsch gesprochen wird — trotz der Tschechen und Ungarn.

**) Dieser war ein bayrischer Lehrer, Namens Koppenstätter aus Geisenfeld, der sich durch eine Stentorstimme auszeichnete.

Lehrerversammlung", welche zuletzt zu einer kaum noch zu bewältigenden Masse (in Wien und Berlin ca. 5000) anschwoll, hatte sich u. E. längst überlebt und bot das den Freund wahrer und gründlicher Berathungen anekelnde Bild der Oberflächigkeit und — Resultatlosigkeit.

Man kann die Vorträge und Verhandlungen dieser allgemeinen Lehrerversammlungen, in die nicht selten die ganze Pädagogik hineingepackt zu werden schien, meist in wenige Sätze zusammenfassen. Sie gleichen einem von Wasser vollgesogenen Schwamme, der sich auf einen kleinen Raum zusammendrücken lässt. Eine Anzahl von Schulmännern, die etwas Rednergabe besassen, darunter auch einige Hamburger, machten sich auf diesen Versammlungen besonders bemerkbar und bildeten mit ihrem Vorstande eine enggeschlossene Phalanx, durch die sie so leicht nicht jemand in das innerste Heilige eindringen liessen. Daher hörten wir mitunter Männer von pädagogischem und wissenschaftlichem Rufe (z. B. Stoy) herbe und vernichtende Urtheile über diese Versammlungen aussprechen und trösteten uns, dass wir mit unserm Urtheile nicht isolirt standen. Eine charakteristische, aber unberechtigte Eigenthümlichkeit jener Versammlungen war, dass sie den Schwerpunkt ihrer Verhandlungen in die allgemeinen Versammlungen legte, und nicht in Sectionssitzungen. In den allgemeinen Versammlungen können mehr Phrasen gedroschen werden, und wo liesse sich mehr schwätzen, als im Gebiete der Psychologie und Pädagogik, besonders wenn man des Applauses einer autoritäsgläubigen Zuhörermenge sicher ist? Daher ist es auch gekommen, dass Sectionen, z. B. die mathematisch-naturwissenschaftliche, die Referent selbst (in Hildesheim 1867) gegründet, und mit vieler Mühe zu erhalten gesucht hat — wieder „eingeschlafen" sind. Nimmt man hinzu, dass die Resultate der Berathungen einer zufällig zusammengewürfelten, und von lokalen Verhältnissen beeinflussten Masse von Volksschullehrern doch nur einen relativen Werth haben können, so muss man zugeben, dass der „Lehrertag" im Princip richtiger ist und in seinen Resultaten werthvoller sein muss, als die erwähnte Versammlung, da hier die Ansichten der weitgrösseren Menge zur Geltung kommen und lokale Beeinflussungen eliminirt werden. Es wäre daher zu wünschen, dass die „allgemeine Lehrerversammlung" auch — „einschliefe" und dass sich der „Lehrertag" zu einer allgemeinen, die (materiellen und geistigen) Interessen sämmtlicher deutscher Volksschullehrer vertretenden Körperschaft herausbilden möchte.

Was nun die Verhandlungen selbst betrifft, so war keine einzige darunter, die unsere Interessen und Lehrfächer betraf. Auch schienen uns die Discussionen nicht gründlich genug. Wir wollen die besprochenen Themen (mit Ausnahme von No. 1 die Geschäftsordnung des deutschen Lehrertags betreffend) hier anführen, nebst einer gefassten Resolution und daran einige Bemerkungen knüpfen*).

Die Simultanschulfrage vom Lehrer Pfeiffer in Fürth.

Die Lehrerinnenfrage von Prof. K. Holdermann aus Karlsruhe und Correferent Harder-Ahrensboek (Schleswig-Holstein).

Gesonderte Unterrichtsministerien vom Lehrer Eckert in Berlin.

Die Grenzen der Staats- und Gemeinderechte auf die Volksschule, von Beeger-Leipzig.

Am meisten Verwunderung erregte die Discussion über die Lehrerinnenfrage. Die ganze Besprechung machte den Eindruck des Brodneides oder des Missbehagens über den durch Concurrenz gestörten Erwerb. Die gegen die Anstellung von (geprüften) Lehrerinnen vorgebrachten Gründe waren zu schwach, nicht stichhaltig und leicht zu wider-

---

*) Wer sich hierfür interessiren sollte, der lese nach: „Verhandlungen des dritten deutschen Lehrertags in Hamburg am 17.—20. Mai 1880" (stenogr. Bericht) Hamburg bei Schönwandt 1880.

legen. Man sollte doch froh sein bei dem grossen Mangel an weiblichen Erwerbszweigen einen Beruf gefunden zu haben, in welchem sich gebildete unverheirathete Mädchen ihr Brod auf eine anständige Weise verdienen können. Dass auch keiner der Redner die Partie der Frauen nahm oder eine Lanze für sie brach, zeigte entweder von Unwissenheit oder von -- Gemüthlosigkeit.

Dass dies die Redner und Antragsteller und mit ihnen die ganze Versammlung fühlte, das ging aus der Unklarheit, Unbeholfenheit und — Verlegenheit hervor die sich zeigte, als eine Schlussresolution gefasst werden sollte. Hier geriethen die Herren in eine wahre Sackgasse. Endlich wurde auf den Antrag Dr. Kriebel-Posen beschlossen, „dass sämmtliche Antragsteller sich vereinigen, um einen Antrag zu formuliren, der morgen zur Abstimmung gebracht werden solle"*). Diese Commission hatte nun folgende Resolution beantragt:

> Der dritte deutsche Lehrertag kann die Anstellung von weiblichen Lehrkräften im öffentlichen Schuldienste principiell nicht billigen, erklärt ihre Verwendung zur Zeit für eine nothdürftige Aushülfe und wünscht dieselbe in Zukunft vermieden zu sehen, weil nach seiner Ueberzeugung der Schule auf die Dauer nur mit **Lehrern** gedient ist, welche das Lehr- und Erziehungsfach zu ihrem **Lebensberufe** gewählt haben und für denselben in zeit- und zweckmässiger Weise ausgerüstet worden sind.

Da man aber doch befürchtete, hierin zu weit gegangen und unüberlegt gehandelt zu haben, so nahm man den gestellten Gegenantrag an:

> Der dritte deutsche Lehrertag erklärt sich im allgemeinen mit den Ausführungen der Referenten einverstanden und beauftragt die Lehrervereine, **sich mit der Angelegenheit weiter zu beschäftigen.**

In der That eine Hinterthür für einen eventuellen Rückzug und daher — ein förmliches Fiasco!

Die Lehrmittelausstellung des 3. deutschen Lehrertages zu Hamburg.

Die mit dem 3. deutschen Lehrertage in Hamburg verbundene Lehrmittelausstellung war wol das relativ Werthvollste, was der Lehrertag bot. Ein Referat hierüber dürfte die Leser dieser Zeitschrift weit mehr interessiren, als die gehaltenen Vorträge. Wenn Ref. diese Ausstellung mit den geringen Anfängen ähnlicher Bestrebungen im sechsten Decennium unseres Jahrhunderts innerhalb der deutschen allgemeinen Lehrerversammlungen (Hildesheim, Kassel, Wien etc.) vergleicht, so muss ein bedeutender Fortschritt constatirt werden. Angeregt und eingerichtet war dieselbe von dem nun nach Berlin übergesiedelten Director der allgemeinen Gewerbeschule Jessen in Hamburg. Das Gros dieser Ausstellung, welche sämmtliche Nebensäle des grossen Sagebiel'schen Etablissements einnahm, bildeten physikalische Apparate, sodann Präparate für den naturgeschichtlichen Unterricht, Karten, Bildertafeln und Bücher. Eine Spezialität waren die von der allgemeinen Gewerbeschule ausgestellten Lehrmittel für Zeichnen (Modelle, Vorlagen etc.) und Schülerleistungen.

Ausgestellt hatten ca. 15 Firmen: E. Stöhrer jun. aus Leipzig, M. Kohl-Chemnitz, Voss-Berlin, Bischoff-Berlin, Drews-Berlin; das grösste Contingent aber stellten natürlich die Hamburger Firmen. Ihnen voran

*) a. a. O. S. 58.

stand die allgemeine Lehrmittelhandlung von Vetter (vormals Hestermann), die allein einen ganzen Saal inne hatte, aber auffallender Weise wenig besichtigt wurde und fast immer leer war. Ferner die auswärts vielleicht weniger bekannten*) Firmen: Müller (besonders Geissler'sche Röhren), Krüss, Bromander und Haar, Kosbü, Marcus, Plath, Schwencke; auch einige aus der Nähe Hamburgs: Paris-Altona und Rodig-Wandsbeck (Microscope und microscopische Präparate). Die grossen Hamburger Firmen, wie Schröder (optische Anstalt) und die altberühmte von Repsold sowie auch die renommirte „Microscopische Anstalt" des Herrn Möller in Wedel bei Hamburg, die wir in neuerer Zeit besonders in Augenschein genommen haben, hatten sich natürlich von dieser elementaren Ausstellung fern gehalten. Sie arbeiten mehr für akademische Bedürfnisse. — Geographische Lehrmittel hatten aufgestellt: das geographische Institut in Weimar, die geographisch-seemännische Kunsthandlung von Friedrichsen u. Co. in Hamburg.

Unter allen diesen Ausstellern aber ragte hervor, wie ein Saul unter den Propheten, Herr E. Stöhrer jun. aus Leipzig. Seine Apparate waren nicht nur in der Construction neu und originell, sondern auch höchst sauber und solid gearbeitet, so dass diese kleine Ausstellung (sie nahm nur eine Tafel ein) immer von sachverständigen Beschauern und Bewunderern umgeben war. Der Raum verbietet uns, in's Einzelne einzugehen; der Leser wird dieselbe aber aus den folgenden von Herrn Stöhrer leicht zu erhaltenden Schriften und Broschüren kennen lernen:

1) Die Projection physikalischer Experimente und naturwissenschaftlicher Photogramme von Emil Stöhrer jun. in Leipzig. Quandt und Händel 1876. Pr. 1 ℳ, und als
2) Nachtrag hierzu: Preisverzeichniss von Apparaten für objective Darstellung naturwissenschaftlicher Photogramme von demselben. (Leipzig, Weststr. 88.) Ebenda Leipzig 1876.
3) Fundamental-Apparate für den physikalischen Unterricht von demselben. 1. Aufl. 1875.

Nächst Stöhrer kam Herr Müller aus Hamburg**), welcher seine Geissler'schen Röhren, Radiometer und Crook'schen Apparate auf der kleinen Bühne des Theatersaales aufgestellt hatte und hier im Dunkeln hinter dem Vorhange seine Experimente machte.

Krüss (Adolphsbrücke 7) zeichnete sich besonders aus durch seine grossen Spectral- und Projectionsapparate für objective physikalische Versuche (Sciopticon). Max Kohl aus Chemnitz hatte ebenfalls eine reichhaltige Sammlung physikalischer Schulapparate aufgestellt, ohne jedoch Stöhrer zu erreichen (Katalog mit 645 Nummern). Die grösste Collection hatte, wie schon bemerkt, Chr. Vetter (früher Hestermann***), ohne dass derselbe sehr beachtet worden wäre.

Die beiden Mechaniker Kosbü und Marcus sind in Hamburg bekannt als Verleiher von physikalischen Schulapparaten. Die Einrichtung dieses Leihinstituts ist folgende: Jede Schule, die selbst Lehrmittel nicht besitzt (und das sind fast alle der ca. 150 Privatschulen), abonnirt auf eine Anzahl Apparate pro Woche (etwa 4) und bestellt nach Angabe ihres Lehrers die gerade nöthigen Apparate. Diese werden nun durch einen Diener in's Haus gebracht und nach Gebrauch wieder abgeholt. Da nach Aussage eines dieser Herren die Apparate desselben an **95** Schulen (meist Privatschulen) ausgeliehen werden, so kann man sich von der Abnutzung derselben — vorausgesetzt, dass sie überhaupt brauchbar sind — einen Begriff machen; daher denn auch die meisten derselben für den Unterricht unbrauchbar sind (die Electrisirmaschine und die Luftpumpe nur mit dem

*) Viele derselben sind sogar in Hamburg wenig bekannt, und lernte Ref. die meisten erst hier kennen.

**) Glasinstrumentenfabrik von C. H. F. Müller, Hammerbrock, Sonninstrasse 23.

***) Hamburg, gr. Bleichen 32. Katalog 2031 Nummern. Auszug daraus für Physik.

Nothdürftigsten höchst primitiv ausgestattet — „gehen nicht“). Diese Einrichtung ist für den Lehrer der Physik in Hamburg, der kein Pfuscher ist, eine crux, die wir leider aus Erfahrung nur zu gut kennen; aber diese Erfahrung gehört neben der über die masslose Rohheit der Hamburgischen Schuljugend mit zu unseren bittersten. Die Ausstellungsapparate dieser Herren boten denn auch gar nichts Besonderes und waren nicht geeignet, die Aufmerksamkeit der Besucher auf sich zu lenken.

Rodig, Apotheker und Microscopiker in Hamburg, hatte neben einigen Microscopen auch microscopische Präparate ausgestellt. Die von Möller in Wedel fehlten leider.

Während der Ausstellung erschien eine Ausstellungszeitung im Verlage von Marcus Behrens (gr. Bleichen), worin Alles, auch Cigarren und Stiefeln, angekündigt war. Dass man mit einer Menge von Preiscouranten und Katalogen beschenkt wurde, die man kaum nach Hause tragen konnte, versteht sich von selbst. Auch lernten wir bei dieser Gelegenheit eine Zeitung kennen, welche sich die Bekanntmachung und Beurtheilung neuer Lehrmittel für die Volksschule zur Aufgabe gemacht hat: Magazin für Lehr- und Lernmittel unter Mitwirkung von Schulmännern, herausgegeben von dem Lehrer Conrad Schröder in Magdeburg, (bereits im 4. Jahrg. mit Beilagen: Schulpraxis, und einem „Stellenanzeiger“ als Gratisbeilage). Wir haben aber dieser Zeitschrift nur den Eindruck eines Reclameblattes abgewonnen. Da wird Allerlei flüchtig besprochen, von der Fibel an bis zu den Classikern. Die wenigen Nummern, die wir sahen, brachten uns nicht die Ueberzeugung eines soliden und nutzbringenden Unternehmens bei. Geradezu erschrocken aber sind wir über das Chaos der Schriftstellerproducte unter den Volksschullehrern. Denn da wimmelt es förmlich von Fibeln und Lesebüchern und Geographien und Singbüchern, Katechismen, Naturgeschichten, Rechenbüchern und was weiss ich noch Alles! Uns wurde himmelangst, und wir wissen nun, dass im Bereich der Volksschule die Vielschreiberei noch schlimmer ist, als bei den höheren Schulen*).

Eine Separat-Ausstellung auf derselben Strasse im sogenannten Logensaale hatte ein gewisser Herr Adler arrangirt, da er in der allgemeinen Ausstellung nicht zugelassen worden war. Dieser Herr, in Hamburg und überseeisch mehr bekannt als Inhaber eines Spielwaarengeschäfts, beabsichtigt seine Lehrmittelhandlung, die bislang nur ein Anhängsel seines Spielwaarengeschäfts war, zu erweitern und konnte diese Ausstellung schon als Einleitung hierzu gelten. Sie enthielt die ganze Serie der bekannten Apparate für die Volksschule von (dem hier anwesenden) Bopp aus Stuttgart, die mit der Wickersheimer'schen Flüssigkeit bearbeiteten anatomischen Präparate (siehe S. 102 u. f. d. Jhrg. und — angeblich eine neue Erfindung (?) des Herrn Adler**) — Karten und Globen, auf die sich mit Kreide zeichnen und schreiben lässt***).

Auf die Hauptausstellung zurückkommend, können wir nicht unter-

---

*) Wir lernten bei dieser Gelegenheit auch die hier erscheinende Zeitschrift „Pädagogische Reform“ von Harro Köhnke, einem Hamburgischen Volksschullehrer, kennen, die im 4. Jahrgange steht Sie machte auf uns den Eindruck eines Correspondenzblattes, das durch ein humoristisches Beiblatt „pädagogischer Medizinalrath“ den Besuchern des Lehrertages schmackhafter gemacht wurde. Wir haben nicht entdecken können, was dieses Blatt eigentlich „reformiren“ will, obschon es im Hamburger Schulwesen viel zu reformiren gäbe.

**) Siehe den „Reductionsglobus“ von Schotte-Berlin in Nr. 5 des päd. Archivs.

***) Wir lernten später diesen Herrn Adler noch genauer kennen. Er hatte eine eigenthümliche Methode Verlagscontracte mit Redacteuren abzuschliessen. Er engagirte nämlich den Ref. d. Zeitschrift als Redacteur einer herauszugebenden Lehrmittelzeitung, eines „anständigen Reclameblattes“ für sein Geschäft. Als nach reiflicher Ueberlegung, in der Voraussetzung, dass das Unternehmen reell sei, Ref. darauf einging und der Contract bereits mündlich fest abgeschlossen, durch Handschlag bekräftigt war und nur noch der schriftlichen Beglaubigung bedurfte, trat Herr Adler am andern Tage zurück! Die weiteren Massnahmen seitens des Ref. dagegen entziehen sich dieser Zeitschrift. — Diesem Beispiel „Hamburger Art“ wüssten wir noch ähnliche hinzuzufügen.

lassen, einige allgemeine Mängel der ausgestellten Schulapparate hier zu rügen, die zu hohen Preise und die Schablonenarbeit. Letztere zeigt sich darin, dass viele Apparate ohne Nachdenken, wie es eben herkömmlich (landläufig) ist, im besten Falle nach Frick oder Weinhold oder Anderen fabricirt werden. Der Lehrer, der nun mit einem solchen Apparate vor den Schülern, wie es nöthig, gewandt und leicht (ohne Zeitverlust) experimentiren soll, gewahrt zu spät die Mängel des Apparates. So lassen sich z. B. häufig wesentliche Theile des Apparates nicht auseinander nehmen, um die Construction zu zeigen. Auch sollten die Apparate leicht transportabel sein. Wir wollen noch einige besondere Mängel anführen: Am Monochord (besser Polychord) müssten doch mehrere Saiten sein, um den Einfluss des Materials (Metall, Darm) und der Saitendicke zu zeigen, ferner ein Apparat, um das die Spannung erzeugende Gewicht abzuändern. — Bei der Sirene ist gewöhnlich nur ein einfacher Blasebalg, wodurch der Ton stossweise und von sehr veränderlicher Höhe erzeugt wird, während man doch zur Bestimmung der Schwingungszahl eines Tones den Luftdruck völlig constant braucht. — Ein Apparat, um das Pascal'sche Gesetz von der allseitigen Verbreitung des Druckes in Flüssigkeiten (Wasser) recht anschaulich zu machen, fehlt leider immer noch — und dergl. mehr. —

Experimentirt wurde im Saale viel, besonders mit Holz'schen Influenzmaschinen, von denen einige recht vorzügliche ausgestellt waren; es knallte und rauschte unaufhörlich. Auch Herr Müller war unermüdlich im Vorführen seiner Experimente mit Geissler'schen Röhren. Doch fehlte es an einer Commission, welche die Apparate hätte prüfen und Bericht darüber erstatten müssen; dieselbe hätte von einem Mitgliede der Prüfungscommission vorgetragen, vielleicht mit einer planmässigen Vorführung einzelner Apparate verbunden werden können. Diese Einrichtung — eine Art Jury — wäre allen künftigen Lehrmittelausstellungen zu wünschen.

Obschon nicht zur Ausstellung gehörig, aber doch passend an sie anzuschliessen, sind noch zwei Hamburger Eigenthümlichkeiten, eine Taucherglocke und die Siele.

Die dem Staate Hamburg gehörige Taucherglocke.

Referent hatte Gelegenheit, dieselbe mit Herrn Prof. Bopp-Stuttgart (am 21. Mai 1880) zu besichtigen. Wir fuhren (auf Grund einer Empfehlung an den Schiffsbaudirector) in einem kleinen Schraubenboote von $2\frac{1}{2}$ Pferdekraft (im Preise von 8000 ℳ.) über die Elbe nach der gegenüberliegenden Insel Steinwärder. Dort lag am Ufer neben grossen Dampfschiffen das kleine Fahrzeug (Ponton), welches auf einem Gerüste die Taucherglocke trug. Sie hatte die Gestalt einer abgestutzten, wenig geneigten, vierkantigen Pyramide, war aus Gusseisen und ruhete auf einer Art niedrigem Wagen von starkem Gebälk; dieser konnte auf Schienen über den Rand des Pontons hinausgeschoben werden, wenn man die Glocke an einer starken Kette in's Wasser hinablassen wollte*). Ihr Gewicht war, inclusive zwei Taucher, rund 6000 kg (leer 5840). Die Grundfläche war ein Rechteck von den Seiten 2 m und 1,60 m, die Deckfläche ebenfalls ein Rechteck von den Seiten 1,70 m und 1,30 m. Die Höhe einer Seitenfläche (Trapezes) mass circa 2 m. Die Dicke der Glockenwände verjüngten sich von unten nach oben von circa 6 bis 3 Zoll (nicht in cm angegeben). Im Innern der Glocke, in das man von der untern Ponton-Etage aus einsteigen konnte, waren an der Seite Bänke und Fussbretter angebracht; durch 8 in der Deckfläche angebrachte runde Fenster vom Durchmesser = 20 cm konnte das Licht in's Innere der Glocke fallen.

---

*) Die folgenden numerischen Angaben verdanken wir dem uns begleitenden Ingenieur, der sie uns bereitwilligst ertheilte.

An zwei Seiten der Glocke waren starke Ringe angebracht zum Befestigen von Ketten und Seilen für die Bewegung der Glocke. Luft wird durch eine seitwärtsstehende doppelt-wirkende Luftpumpe mittelst Schlauch von oben eingepresst. Die Glocke wurde 1845 von der Stadt Hamburg angeschafft, später nach Eckernförde (angeblich per Axe) transportirt, um damit die Trümmer des 1849 (5. April) gesprengten dänischen Linienschiffs „Christian VIII.“ zu heben. Gegenwärtig wird sie benutzt zur Hebung von grossen Steintrümmern erratischer Blöcke, welche mit der Baggermaschine nicht zu entfernen sind und doch die Schifffahrt gewaltig hindern. Man hat schon Stücke von 15—16000 Pfund gehoben, auch versunkene Schiffe und ihre Ladung. Bei 35 Fuss (circa 11 m) Tiefe verliert sie ihr Gewicht durch den Auftrieb und der Taucher empfindet bei 2 Atmosphären einen unangenehmen Druck auf das Trommelfell. Schon in 2 m Tiefe beginnt bei der Trübe des Elbwassers vollständige Dunkelheit. Vielleicht würde hier electrische Beleuchtung von Nutzen sein. Die Apparate zur Bewegung der Glocke werden jetzt neu construirt, besonders erhält der Ponton einen Krahn, um die Glocke oberhalb des Wasserspiegels nach allen Richtungen hin zu bewegen und um zu verhindern, dass sie bei starker Fluth unter den Ponton getrieben wird. Ein Abstecher in das Bureau der Schiffsbautechniker gewährte uns noch Einsicht in die Risse dieser neuconstruirten Bewegungsmaschine.

Eine Sielfahrt in Hamburg.

(Mittwoch am 19. Mai 1880.)

Am 19. Mai 1880, am 2. Festtage des 3. deutschen Lehrertags, versammelten sich an der Lombardsbrücke zu Hamburg, dem bekanntlich schönsten Aussichtspunkte zwischen der Aussen- und Innenalster, eine Anzahl (circa 30) Lehrer, um gemeinschaftlich eine Sielfahrt, zu der sich nur selten Gelegenheit findet, zu unternehmen. Dass eine solche unterirdische Wasserspazierfahrt von hohem Interesse sein kann, das mögen meine Leser daraus entnehmen, dass selbst S. k. k. Hoh. der deutsche Kronprinz im Jahre 1877 es nicht verschmähte, eine solche Tartarusfahrt mit seinem Sohne und seinem Gefolge zu unternehmen. Unsere Leser finden diese Fahrt beschrieben und durch ein Bild illustrirt im Jahrgange 1877 der Gartenlaube Nr. 32*).

Unsere in der Wasserbaukunde wenig oder nicht erfahrene Leser werden zuerst fragen, was denn ein „Siel“ sei? Und so wollen wir ihnen denn zunächst eine kleine Vorlesung über dieses hydrotechnische Capitel halten. Hamburg hat nicht das sogenannte Abfuhr-System, nach welchem, wie in andern deutschen Städten (Gotha, Frankfurt a. M. u. a.) die Abfuhrstoffe in luftdicht verschlossenen Wagen „abgefahren“ werden, vielmehr werden sie durch Wasser in unterirdischen Canälen (sogenannten „Sielen“) „fortgeschwemmt“. Hamburg war, mehr als andere Städte, auf dieses „Schwemmsystem“ schon von der Natur angewiesen, da es durch die höher gelegene Alster mittelst sogenannter Schleussen ein Wassergefälle nach der Elbe hat. Es kam also darauf an, vom Grunde der Alster aus nach einem Punkte des Elbufers einen Canal zu bauen, gross genug, um die Zuflüsse der Seitencanäle aufzunehmen und sämmtliche Abfuhrstoffe mit Hilfe des Alsterwassers nach der Elbe abzuführen. Dieser Canal heisst „Hauptsiel“ oder „Stammsiel“ und führt von der Lombardsbrücke bis zur Mündung am Fischmarkt in St. Pauli. Dieses Hauptsiel nimmt die sogenannten Geest-Stammsiele bei der Lombardsbrücke auf, welche zur Entwässerung des Stadt- und Landgebiets auf beiden Seiten der Aussen-Alster (Uhlenhorst, Pöseldorf, Eimsbüttel etc.) angelegt sind.

*) Auch in der Leipziger illustrirten Zeitung ist sie (aber nur kurz) erwähnt. Jahrg. 1877, 20. April. Nr. 1767.

Nun aber werden meine Leser fragen: „Wie kommen die Abfallstoffe aus den Häusern der verschiedenen anliegenden Strassen und Stadttheile in das Hauptsiel?“ Dies geschieht mit Hilfe der Wasserleitung in sogenannten Nebensielen. Durch ein Wasserdruckwerk bei Rothenburgsort (vulgo „Wasserkunst“) $^1/_2$—1 Stunde von Hamburg entfernt wird das Wasser auf einen hohen Thurm geleitet, filtrirt und in Röhren nach der Stadt geführt und durch Druck in die höchsten Etagen der Häuser gepresst. Ueber die Güte dieses der Elbe entnommenen Trinkwassers werden meine Leser sofort klar, wenn ich ihnen mittheile, dass nicht selten lebende Fische, besonders Aale, den Weg in die Wasserleitung und zum Schrecken der Hausfrauen in die Küche finden. Das Wasser ist wol als Wasch- und Kochwasser, nicht aber als Trinkwasser brauchbar; es muss, um trinkbar zu sein, erst nochmals filtrirt werden (Privatfilter), und es ist nichts Ungewöhnliches, dass der in Hamburg sich acclimatisirende Fremde erst eine „Wasserkrankheit“ zu bestehen hat. So hat denn Hamburg, das sich so gern als das grosse Emporium des deutschen Welthandels betrachtet, schon in sanitärer Beziehung einen sehr wunden Fleck, und der Fremde begreift nicht, wie die Behörden (Senat und Bürgerschaft) diesem Mangel, der doch bei einer Epidemie recht verhängnissvoll werden könnte, mit Gleichgiltigkeit zusehen können.

Durch die Wasserleitungen werden nun die Abfallstoffe sofort in die Schleussen (Nebensiele) und von da in das Hauptsiel fortgespült.

Dieses „Hauptsiel“ (auch „Hauptstrang“ des Geest-Stammsieles) war es nun, das wir befuhren. Es wurde 1871—1875 erbaut. Das Querschnittsprofil desselben bildet eine Kreisfläche mit dem Durchmesser 3 m und dem Flächeninhalt 7,069 qm*). Die Fläche des ringförmigen Mauerwerk-Querschnitts beträgt 5,248 qm. Es hat von der Mündung an der Elbe bis zum neuen Jungfernstieg (Lombardsbrücke) eine Steigung 1:3000. In circa 10 m Tiefe führt es tunnelartig unter dem botanischen Garten, dem „Heiligengeistfelde“ und der Vorstadt St. Pauli hinweg, in einer Länge von 2600 (2614) m**).

Ueber die Fahrt selbst sei nun noch Folgendes bemerkt. Nachdem die Anzahl der Theilnehmer vollzählig (30) und Alles vorbereitet war, wurden wir zum Eingange an dem einen (linken) Pfeiler der Lombardsbrücke geführt. Hier nahm Jeder für eine gute halbe Stunde Abschied vom Licht der Alles belebenden Sonne, um im unterirdischen Dunkel, wie der Bergmann in seinem Schacht, die grausige Fahrt anzutreten. Wir stiegen allmählig immer tiefer bis zum Abfahrtspunkte. Ich muss gestehen, mir war es anfangs schlimmer zu Muthe, als vor einer Seereise, und ich wäre beinahe, zumal da ich an Schwindel leide, wieder ausgestiegen, wenn mich nicht eine gewisse Scheu vor dem event. Spott und Gelächter meiner Reisegefährten zurückgehalten hätte. Ich dachte schlieslich: „Was Andere können, kannst du auch wagen, und am Ende wird's doch nicht so gar schlimm werden.“ Wir sassen in zwei eng aneinandergeschlossenen und mit Laternen versehenen Kähnen ziemlich eng in zwei Reihen uns gegenüber. Jeder Kahn wurde an den Enden von zwei Männern geleitet, die die ihn mit Querstangen in der Mitte des Canals zu halten suchten. Die Kähne fuhren sanft dahin, ohne alles Geräusch. Anfangs war alles still, bis ein lustiger Cantor aus dem Holsteinschen improvisirte gereimte***) Lieder nach bekannten Melodien in plattdeutscher Mundart vorzutragen

---

*) Diese Angaben sind entnommen der „Festschrift zur Naturforscher-Versammlung“ in Hamburg 1876“. S. 247. Taf. 10.

**) Zur Ventilation der gewöhnlichen Siele dienen Luftschachte von 29 cm Durchmesser, die in Distanzen von 40—45 m angebracht sind. In Distanzen von 120—140 m wechselt dieser Luftschacht mit einem Einsteigeschacht von 93 cm Durchmesser, um den Sielwärtern den Eintritt zur Reinigung zu gewähren. Das Weitere lese man nach in obem citirten Werk S. 243 u. f. Bis Ende 1875 waren gebaut 156 119 m (= 29,82 geogr. Meilen) mit den Kosten 13,257000 ℳ (circa $4^1/_2$ Millionen Thaler).

***) Deshalb hiess er vermuthlich „Reimers“.

begann, zu denen die Gesellschaft immer den Refrain wiederholte. So wurde die unheimliche Fahrt verkürzt; das Herabträufeln der unsaubern Flüssigkeit wurde kaum bemerkt und auch der befürchtete üble Geruch war gering, zumal da er im Nicotin ein wirksames Gegenmittel fand. Von Zeit zu Zeit begegneten wir einem seitwärts einmündenden rauschenden Nebensiel oder einem Lichtloche über uns, und an den Wänden angebrachte Tafeln verkündeten uns, unter welchem Punkte der sonnenhellen Oberwelt wir uns gerade befänden. Endlich — ein Signal — und wir waren dem Ende nahe; nur noch einige Minuten und wir stiegen aus, das entbehrte Sonnenlicht wieder begrüssend. Ein mit Toasten gewürzter Nachmittags-Imbiss bei Porter und Ale entschädigte uns für die ausgestandene Angst.

Die höhere Pädagogik in Bayern.

Aus dem Bericht über die 4. Generalversammlung des Vereins von Lehrern an technischen Unterrichtsanstalten*) Bayerns, abgehalten vom 30.—31. März 1880 in München.

Section für Mathematik und Physik.

Obmann: Professor Dr. Kurz (Augsburg). Anwesend: 20 Professoren und Lehrer der Mathematik und Physik von 15 technischen Anstalten.

1) Rector Neu (Neuburg a. D.) demonstrirte einige der von ihm in unserer Vereinszeitschrift beschriebenen optischen Fundamentalversuche: speciell die objective Darstellung des Verlaufs von Lichtstrahlen bei Reflexionen an Plan- und Hohlspiegeln, beim Uebergang in Wasser, beim Durchgang durch ein Prisma und durch einen Wassercylinder (zur Erklärung der Regenbogen). Sodann zeigte er eine einfache Vorrichtung, mit Hilfe deren man die durch partielle und zugleich die durch totale Reflexion an der Oberfläche des Wassers zu Stande kommenden Bilder objectiv darstellen kann. Im Anschlusse hieran wurden geeignete Vorrichtungen benutzt zur Projection der Bilder, welche durch mehrfache Reflexion bei Parallelspiegeln und beim sogenannten Kaleidoscop entstehen. Schliesslich diente das als Beleuchtungsapparat verwendete Sciopticon noch zur Vorführung von zwei einfachen Wellenapparaten für fortlaufende transversale und longitudinale Wellen.

2) Die Versammlung besprach sich eingehend über die an ein Lehrbuch der Physik zu stellenden Anforderungen. Als eingeführt in die von den Anwesenden vertretenen Anstalten wurden genannt die Bücher von Jochmann, Münch, Beetz, Koppe, Dorner, Trappe, Brettner, und wurden Erfahrungen und Urtheile darüber ausgetauscht. An der Discussion betheiligten sich die Herren Miller, Ducrue, Düll, Lengauer, Breuning, Spiehler, Dickenether, Kurz, Klein.

Im Anschlusse hieran wurde auf Antrag des Herrn Dr. Klein über die Lehrbücher der Geometrie gesprochen. Empfohlen wurden die Lehrbücher von Recknagel, Reidt, Spieker und Heis.

In Betreff der Algebra war die Versammlung auch für fernere Beibehaltung eines eigenen Lehrbuches (neben einer Aufgabensammlung), wie es auch die Schulordnung vorschreibt, da das Zusammenwirken mehrerer Lehrer an derselben Anstalt, ferner die Schülerabsenzen u. dergl. ein solches nothwendig machen. Herr Dr. Klein macht auf das Lehrbuch von Suhle aufmerksam. An der Discussion betheiligten sich noch die

*) Dies ist ein eigenthümlicher (ob berechtigter?) Ausdruck für diejenigen Lehranstalten in Bayern, die im Gegensatz zu den Gymnasien (humanistische Anst. od. Studien-Anst.) mehr die Mathematik und die Naturwissenschaft pflegen. Anderwärts versteht man darunter meist polytechnische Schulen. Ein trauriger Beleg für unsere schöne deutsche Einheit im Schulwesen. D. Red.

Herren Rothlauf, Miller, Horn, Kellerhals, Lengauer, Schremmel, Ducrue, Kurz.

Herr Dr. Klein drückte den Wunsch aus, die Besprechung der Lehrbücher möchte auch bei den künftigen Versammlungen auf der Tagesordnung der Sectionssitzung stehen; allgemeine Zustimmung.

Auf Antrag des Obmanns einigte man sich, den programmmässig beabsichtigten Besuch der Sammlungen der technischen Hochschule, der Industrieschule etc. gemeinsam vorzunehmen, sowie auch die von Herrn Berberich, Präparator an dem physikalischen Institute der Universität, erhaltene Einladung zur Besichtigung einiger neuer Apparate und Schulversuche mit Dank anzunehmen. Dr. Kurz.

Section für Naturwissenschaften.

Als Obmann wurde durch Acclamation A. Nicklas (Kaufbeuren), als Schriftführer J. Schneider (Traunstein) gewählt.

Auf der Tagesordnung standen nur zwei Anträge.

1) Antrag von Dr. Vogl (Memmingen), die Errichtung naturwissenschaftlicher Seminarien an Hochschulen.

Dr. Vogl begründet seinen Antrag damit, dass die Candidaten für Naturwissenschaften den übrigen Lehramtscandidaten gegenüber in Bezug auf Methodik und Praxis im Unterrichten schlimmer gestellt seien, da alle andern Sparten bereits an Mittelschulen gelehrt werden, der angehende Lehramtscandidat also häufig Gelegenheit habe zu sehen, wie er es machen und nicht machen solle; dies sei bei den Lehramtscandidaten für Naturwissenschaften nicht der Fall, und diesen Missstand wolle sein Antrag beseitigen, da er die Schule für zu gut halte, um dem angehenden Lehrer als Versuchsstation zu dienen.

Dem entgegnet Director Dr. A. Miller (München), dass er für diesen Antrag schon deshalb nicht sei, weil eine wirklich zweckdienliche Durchführung desselben an den Hochschulen auf grosse Schwierigkeiten stossen würde und er anderseits der Meinung sei, dass zur praktischen Ausbildung des Lehrers einer Mittelschule manches gehöre, was man nur in der Schule selbst unter der Leitung eines tüchtigen Schulvorstandes und ererfahrener Fachcollegen lernen könne. Den Hochschulen stehen auch in der Regel geeignete Lehrkräfte nicht zu Gebote. Er sei auch der Ansicht, dass die Schule nicht als Versuchsstation dienen solle. Es sei aber kein unbilliges Verlangen, dass der angehende Lehrer praktizire, denn in allen Diensteszweigen sei dies der Fall*).

Dr. Vogl bemerkt, dass er die besten Lehrer der Mittelschulen als Leiter dieser Seminarien im Auge habe; er ziehe übrigens seinen Antrag, der die Sache nur anregen wollte, zurück**); für das Probejahr könne er nur dann stimmen, wenn die Candidaten bezahlt würden.

Nach längerer Debatte einigte man sich in dem Wunsche „es möchte für die Ausbildung der Candidaten der Naturwissenschaften in der Praxis durch Verwendung derselben als Assistenten auch an viercursigen Realschulen Sorge getragen werden.“ (Kommt recht post festum. D. Red.)

Den zweiten Antrag „Besprechung der genehmigten Lehrbücher für Chemie und Naturgeschichte“ stellte A. Nicklas (Kaufbeuren).

Es wurden hierbei die einzelnen Lehrbücher besprochen, wobei die allgemeine Ansicht sich geltend machte, dass zur Zeit ein vollkommen passendes Lehrbuch der Chemie für unsere Realschulen nicht existire.

*) Hieraus ist ersichtlich, dass der Hr. Dir. Miller gar keinen Begriff von einem solchen Seminar hat, wie Sem.-Dir. Nohl (pädagog. Seminare auf Universitäten) und der Herausgeber ds. Z. es vorgeschlagen und projectirt haben (s. VI, 351 u. f.). Wir empfehlen dem Hrn. Miller die Lectüre dieser Schriften. (S. die Recens. der Schrift von Nohl in d. österr. Ztschr. f. Realschulwesen I, 555.) Der Herausgeber.

**) Warum die Flinte ins Korn werfen? D. Red.

Nachdem noch Lycealprofessor Hofmann über sein Lehrbuch der Naturgeschichte referirt und um Abänderungsvorschläge gebeten, wurde die Versammlung geschlossen und dabei das Bedauern ausgesprochen, dass die Theilnahme eine so geringe gewesen sei. A. Nicklas.

Proben aus dem mathematischen Unterrichte in Lehrerseminaren und Volksschulen.

a) Geometrische „Ungeheuerlichkeiten" in der Volksschule!

Durch einen früheren Schüler, welcher die Realschule besucht hat und sich nun weiter in einem Lehrer-Seminar für den Volksschullehrerberuf vorbereitet, kommt mir ein Buch in die Hand, welches den Titel führt

> *Die Raumlehre in der Volksschule.* Nach den Hohen Ministerial-Bestimmungen i. Pr. vom 15. Oktober 1872 bearbeitet von Wunderlich, Lehrer. Langensalza, Gressler. (106 S. 0,75 ℳ)

und welches nach der Mittheilung des erwähnten Schülers zwar nicht officiell eingeführt, aber nebenher geduldet sich in den Händen sehr vieler Seminaristen befindet und von diesen zur Vorbereitung auf den Geometrieunterricht benutzt wird. Das Buch strotzt vom crassesten Blödsinn und hat trotzdem im Jahre 1877 seine 5. (!) Auflage erlebt. Wir theilen im Folgenden einige Proben davon mit. Vielleicht trägt die Veröffentlichung dazu bei, dass das Machwerk seinen verdienten Untergang findet.

Im § 9 werden die Winkel behandelt. Er beginnt mit: „Man unterscheidet rechte, spitze und stumpfe Winkel." Nachdem dann weiter gesagt ist: „Die Schenkel eines rechten Winkels stehen senkrecht auf einander", wird gelehrt, „dass der rechte Winkel eine unveränderliche Grösse, nämlich 90 Grad hat" — an dieser Stelle kommt das Wort Grad zum ersten Mal vor —, „weshalb von den rechten Winkeln der Satz gilt: Alle R. sind gleich gross." Einige Zeilen weiter heisst es: „Noch unterscheidet man gestreckte, erhabene und hohle Winkel." — „Das Zeichen für einen gestreckten Winkel ist π" — und auf der folgenden Seite: „Das Zeichen für zwei rechte Winkel ist 2π."

Der § 11 handelt von der „Grösse der Winkel sammt Beweisen" und bringt die Sätze 1) Nebenwinkel betragen $2R$, 2) Scheitelwinkel sind einander gleich, und als Nr. 3): „Innere Gegenwinkel sind gleich zwei rechten Winkeln". Von zwei Parallelen, die von einer dritten Geraden geschnitten werden, kein Wort. In der Figur sind ab und cd die, allerdings parallel gezeichneten, geschnittenen Geraden, ef die schneidende Gerade. Beweis wird so geführt: Würden ab und cd von ef in senkrechter Richtung geschnitten, so wären die betreffenden Winkel rechte; nun schneidet aber ef die beiden anderen Geraden in schräger Richtung, wodurch spitze und stumpfe Winkel entstehen. Das, was der spitze Winkel weniger hat als ein rechter, hat der stumpfe zu viel etc. etc.

Aufgabe 6 lautet: „Es ist auf der Mitte einer gegebenen wagerechten Linie eine senkrechte Linie zu fällen, mit anderen Worten: Es ist auf der Mitte der gegebenen Linie ein Perpendikel zu errichten."

Aber das sind nur kleine „Wunderlichkeiten" gegenüber den Beweisen zu den Congruenzsätzen. Man höre:

Erster Congruenzsatz: Dreiecke sind congruent, wenn die drei Seiten u. s. w. Beweis: „Ich lege $\Delta\, bac$ so auf $\Delta\, edf$, dass die Seite ba, die nach Vor. gleich ed ist, in deren Richtung fällt; ferner, dass die Seite ac, die nach Vor. gleich df, in deren Richtung fällt. Folglich muss, da ba in die Richtung ed und ac in die Richtung df fällt, auch Seite bc

gleich sein *ef*, denn zwischen zwei Punkten ist nur eine Gerade möglich. Da aber alle drei Seiten des einen Dreiecks gleich sind den drei Seiten im anderen Dreieck, so sind die Dreiecke congruent.“ Weiter: der Schluss des Beweises vom zweiten Congruenzsatz (zwei S. und der eingeschlossene Winkel) lautet: „Mithin sind in dem einen Dreieck zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel entsprechend gleich den zwei Seiten und dem etc. im anderen Dreieck. Die Dreiecke decken sich deshalb, sie sind also congruent.“ Dritter Congruenzsatz (eine Seite und die beiden anliegenden Winkel). Das eine Dreieck ist *abc*, das andere *def*, von *f* aus sind in der zugehörigen Figur noch zwei Geraden *fg* und *fh* gezogen, die eine links, die andere rechts von der Seite *fd*. Vor. $bc = ef$, $\hat{b} = \hat{e}$, $\hat{c} = \hat{f}$. Beweis: „Lege ich $\Delta\, bac$ so auf $\Delta\, edf$, dass Punkt *b* in *e*, Seite *bc* in die Richtung von *ef* fällt, so fällt, da nach Vor. $bc = ef$ ist, Punkt *c* in *f*. Da Winkel $b = e$, fällt auch Seite *ba* auf *ed*, und da Winkel $c = f$, fällt Seite *ca* der Richtung nach in *fd*. Es fragt sich nun, wohin Punkt *a* fällt. Angenommen, Punkt *a* fiele vor *d* in Punkt *h* (!), so wäre Winkel *c* grösser als Winkel *f*. Angenommen, Punkt *a* fiele in Punkt *g*, so wäre Winkel *c* kleiner als *f*. Er ist aber nicht grösser und kleiner, darum muss auch Punkt *a* in *d* fallen. Die Dreiecke decken sich also.“

Nun noch einige Proben aus der Lehre von dem Parallelogramm: „Sind in einem Parallelogramm die Seiten paarweise gleichseitig und die Winkel rechte, so ist es ein Rechteck.“ — „Ein Parallelogramm mit vier gleichen Seiten und zwei paar gleichen Winkeln, die nicht rechte sind, ist eine Raute.“ — „Sind in einem Parallelogramm die Seiten paarweise gleichseitig und die Winkel schiefwinklig, so ist dasselbe eine längliche Raute.“

Recht nett ist auch der Beweis des Satzes: die Diagonalen eines Parallelogrammes sind einander gleich. *abcd* ist das Parallelogramm, *ac* und *bd* die Diagonalen. Beweis: „Seite *da* des Parallelogramms ist gleich der Seite *cb*, als Gegensatz im Parallelogramm. Die Diagonale *bd* ist sich selbst gleich. Winkel $dab = dcb$ als Gegenwinkel im Parallelogramm. Folglich sind die Dreiecke *dab* und *bcd* congruent und daher (!) $db = ca$.“ —

Das ist Raumlehre in der Volksschule. Ein solches Opus erlebt fünf (!) Auflagen, von denen jedesmal nach einigen Monaten die 1., 2. und 3. Auflage vergriffen waren! Hieraus findet Rabbi Ben Akiba's berühmtes Wort sicherlich keine Anwendung.

C. Dr. A.

b) Der mathematische Seminarunterricht in den Rheinlanden.

Ein Lehrer von dort schreibt uns: „Ihre Zeitschrift lese ich seit einem Jahre mit grossem Interesse; durch reinen Zufall lernte ich dieselbe kennen und bedauere ich herzlich, dass mich früher Niemand auf dieses so höchst wichtige Unternehmen aufmerksam gemacht hat*). Besonders hat es mich gefreut, dass dieselbe die bedauerlichen Schwächen des mathematischen Seminar-Unterrichts kennt und geisselt. Seit zehn Jahren habe ich die Erfahrung gemacht, dass dieser Unterricht an mehreren Anstalten unter aller Kritik ist! Daher erklärt es sich auch, dass mancher Elementarschüler der Oberclasse gewisse Dinge besser versteht, als das Gros der Seminaristen. Beispielsweise konnten z. Z. von 33 Seminaristen einer Oberclasse höchstens drei die Brückenwage erklären. Der Rechenunterricht war der reinste Mechanismus, kein Gesetz wurde aufgestellt und bewiesen. Mit Schaudern denkt mancher an die Mathematik im Seminare zurück, der später sich ganz dem Studium dieser Wissenschaft gewidmet hat. Diese Uebelstände wer-

*) Also die Schulbehörden machen nicht, wie das bayerische Unterrichts-Ministerium (s. IV, 177), die Lehrer auf solche Zeitschriften aufmerksam? D. Red.

den aber niemals beseitigt werden, wenn die Behörde nicht aufhört, „Nichtfachmänner" für die Mathematik anzustellen. Am Seminar zu B. gab vor einigen Jahren Jemand mathematischen Unterricht, der in Religion sein Mittelschulexamen gemacht und von Mathematik keine Ahnung hatte. Derselbe wurde bald als Director an ein Lehrerinnen-Seminar abberufen. Sein Nachfolger war ein Elementarlehrer der alten Schule, der bis dahin sich nur mit der französischen und englischen Sprache befasst hatte! Was soll in solchen Anstalten für die Mathematik herauskommen? Daher hat Ihre Notiz im Briefkasten: „Geometrische Ungeheuerlichkeiten" im Seminarunterricht für mich grosses Interesse!"

(Fortsetzung folgt.)

Die Naturforscherversammlung in Danzig.

(18.—24. September.)

Es liegt uns eine „Einladung zur 53. Naturforscherversammlung in Danzig vor, unterzeichnet von Dr. Abegg und Dr. Bail. Die „Section für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" ist darin die zwölfte. Sectionsführer: Oberlehrer Momber. Nach der Haltung, welche im vorigen Jahre diese Versammlung in Baden-Baden zu dem Stande der Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften genommen hat (vgl. X, 478), müssen wir schon zur Wahrung der Standesehre auf weiteres Eingehen in das Programm der Versammlung verzichten, erwarten auch wenig von den Resultaten der pädagogischen Sectionsverhandlungen, da sie — besonders nachdem die Naturforscherversammlung in stolzem „Selbst- oder vielmehr „Geldbewusstsein" auf Eisenbahnfahrermässigung verzichtet hat, — nur local gefärbt sein können. Es ist und bleibt bedauerlich und dürfte künftig als ein wunder Fleck in der Culturgeschichte unseres Jahrhunderts prangen, dass eine Versammlung, von welcher das Licht einer weltbewegenden Wissenschaft ausgeht, gegen einen Stand, der berufen ist, dieses Licht zu verbreiten, sich so schroff und ablehnend verhält.

Journalschau.

Zeitschrift für Mathematik und Physik, XXV. Jahrgang (1880).

Heft 3. Krey (Göttingen) setzt, mit schärferer Hervorhebung der einzelnen Entwickelungsstadien, Hermite's Methode zur Auflösung der Gleichungen fünften Grades auseinander. — Niemöller (Eisenach) berechnet analytisch die Deformation eines absichtlich geknickten elastischen Stromleiters durch den Erdmagnetismus. — Mertens (Krakau) überträgt den Feuerbach'schen Satz und die Malfatti'sche Berührungsaufgabe auf eine willkürliche Fläche zweiter Ordnung und leitet u. a. aus seinen Rechnungen Steiner's berühmte Construction her. — Lehmann (Leipzig) bestimmt die Einwirkung ruhender und rotirender Kugelflächen auf einander unter Zugrundelegung des elektrodynamischen Gesetzes von Weber.

Kleinere Mittheilungen. E. Schröder (Karlsruhe) zeigt, wie im Anschluss an v. Mangoldt's Lösung der trinomischen Gleichung eine Fülle von Eigenschaften der Binomialcoefficienten gefunden werden kann. — Boeklen (Reutlingen) gibt mehrere neue Theoreme für die Fresnel'sche Wellenfläche. — Geisenheimer (Tarnowitz) erweitert einige von ihm in Jahrg. XXIV, Heft 6 dieses Journales aufgestellte Sätze über affine auf collinear-verwandte Curven. — Graefe (Bern) deutet einen Cyklus von Lehrsätzen über das Pascal'sche Sechseck an, als vorläufige Mittheilung über eine spätere, selbständige Publication.

Recensionen. Frege, Begriffsschrift (E. Schröder; sehr umfangreich und recht wohl als eine selbständige Untersuchung über den Logikcalcül anzusehen, mit reichen Literaturangaben); Königsberger, zur Geschichte der elliptischen Transscendenten (Enneper; ebenfalls mit eigenen Zusätzen des Recensenten); Menzzer's Uebersetzung von Coppernicus' „Revolutiones“ (Cantor); Heilermann-Diekmann, Lehr- und Uebungsbuch für den Unterricht in der Algebra (Cantor); Reidt, Arithmetik und Algebra (Cantor); Mousson (Physik auf Grundlage der Erfahrung (Zech); Wüllner, Compendium der Physik für Studirende (Zech).

Heft 4. Abhandlungen. Helm (Dresden) verwendet den Hamilton'schen Hodographen in umfassender Weise zur Lösung dynamischer Aufgaben*). — Schwering (Coesfeld) verallgemeinert die von Kiepert begonnene Untersuchung über solche Curven, deren Rectification auf elliptische oder hyperelliptische Integrale der ersten Art führt. — Lehmann beschliesst die im vorigen Hefte begonnene Arbeit aus der Potentialtheorie.

Kleinere Mittheilungen. Vietor (Wiesbaden) verbessert, gestützt auf die Polkreispaare einer Cykloide, die übliche Classificationsweise der Trochoiden. — Pfannstiel (Weidebrunn) gründet auf eine Andeutung von Gauss ein neues Verfahren, die Intensität des horizontalen Theiles des Erdmagnetismus durch Schwingungsbeobachtungen zu finden. — Kroeber (Strassburg) bestimmt den Ort der Aehnlichkeitspunkte jener einfach unendlichen Schaar von Kugeln, welche drei gegebene Kugeln berühren.

Hist.-liter. Abtheilung. Krummbiegel und Amthor (beide Dresden) geben eine neue Bearbeitung vom „Ochsenproblem“ des Archimedes. Ersterer liefert den — einstweilen allein erschienenen — philologischen Theil des Aufsatzes; er bespricht darin die früheren Untersuchungen über das unter obigem Titel bekannte griechische Gedicht, zeigt, dass Archimedes' Urheberschaft zwar keineswegs feststehe, aber auch nicht unbedingt zu verwerfen sei, und beschenkt uns mit einer neuen, von kritischen Noten begleiteten, Uebersetzung des Textes.

Recensionen. Neison-Klein, Der Mond und die Beschaffenheit seiner Oberfläche (Valentiner); Grashof, Theoretische Maschinenlehre (Recknagel); Sohncke, Entwickelung einer Theorie der Krystallstructur (Koetteritsch); Wallentin, Lehrbuch der Physik (Zech); Krebs, Wetterkarten und Wetterprognose (Zech); Oekonomides, Elektricität und Magnetismus (Zech); v. Beetz, Lehrbuch der Physik (Zech).

Nouvelles Annales de Mathématiques.

Deuxième série, tome dix-huitième (1879.)

(Fortsetzung zu dies. Jahrg. Hft. 1, S. 74.)

December-Heft. (Dieses Heft fehlt und soll später angezeigt werden.)

Jahrgang 1880.

(Tome dix-neuvième.)

Januar-Heft. Dieses Heft enthält: eine mathematische Arbeit (composition**) mathématique) enthaltend „geometrische Bemerkungen aus dem Gebiete der Kegelschnitte“ für das Receptionsexamen an der polytechnischen Schule 1879 von einem vormaligen Schüler der Mathematikerabtheilung (Mathematikstudenten — de Mathématiques spéciales). Sie

---

*) Vgl. hiezu das für diese Form der Behandlung mustergültige Werkchen von Maxwell (deutsch durch v. Fleischl), besprochen in dieser Zeitschrift, X, 381.

**) Der Ausdruck „Composition“ ist auch in Oesterreich, speciell in Wien, gebräuchlich für eine schon mehr freie Examensarbeit.

gibt eine elementare Discussion des Kreises, welchen man durch drei Punkte eines Kegelschnitts, von denen zwei sich diametral gegenüberstehen, hindurchlegen kann. — Laurent schreibt mit steter Verwendung der Determinanten über die Zurückführung homogener Polynome des 2. Grades auf Quadratsummen. Fouret, Repetitor an der polytechnischen Schule, schreibt über die Construction der Tangente an die Curvengattung $\varrho = \frac{f(w)}{w + \varphi(w)}$, wo $f(w)$ und $\varphi(w)$ rationale Functionen der trigonometrischen Linien des Winkels w, seiner Vielfachen oder seiner aliquoten Theile sind, und zeigt, wie sich dieselben in der Theorie der transcendenten Curven (hyperbol. Spirale) verwerthen lassen. — Rouché macht Bemerkungen über Rechnungen bei der Luftpumpe, betreffend die bekannte Formel für den Verdünnungsgrad einer Luftpumpe unter Berücksichtigung des schädlichen Raumes. Ein Mathematikstudent des Lyceum Font. d'Ocagne macht eine Bemerkung über eine Aufgabe der Combinatorik, betreffend die Durchschnitte der Diagonale eines concaven Polygons (recurrente Lösung).

Februar-Heft. Laguerre spricht über die Bestimmung der obern Grenze der Wurzeln einer Gleichung und über die Trennung der Wurzeln nach einer von der Newton'schen verschiedenen Methode. — Weill behandelt einen Satz über die Flächen solcher Polygone, welche zweien Kreisen um- und eingeschrieben sind. Dann bespricht er den Kreis, welcher durch die Fusspunkte dreier Normalen geht, die von einem Punkte der Ellipse auf die Curve gefällt sind (analytisch behandelt). — Fouret löst einige Aufgaben dieser Zeitschrift (799, 800, 932, 1316) Cycloiden und Epicycloiden betreffend. — Longchamps über den Krümmungsmittelpunkt und Krümmungshalbmesser eines Kegelschnittpunktes, dann über einen Satz der Algebra: wenn $A_0, A_1, \ldots A_{p-1}$ die p ersten positiven Coefficienten einer Gleichung, N_0, N_1 die beiden ersten negativen sind, so ist $z = 1 + \frac{N + N_1}{2A_0 + 2A_1 + \ldots 2A_{p-2} + A_{p-1}}$ eine obere Grenze der positiven Wurzeln der Gleichung. Koenigs macht aufmerksam auf eine anscheinend neue Eigenschaft confocaler Quadricurven und Quadriflächen. — Biehler, über eine Anwendung der Sturm'schen Auflösungsmethode. — Gambey löst eine Aufgabe der Mathematiker-Abtheilung in der mathematischen Gesellschaft von 1878, Courbe eine andere zur Habilitation*) (? question de licence). — Lucas spricht über einen Satz Euler's, betreffend die Zerlegung einer Zahl in vier positive Cuben und sucht den Weg aufzuzeigen, auf dem Euler zu dieser wichtigen Wahrheit gelangt sei. Macé de Lépinay löst eine Aufgabe über einen geometrischen Ort. — Haton de la Goupillière gibt einen geschichtlichen Ueberblick über das Studium der Astroide: $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = l^{\frac{2}{3}}$; er nennt als Autoren, die sich mit dieser Curve beschäftigten, D'Alembret, Brougham, Chasles, Van den Broek, Barbarin, Lambiote, Gambey, Todhunter, Amstein, während ihm eine bezügliche Arbeit im 55. Bande von Grunert's Archiv entgangen ist. Correspondenz.

März-Heft. Fortsetzung (suite) des Laguerre'schen Aufsatzes aus dem Februarheft, worin Verf. seine Theorie durch Behandlung eines aus Petersen, Theorie der algebraischen Gleichungen**) entnommenen Beispieles erläutert. — Amigues macht eine Bemerkung über die Taylor'sche Reihe. — Biehler, über die Transformation der Determinante von Sylvester in die von Cauchy Nachweis, dass die bekannten Eliminations-Resultanten dieser Mathematiker bis auf einen Factor identisch sind. — Ein Student der Mathematik vom Lyceum Font. d'Ocagne spricht über die Zusammensetzung der Kräfte (Resultante) in der Ebene, ein Verfahren, das im

*) So glaubten wir question de licence übersetzen zu müssen.
**) In unserer Zeitschrift recensirt von Studnizka X, 357.

Grundgedanken auch bei deutschen Autoren zu finden ist. — Ein alter Schüler des Lyceums in Rheims gibt einen geometrischen Beweis einer Eigenschaft der foyers extérieurs au plan d'une conique (?). Lemoine gibt Sätze für solche Tetraeder, welche je zwei entgegengesetzte Kanten gleich haben; mancher derselben wird wol in den nie genug gewürdigten Zusätzen C. F. A. Jacobi's zu seiner Ausgabe von Van Swinden's Geometrie anzutreffen sein. Haag liefert eine eingehende Besprechung des oben genannten Compendiums von Mannheim, welches als „infiniment intéressant" bezeichnet wird. Neue Aufgaben legt Laguerre vor.

April-Heft. E. Lucas beweist einfach, ohne Differentialrechnung, den in Band 18, S. 1 und in Band 19, S. 49 erörterten Satz von Laguerre über die Trennung der Wurzeln einer algebraischen Gleichung. — Lévy setzt denselben Satz mit der Newton'schen Methode in Verbindung. — Biehler beweist, dass die Gleichung

$$(1+ix)^m = (A+Bi)(1-ix)^m$$

ausschliesslich reelle, ungleiche Wurzeln besitzt. — Laurent sucht der von deutschen Mathematikern vielfach behandelten Aufgabe von der Integration eines Systemes totaler Differentialgleichungen eine neue Seite abzugewinnen. — Laguerre setzt sein Verfahren zur näherungsweisen Auflösung von Gleichungen auseinander. — Lebon löst eine Aufgabe über die Schraubenlinie. — Prüfungsvorlagen aus dem Jahre 1879. — Briefe von Darboux und Veutéjol an die Redaction. — Neue Publicationen.

Mai-Heft. Laguerre fährt in Darlegung seiner erwähnten Methode fort. — Biehler erweitert seine bekannten schönen Untersuchungen über Elimination. — E. Lucas zeigt allgemein, in welchen Fällen die diophantische Gleichung $x^3 + y^3 = az^3$ unlösbar ist. — Barbarin entwickelt elementar die bekannte Theorie des Polarplanimeters (Amsler-Laffon). — Genty löst constructiv einige Kegelschnittsprobleme. — Im Anschluss an Biehler's Arbeit (s. o.) stellt Laguerre allgemeinere Kennzeichen für jene Gleichungen auf, welchen lediglich reelle Wurzeln zukommen. — Schreiben von Bourguet, zur analytischen Geometrie der Curven zweiter Ordnung. — Neue Publicationen. — Avis: Verbot des „pistolet" (Curvenlineal?) bei den öffentlichen Concursprüfungen.

Juni-Heft. Laguerre gibt Sätze für die graphische Repräsentation der Wurzeln einer Gleichung. — Weill bestimmt das einem Kegelschnitt ein-, einem anderen umbeschriebene Dreieck (vgl. hiezu Grunert's Archiv, 60. Band, S. 1 ff.). — Vénard kommt nochmals auf die Analogie der Methoden von Laguerre und Newton zurück. — D'Ocagne wendet kinematische Constructionsweisen auf die Kegelschnitte an. — E. Lucas löst das 21. Problem im 4. Buche der „Arithmetica" des Diophant. — Derselbe lehrt Normalen an eine Ellipse ziehen. — Talayrach giebt geometrische Beweise zu einem Poncelet'schen Lehrsatze, welcher die (s. o.) von Weill behandelte Frage verallgemeinert. — Neue Publicationen.

Pädagogisches Archiv. Jahrg. XXII.

(Forts. von Heft 3, S. 244.)

Nr. 4. „Ueber die Gliederung des deutschen Mittelgebirgslandes und die Bedeutung derselben für deutsche Cultur und Geschichte." Ein Vortrag vom Gymnasialdirector Hess in Rendsburg, über den schon in dieser Zeitschrift IX, 404 berichtet ist. — Der Herausgeber Krumme behandelt sodann „die Verbindung des Unterrichts in der darstellenden Geometrie und in der Perspective mit dem Unterrichte in der Stereometrie", ein für Lehrer der Mathe-

matik sehr lesenswerther Aufsatz, auf den wir s. Z. einmal zurückkommen werden.

Nr. 5. Wilbrandt-Hildesheim bringt zu seinem ersten Aufsatz über „Ziel und Methode des chemischen Unterrichts" (XX, 517) einen zweiten. Reidt-Hamm führt ein angeblich neues Lehrmittel, einen „Inductionsglobus" vor (von Schotte, Berlin), auf dem man wie auf einer Wandtafel mit Kreide schreibt und mit Schwamm abwischen kann, also dasselbe, was Herr Adler, Spielwaarenhändler in Hamburg, erfunden haben will.

Strack's Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens. Jahrg. VIII.

(Forts. v. Heft 3, S. 250.)

Heft 4. Ein Schulmann der Reichslande spricht „über technische Werkstätten an höhern Schulen mit besonderer Berücksichtigung derjenigen an der Gewerbeschule zu Mülhausen im Elsass". — Engelhardt-Dresden bespricht in „Ein Professor der Botanik und Medizin-Studirende" die Schrift von H. Karsten „Die Fäulniss und Ansteckung", in deren Anhange der Verf. seine traurigen Erlebnisse an der Wiener Universität 1869—1871 mittheilt — ein Schandfleck in der Geschichte der Wiener Universität. — Strack bespricht die Schriften Mettenheimer's („Zulassung der Realschul-Abiturienten zum medizinischen Studium") und Wossidlo's, „die Gutachten der deutschen Aerzte-Vereine über diese Zulassung", mit gewohnter Gründlichkeit und Energie. — Unter den Recensionen sei bemerkt: Zeitschrift für wissenschaftliche Geographie, Egli etymologisch-geographisches Lexicon, Stohn Lehrbuch der vergleichenden Erdkunde, Supan Lehrbuch der Geographie, sämmtlich von Wolkenhauer recensirt. — Aus der Physik Melde physikalische Tafeln und Becker's Mathematik. — Journalschau.

Oesterreichische Zeitschrift für das Realschulwesen. Jahrg. V.

(Forts. v. Heft 4, S. 329.)

Heft 3. „Nominalismus und Verbalismus", von Dr. Friedland, ein Aufsatz, der selbst recht viel vom Geiste seiner Ueberschrift enthält und für uns unverständlich. — „Ueber einfach und mehrfach zusammenhangende Polyederflächen" von Rollner-Znaim, mit Rücksicht auf Staudt's Geometrie der Lage und Hessel's Aufsatz in Crelle's Journal Bd. 8. — Wittek-Horn versucht mit Beziehung auf einige deutsche und österreichische mathematische Lehrbücher in dem Artikel „über den Begriff der geraden Pyramide" die Mängel der gebräuchlichen Definition darzulegen und stellt seine eigene auf, wozu die Redaction (Kuhn) in einer Schlussbemerkung einen Verbesserungsvorschlag macht. — Karpf empfiehlt die Benutzung der Lichtdruck-Stereoscopbilder beim geographischen Unterricht mit besonderer Rücksicht auf die billige Fabrikation derselben durch die k. k. Hof- und Staatsdruckerei in Wien. (Stereoscopbilder haben wir in ds. Z. schon vor Jahren empfohlen!) — Das „Archiv zur österreichischen Schulgesetzgebung" enthält das Normalverzeichniss der Lehrmittel für Freihandzeichnen für sämmtliche Schulen. — Recensionen von geographischen und naturgeschichtlichen Schulbüchern.

Heft 4. Steinhauser-Wien erklärt „eine neue Art der Herstellung von Reliefkarten" durch Major Fischer, so dass man die Karte als Flach- und Relief-Karte zugleich benutzen kann. Villicus-

Wien wägt in einem II. Aufsatze die verschiedenen Auflösungsarten mittelst „Proportion, Schlussrechnung und Gleichungssatz“ ihrem Werthe nach gegeneinander ab. — Schulstatistik der öffentlichen und der privaten berechtigten Realanstalten 1878/79. — Der Secretär des „Vereins für wissenschaftliche Pädagogik“ in Leipzig veröffentlicht Rechte und Pflichten der Mitglieder. Die Verdienste Adolf Leinweber's um die Schulsparcassen werden in einem kleinen Aufsatze gewürdigt. Recensionen geographischer und naturgeschichtlicher Lehrbücher.

Kosmos, Zeitschrift für einheitliche Weltanschauung auf Grund der Entwickelungstheorie etc. Jahrg. III (1879).

(Forts. v. Heft 4, S. 329.)

Heft 9. (December.) Caspari beendet seinen Aufsatz „Darwinismus und Philosophie“, worin 4. Prof. Teichmüller's falsche Anschauung über das Wesen von Zeit und Ewigkeit. 5. Die fünf geschichtlichen Lösungsversuche der Frage über die Entstehung der Formen und Arten. 6. T.'s eigene Lehre über die Transmutation. 7. Der relative Zufall als thatsächlicher Factor jeder empirischen Individuations- und Werdelehre. — Der gegenwärtige Stand der Eozon-Frage nach Möbius, Carpenter u. a. (Mit Illustrationen.) — Würtenberger theilt die darwinistischen Schlussergebnisse seiner Ammonitenstudien mit. — Herzen: über die Natur der psychischen Thätigkeit.

Kleinere Mittheilungen und Journalschau: Neuere Versuche über die Zusammensetzung der Elemente. Ueber das Anpassungs- und Nachahmungsvermögen der Strudelwürmer. In Blumen gefangene Falter. Fleischfressende Honigbienen. Archaeopteryx macroura, ein Mittelglied zwischen Vögeln und Reptilien. Ueber die Prädisposition und Immunität gewisser Thiere gegen Milzbrandansteckung.

Literatur und Kritik. Für das salzfreie Urmeer von Kuntze. — Zur Volkskunde von Liebrecht. „Ueber den Einfluss des Darwinismus auf unser staatliches Leben“ und „Kraft und Stoff“, beide von Pfaff. Rau, die Entwickelung der modernen Chemie. v. Voit, über die Entwickelung der Erkenntniss (Rectoratsrede).

Jahrg. IV (1880).

Heft 2. Ueber die Entstehung der Arten durch Absonderung, von M. Wagner (II. Die Mimicry). — Dammer, das System der chemischen Elemente (Aufstellung der Ansicht, dass die einfachen Elemente sich noch zerlegen lassen). — Delboeuf, der Schlaf und die Träume II. (4 Fragen mit Antworten).

Kleinere Mittheilungen und Journalschau. Künstliche Diamanten. Die Wirkung des ununterbrochenen (?) Sonnenlichts auf die Pflanzen der Polarländer. Ueber die „Phäodarien“, eine neue Gruppe kieselschaliger mariner Rhizopoden. Die Putzfüsse der Kruster. Ein Analogon des Beutelknochens bei höhern Säugern. Die Experimente des dänischen „Magnetiseurs“ Hansen vom entwickelungsgeschichtlichen Standpunkte. Die egyptischen Mumien und Wandgemälde. Eine fruchtbare Mauleselin. Archaeopteryx lithographica.

Literatur und Kritik. Lockyer, die Beobachtung der Sterne sonst und jetzt. Haustein, das Protoplasma als Träger der pflanzlichen und thierischen Lebensverrichtungen etc. Engler, Entwickelungsgeschichte der extratropischen Florengebiete der nördlichen Hemisphäre. Christ, Pflanzenleben der Schweiz. Zoologischer Garten, Zeitschrift 1879. Mehlis, Bilder aus Deutschlands Vorzeit. Frerichs, über Naturerkenntniss. Scheider, über Jäger's Seelenentdeckung.

Nachträge.

Zum Hektograph.

(Hft. 3. S. 246.)

Eine einfachere Anweisung zur Selbstanfertigung findet sich im 1880er Mai-Hefte der „Fundgrube“ (Herausgeber und Selbstverleger Dr. A. Rauch in Bamberg). Ein Apparat in Octavform stellt sich hiernach auf 1,50 ℳ. Einsender des betr. Artikels ist A. Liebing in Guben, der selbst Apparate anfertigt, zu folgenden Preisen:

I. 36 cm lang, 24 cm breit incl. 1 Fl. Tinte 5 ℳ
II. 39 „ „ 29 „ „ „ „ „ 9 ℳ
III. 44 „ „ 33 „ „ „ „ „ 12 ℳ

Zu den Gutachten.

(Hft. 3, S. 188 u. f.)

Herr K. ersucht uns, zu seinem S. 188 abgegebenen Gutachten nachträglich zu bemerken, dass diese Bemerkung niedergeschrieben wurde ohne Kenntniss der projectirten Veröffentlichung und dass er namentlich nur in dieser Meinung Herrn Weierstrass erwähnt habe, dass er aber seine Ansicht vollständig aufrecht erhalte, um so mehr, als ihm Herr L. M. eine Schreibweise unterschiebe, an die er gar nicht gedacht und die er ebenfalls gänzlich verabscheue.

Bei der Redaction eingelaufen.

(31. VIII. 80.)

Neue Werke.

1) Gallenkamp, Synthetische Geometrie. 1. Abth. Die Kegelschnitte in elementar-synthet. Behandlung. Iserlohn, Bädeker. 80.
2) Bartl, Uebungsaufgaben aus der ebenen und sphär. Trigonometrie und der analyt. Geometrie der Ebene. Prag, Calv. 80.
3) Backhaus, Rechenbuch für deutsche Volksschulen. 3. Heft. Bielefeld-Leipzig, Velhagen & Klasing. 80.
4) Scheffler, Die polydimensionalen Grössen und die vollkommenen Primzahlen Braunschweig, Vieweg. 80.
(Enthält in § 20 einen lesenswerthen Artikel „Irrige Ansichten über den vierdimensionalen Raum“.)
5) Waeber, Leitfaden für den Unterricht in der Physik. Leipzig, Hirt. 79.
6) Arendt, Technik der Experimentalchemie. I, 1—2. Lief. Leipzig, Voss. 80.
7) Leuckart, Allgemeine Naturgeschichte der Parasiten mit bes. Ber. der b. d. Menschen schmarotzenden Arten. Leipzig-Heidelberg, Winter. 79.
8) Darwinistische Schriften. Leipzig, Günther. 80.
No. 7. Der Farbensinn, sein Ursprung und seine Entwicklung, ein Beitrag zur vergl. Psychologie. Von G. Allen. Deutsch von Krause.
„ 8. Die Planetenbewohner und die Nebularhypothese. Von C. du Prel.
„ 9. Nester und Eier der Vögel etc. Von W. v. Reichenau.
„ 10. Die Sprache des Kindes. Von J. Schultze.

Neue Auflagen.

9) Leuckart, Die Parasiten des Menschen und die von ihnen herrührenden Krankheiten. I. 1. Lief. 2. Aufl. Leipzig, Winter. 79.

10) Leunis-Senft. Schul-Naturgeschichte. III. Th. Oryktognosie und Geognosie. 6. Aufl. Hannover, Hahn. 80.
11) List, Leitfaden für den Unterricht in der Chemie. I. Th. Unorganische Ch. 5. Aufl. Heidelberg, Winter. 80.
12) Schoedler, Das Buch der Natur. II. Th. (Min., Geol., Bot., Zool., Physiol.) 21. Aufl. Braunschweig, Vieweg. 80.

Programme österr. Lehranstalten (1879—80).

Wien, Progr. d. Gumpendorfer C.-R.: Walser, eine Studie über Höhe und Temperatur unserer Atmosphäre.
Wien, Progr. d. Unt.-R. Leopoldst. (franz.-philolog. Abh.)
Insbruck, O.-R.: Weiler, Die Schmetterlinge des Tauferer Thales.
Laibach, O.-Gymnas.: Vodušek, Beiträge zur praktischen Astronomie.
Wiener-Neustadt, Landes-O.-R.: Rosner, Ueber Wärmeleitung und Methoden der Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens.

Zeitschriften.

Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXV, 4.
Kosmos, IV, 4. (Juli).
Central-Organ. VIII, 5. 6. 7.
Zeitschr. f. d. Realschulwesen. V, 6. 7.
Päd. Archiv. XXII, 5.
Blätter f. d. bayerische G. und R. XVI, 5. 6.
Revue de l'instruction publique en Belgique. T. XXIII, 3.
Zeitschrift f. Schulgeographie. I, 5.

Briefkasten.

Herrn v. J. i. M. (Steiermark). Lösung zur Aufgabe 106—107 erhalten. Wenn die Hefte der Zeitschrift Ihnen „erst nach Monaten ihres Erscheinens" zugehen, so geben Sie doch Ihrer Sortimentsbuchhandlung einen gelinden Rippenstoss!

Herrn F. L. in Wien. „Ein neuer Satz am rechtwinkligen Dreieck." Die Form Ihres kleinen Aufsatzes ist zu schülerhaft, als dass wir ihn in unsere Zeitschrift aufnehmen könnten. Wir dürfen uns diese Blösse nicht geben. Sie schreiben z. B. „in einen rechtwinkligem Dreiecke" und „auf trigonometrischen Wege". Den Scheitel des rechten Winkels im rechtw. Dreieck umschreiben Sie mit „Begegnungspunkt der beiden Katheten" (!). Wenn man vom Scheitel des rechten Winkels „ein" Perpendikel auf die Hypotenuse fällt, statt „das" Perpendikel. „Quotient aus den Katheten" und „Quotient aus den Abschnitten der Hypotenuse" sind unbestimmte Ausdrücke! Meinen Sie da $\frac{a}{b}$ oder $\frac{b}{a}$? Auch ist Ihre Darstellung unübersichtlich und ungeordnet. Wo haben Sie denn Ihre sprachlich-logische Bildung empfangen? Das Studium des stehenden Capitels unserer Zeitschrift „Sprachlich-mathematische Incorrectheiten" dürfte Ihnen sehr zu empfehlen sein. — Ferner sind die (3) Figuren schlecht und nicht auf ein besonderes Blatt gezeichnet, was Bedingung für die Aufnahme ist. Solche in der Form saloppe Beiträge müssen in den Papierkorb wandern. — Dass übrigens ihr Satz $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{d}{e}$, wo a und b Katheten, d und e Hypotenusenabschnitte sind, neu sei, bezweifeln wir.

An alle Mitarbeiter und Leser: Die Redaction bittet um Druckfehlerverzeichnisse.

Die merkwürdigen Linien im sphärischen Dreieck.

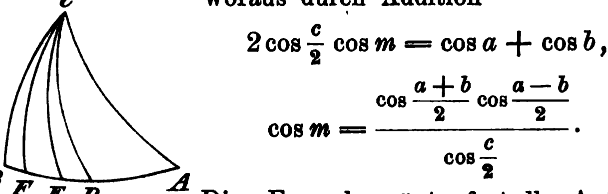
Von Prof. Dr. S. Günther in Ansbach.

So zahlreich in den besseren Lehrbüchern und Aufgabensammlungen auch Uebungen aus dem Bereiche der sphärischen Trigonometrie anzutreffen sind, so scheint doch jener Cyklus von Aufgaben, von welchem im Folgenden gehandelt werden soll, nur geringe Beachtung gefunden zu haben. Als merkwürdige Linien des ebenen Dreiecks gelten bekanntlich die Mittellinien oder seitenhalbirenden Transversalen, die Winkelhalbirenden und die Höhen, deren Durchschnitt bezüglich den Schwerpunkt, das Centrum des einbeschriebenen Kreises und den sogenannten Höhenpunkt liefert. Diese Linien als Functionen der drei Dreiecksseiten darzustellen, gehört zu den beliebtesten Aufgaben der algebraischen Geometrie, wogegen deren Analogon für die Kugel ganz ohne Grund unverhältnissmässig zurücktritt. Und doch wird sich sofort zeigen, dass die Berechnung der fraglichen Linien auch beim Kugeldreieck durch elegante und logarithmischer Verwerthung fähige Formeln geleistet werden kann, welche beim Unterrichte mindestens mit gleichem Rechte berücksichtigt werden sollten, wie so manche andere. Im Dreieck ABC (Fig. a. f. S.) sind also die drei Seiten $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ gegeben, während deren Gegenwinkel resp. durch γ, α, β bezeichnet sind; die Punkte D, E, F liegen auf AB so, dass $AD = DB$, und wenn noch EC und FC gezogen wird, $\sphericalangle ACE = \sphericalangle ECB$ und $\sphericalangle AFC = \sphericalangle CFB = 90^0$ ist. Unter diesen Voraussetzungen sollen die Bögen $DC = m$, $EC = \omega$, $FC = h$ resp. durch die drei Seiten a, b, c ausgedrückt werden.

I. Aus den beiden Dreiecken ADC und BDC ergibt sich nach dem Cosinussatz, $\sphericalangle ADC = \varphi$ gesetzt,

$$\cos b = \cos\frac{c}{2}\cos m + \sin\frac{c}{2}\sin m\cos\varphi;$$

$$\cos a = \cos\frac{c}{2}\cos m - \sin\frac{c}{2}\sin m\cos\varphi,$$



woraus durch Addition

$$2\cos\frac{c}{2}\cos m = \cos a + \cos b,$$

$$\cos m = \frac{\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}.$$

Diese Formel genügt sofort allen Anforderungen.

Will man daraus die entsprechende planimetrische Relation herleiten, so gebe man ihr zunächst folgende Gestalt:

$$\sqrt{1-\sin^2 m}\sqrt{1-\sin^2\frac{c}{2}} = \sqrt{1-\sin^2\frac{a+b}{2}}\sqrt{1-\sin^2\frac{a-b}{2}}.$$

Alsdann entwickele man nach dem binomischen Lehrsatze und denke sich den Radius der Kugel in's Unendliche wachsend; nunmehr darf statt des Sinus der Bogen gesetzt und muss jedes Glied von höherer als der zweiten Dimension verworfen werden. So folgt aus

$$\left(1-\frac{1}{2}m^2\right)\left(1-\frac{1}{2}\cdot\frac{c^2}{4}\right) = \left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\right)\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{2}\right)^2\right)$$

sofort

$$1-\frac{1}{2}m^2-\frac{1}{2}\cdot\frac{c^2}{4} = 1-\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2+2ab+b^2}{4}-\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2-2ab+b^2}{4},$$

$$m^2+\frac{c^2}{4} = \frac{2a^2+2b^2}{4}$$

$$m = \frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2},$$

wie anderweit bekannt*).

II. In den beiden Dreiecken AEC und BEC ist nach dem Sinussatze, wenn noch $\sphericalangle AEC = \varphi$, $AE = x$, $EB = y$ gesetzt wird, bezüglich

$$\frac{\sin\frac{c}{2}}{\sin\psi} = \frac{\sin x}{\sin b}, \quad \frac{\sin\frac{c}{2}}{\sin\psi} = \frac{\sin y}{\sin a},$$

somit durch Comparation

*) Derartige Umsetzungen können nach Ansicht des Verfassers nicht oft genug vorgenommen werden, damit die ebene Trigonometrie als Specialfall der räumlichen sich möglichst charakteristisch auspräge.

$$\frac{\sin y}{\sin x} = \frac{\sin a}{\sin b},\text{*)}$$

oder, da

$$x + y = c,$$

auch

$$\frac{\sin(c - x)}{\sin x} = \frac{\sin a}{\sin b}.$$

Will man eine explicite Formel haben, so berechne man hieraus zunächst

$$\operatorname{cotang} x = \frac{\sin a + \sin b \cos c}{\sin b \sin c}$$

und hieraus wiederum $\sin x$. Da ferner nach dem Sinussatze

$$\frac{\sin \omega}{\sin x} = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{\gamma}{2}}$$

und, wenn $2s = a + b + c$,

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \sqrt{\frac{\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin b \sin c}} \cdot \sqrt{\frac{\sin s \sin(s-a)}{\sin b \sin c}},$$

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-b)}{\sin a \sin b}}$$

ist,

$$\sin \omega = 2 \sqrt{\frac{\sin a \sin b \sin s \sin(s-c)}{\sin^2 a + \sin^2 b + 2 \sin a \sin b \cos c}}.$$

Dieser Ausdruck ist anscheinend neu und dürfte an Einfachheit kaum etwas zu wünschen übrig lassen.

Besonders naturgemäss vollzieht sich von hier der Rückschritt zur Planimetrie. Statt jedes Sinus wird der zugehörige Bogen, statt $\cos c$ die Einheit gesetzt. So bekommt man

$$\omega = 2 \frac{\sqrt{a . b . s . (s-c)}}{a+b},$$

oder, da $s = \frac{a+b+c}{2}$, $s - c = \frac{a+b-c}{2}$,

$$\omega = 2 \frac{\sqrt{a . b . [(a+b)^2 - c^2]}}{2(a+b)}.$$

Andererseits hat man zur Berechnung der Segmente für das ebene Dreieck die Gleichungen

*) Auch hier wird der Lehrer nicht vergessen, auf die völlige Analogie hinzuweisen, welche zwischen den bezüglichen Lehrsätzen der sphärischen und der ebenen Dreieckslehre obwaltet. Von dem letzteren Satze wird weiter unten Gebrauch gemacht.

$$x + y = c, \quad \frac{x}{y} = \frac{a}{b},$$

woraus sich

$$x = \frac{ac}{a+b}, \quad y = \frac{bc}{a+b}$$

berechnet. Endlich ist nach einem bekannten Theorem

$$\omega = \sqrt{ab - xy},$$

$$\omega = \sqrt{ab - \frac{abc^2}{(a+b)^2}}.$$

$$\omega = \frac{\sqrt{a \, . \, b \, . \, [(a+b)^2 - c^2]}}{a+b},$$

wie oben.

Für das logarithmische Rechnen eignet sich der oben für $\sin \omega$ gefundene Ausdruck allerdings nicht. Setzen wir jedoch

$$M^2 = \sin^2 a + \sin^2 b + 2 \sin a \sin b \cos c,$$

so ist offenbar M die dritte Seite eines geradlinigen Dreiecks, dessen beide andere Seiten $\sin a$ und $\sin b$ sind, während der Gegenwinkel von M die Grösse $(180^0 - c)$ hat. Der Mollweideschen Tangentenformel zufolge ist also, wenn die Gegenwinkel von $\sin a$ und $\sin b$ resp. φ und ψ genannt werden,

$$\frac{\operatorname{tang} \frac{\varphi - \psi}{2}}{\operatorname{tang} \frac{\varphi + \psi}{2}} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}.$$

Es ist $\frac{\varphi + \psi}{2} = \frac{c}{2}$; wendet man noch zur Rechten die prosthaphäretischen Formeln an, so folgt*)

$$\frac{\operatorname{tang} \frac{\varphi - \psi}{2}}{\operatorname{tang} \frac{c}{2}} = \frac{2 \sin \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}}{2 \cos \frac{a-b}{2} \sin \frac{a+b}{2}}.$$

Demzufolge hat man zur Berechnung von ω folgendes Formelnsystem:

---

*) Ob diese Art und Weise, die Neper'schen Analogien zu entwickeln, eine weiter bekannte ist, weiss der Verfasser nicht, hält es aber für wahrscheinlich, da sich dieselbe als eine naturnothwendige ganz von selber darzubieten scheint.

$$\frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{arc\,tang}\left(\operatorname{tang}\frac{c}{2} \cdot \frac{\operatorname{tang}\frac{a-b}{2}}{\operatorname{tang}\frac{a+b}{2}}\right),$$

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = \frac{c}{2};$$

$$M = \frac{\sin a \sin c}{\sin \varphi},$$

$$\omega = \frac{2}{M}\sqrt{\sin a \sin b \sin s \sin (s-c)}.$$

III. Wird $AF = z$, $FB = u$ gesetzt, so hat man zur Bestimmung von h die Gleichungen

$$z + u = c,$$

$$\cos z \cos h = \cos a,$$

$$\cos u \cos h = \cos b.$$

Ganz ähnlich wie oben resultirt für z die Bestimmungsgleichung

$$\frac{\cos (c-z)}{\cos z} = \frac{\cos b}{\cos a},$$

$$\sin c \operatorname{tang} z = \frac{\cos b}{\cos a} - \cos c,$$

$$\operatorname{tang} z = \frac{\cos b - \cos a \cos c}{\cos a \sin c}.$$

Daraus folgt $\cos z$ und

$$\cos h = \frac{\cos a}{\cos z} = \frac{\sqrt{\cos^2 a + \cos^2 b - 2 \cos a \cos b \cos c}}{\sin c}.$$

Besonders interessant gestaltet sich in diesem Falle die Specialisirung des Resultates für den Radius Unendlich. Man bilde zunächst

$$\sin h = \frac{\sqrt{\sin^2 c - \cos^2 a - \cos^2 b + 2 \cos a \cos b \cos c}}{\sin c}.$$

Indem wir $\sin^2 c = 1 - \cos^2 c$ und durchaus $\cos \chi = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 \chi$, also

$$\cos^2 \chi = 1 - \sin^2 \chi + \tfrac{1}{4}\sin^4 \chi$$

($\chi = a, b, c$) setzen und beachten, dass nunmehr alle Glieder von der sechsten oder einer noch höheren Dimension vernachlässigt werden müssen, finden wir

$$\sin h = \frac{\sqrt{-2 + \sin^2 a + \sin^2 b + \sin^2 c - \frac{1}{4}\sin^4 a - \frac{1}{4}\sin^4 b - \frac{1}{4}\sin^4 c + 2(1-\frac{1}{2}\sin^2 a)(1-\frac{1}{2}\sin^2 b)(1-\frac{1}{2}\sin^2 c)}}{\sin c}.$$

Nunmehr werde allenthalben der Bogen, d. h. die Sehne, für den Sinus genommen; dann wird, da das Glied $\frac{1}{8}a^2b^2c^2$ wegfällt,

$$h = \frac{1}{c}\sqrt{-2+a^2+b^2+c^2-\frac{1}{4}a^4-\frac{1}{4}b^4-\frac{1}{4}c^4+2-a^2-b^2-c^2+\frac{1}{2}a^2b^2+\frac{1}{2}a^2c^2+\frac{1}{2}b^2c^2},$$

$$h = \frac{1}{2c}\sqrt{2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4}.$$

Hierfür kann man successive auch schreiben:

$$h = \frac{1}{2c}\sqrt{\left[2ab + (a^2 + b^2 - c^2)\right]\cdot\left[2ab - (a^2 + b^2 - c^2)\right]},$$

$$h = \frac{1}{2c}\sqrt{\left[(a + b)^2 - c^2\right]\cdot\left[c^2 - (a - b)^2\right]}.$$

Schliesslich ergibt sich auf diesem anscheinend hier zuerst betretenen Wege der bekannte Heron'sche Lehrsatz:

$$\tfrac{1}{2}hc = \tfrac{1}{4}\sqrt{(a + b + c)(a + b - c)(a - b + c)(- a + b + c)}.$$

Soll endlich wiederum eine logarithmische Adaptirung des für die Höhe gefundenen Ausdrucks stattfinden, so gehe man aus von der bereits bewiesenen Formel

$$\frac{\sin(90^0 - (c - z))}{\sin(90^0 - z)} = \frac{\cos b}{\cos a}.$$

Jetzt sind $\cos b$ und $\cos a$ zwei plane Dreiecksseiten, denen jeweils die Winkel $(90^0 - (c - z))$ und $(90^0 - z)$ gegenüberliegen; somit ist

$$\frac{\operatorname{tang}\left(z - \frac{c}{2}\right)}{\operatorname{tang}\left(90^0 - \frac{c}{2}\right)} = \frac{\cos b - \cos a}{\cos b + \cos a}.$$

Es sind demgemäss, um h zu erhalten, nach einander folgende Formeln zu behandeln:

$$\operatorname{tang}\left(z - \frac{c}{2}\right) = \operatorname{cotang}\frac{c}{2}\cdot\frac{-2\sin\frac{b+a}{2}\sin\frac{b-a}{2}}{2\cos\frac{b+a}{2}\cos\frac{b-a}{2}}, \text{*)}$$

$$z = \frac{c}{2} + \operatorname{arc\,tang}\left(\operatorname{cotang}\frac{c}{2}\operatorname{tang}\frac{a+b}{2}\operatorname{tang}\frac{a-b}{2}\right),$$

$$\cos h = \frac{\cos a}{\cos z}.$$

*) Will man diese Gleichung in's Planimetrische übersetzen, so schreibe man für's erste:

Die elegante Relation für das Höhensegment verdient wol ebenfalls einige Beachtung.

Wir hoffen durch Vorstehendes den Beweis dafür erbracht zu haben, dass manche für den äusseren Anschein complicirte Probleme der sphärischen Trigonometrie eine überraschend einfache und zugleich gelenkige, für andere Zwecke verwerthbare, Lösung besitzen. Diese Disciplin gilt, sofern man nicht ihre astronomischen Anwendungen beizieht, häufig für trocken und pädagogisch minderwerthig, obgleich manche gute Lehrbücher, wie z. B. diejenigen von Baltzer und Brockmann, das Gegentheil beweisen könnten. Uebungen der vorbezeichneten Art aber werden, zumal wenn stets der innigste Contact mit der Geometrie der Ebene aufrecht erhalten wird, für gute Schüler immer etwas Anregendes, ja Fesselndes haben.

$$\operatorname{tang}\left(z - \frac{c}{2}\right) \operatorname{tang} \frac{c}{2} = \operatorname{tang} \frac{a+b}{2} \operatorname{tang} \frac{a-b}{2}$$

und substituire der Tangente den Bogen, so kommt

$$\left(z - \frac{c}{2}\right) \frac{c}{2} = \frac{a+b}{2} \cdot \frac{a-b}{2},$$

$$z = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2c}.$$

Ganz ebenso wird

$$u = \frac{b^2 - a^2 + c^2}{2c},$$

also $z + u = c$, wie erforderlich.

Kleinere Mittheilungen.

Bemerkungen über die Anwendbarkeit der französischen Methode zur Auflösung linearer Gleichungen.

Von Alfons Schmitz, Studienlehrer in Neuburg a./D.

Wenn auch durch die Determinanten eine allgemeine Auflösung für ein lineares Gleichungssystem gegeben ist, so sind doch im Interesse des Unterrichtes die bekannten Methoden zur Auflösung linearer Gleichungen noch beachtenswerth und durchaus nicht überflüssig. Deshalb dürften vielleicht folgende Bemerkungen über die französische Methode am Platze sein, welche nachweisen, dass diese nicht immer wie die andern, zum Ziele führt, wenn es sich um Auflösung eines vollständig bestimmten, widerspruchsfreien linearen Gleichungssystems handelt. Folgendes Beispiel zeige gleich von vornherein die Richtigkeit dieser Behauptung:

Für

$$\begin{aligned} \text{I.}\quad & x + 3y + 5z + 3u = 34 \\ \text{II.}\quad & x + y + 2z + u = 13 \\ \text{III.}\quad & x + 2y + 5z + 4u = 36 \\ \text{IV.}\quad & x + 3y + 8z + 5u = 51 \end{aligned}$$

gibt die Anwendung der englischen Methode in Verbindung mit der Substitution sehr leicht die Werthe:

$$x = 1, \quad y = 2, \quad z = 3, \quad u = 4.$$

Wendet man die französische Methode an, und bildet zu diesem Zwecke

$$\text{I} + \alpha \cdot \text{II} + \beta \cdot \text{III} + \gamma \cdot \text{IV},$$

so folgt:

$$(1+\alpha+\beta+\gamma)\, x + (3+\alpha+2\beta+3\gamma)\, y + (5+2\alpha+5\beta+8\gamma)\, z \\ + (3+\alpha+4\beta+5\gamma) u = 34 + 13\alpha + 36\beta + 51\gamma.$$

Um u zu bestimmen, hat man folgendes System aufzulösen:

$$\begin{aligned} \text{V.}\quad & 1 + \alpha + \beta + \gamma = 0 \\ \text{VI.}\quad & 3 + \alpha + 2\beta + 3\gamma = 0 \\ \text{VII.}\quad & 5 + 2\alpha + 5\beta + 8\gamma = 0. \end{aligned}$$

Dieses ist aber widersprechend, indem $3 . \mathrm{VI} - \mathrm{V} \equiv 8 + 2\alpha + 5\beta + 8\gamma = 0$ nicht zugleich mit Gleichung VII bestehen kann. Es frägt sich nun, unter welchen Umständen die französische Methode auch bei ganz widerspruchsfreien Gleichungen auf ein widersprechendes System führt.

Eine Gleichung ersten Grades mit einer Unbekannten kann nur widersprechend sein, wenn der Coefficient der Unbekannten gleich Null ist. Denn wird in $ax + b = 0$, $a = 0$ gesetzt, so folgt $b = 0$. Hat man ein Gleichungssystem ersten Grades, so ist dasselbe nur dann unmöglich, wenn durch Addition und Subtraction und Multiplication der gegebenen Gleichungen mit constanten Factoren eine neue Gleichung abgeleitet werden kann, in welcher die Unbekannten der Reihe nach dieselben Coefficienten haben, wie in einer der gegebenen. Denn nur auf solche Weise können wir zu einer Gleichung const. $= 0$ gelangen.

Bei Anwendung von Determinanten ergibt sich die Bedingung für das Widersprechen eines Systems allgemeiner. Sei D die Determinante aus den Coefficienten der Unbekannten $x_1, x_2 \dots\dots x_n$, so ist bekanntlich $D . x_\mu = A_\mu$, wobei A_μ eine Determinante mit constanten Gliedern, also eine Constante bedeutet. Damit diese Gleichung eine widersprechende sei, ist nothwendig und genügend, dass $D = 0$ sei*).

Gesetzt, wir wollen zur Bestimmung der Unbekannten aus dem Systeme

$$\text{I.} \quad \begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots\dots\dots\dots a_{1n} x_n = b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots\dots\dots\dots a_{2n} x_n = b_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots\dots\dots\dots a_{nn} x_n = b_n , \end{cases}$$

dessen Determinante wir wieder mit D bezeichnen wollen, die französische Methode anwenden und mit Hilfe derselben die Unbekannte x_n bestimmen.

---

*) Daraus kann man den Satz folgern: Ist eine Determinante $D \equiv 0$, so muss sie sich durch passende Addition der Reihen und Multiplication derselben mit passenden Constanten auf die Form mit zwei gleichen Reihen bringen lassen. Denn D lässt sich als aus den Coefficienten eines widersprechenden Gleichungssystems bestehend betrachten, in welchem wir auf genannte Weise zwei Gleichungen mit gleichen Coefficienten der Unbekannten herstellen können. Die Determinante des so abgeleiteten Systems ist aber die umgeformte D.

Durch Multiplication der zweiten Gleichung mit λ_1 der dritten mit $\lambda_2 \ldots,$ der letzten mit λ_{n-1} und Addition aller dieser zur ersten erhalten wir die Eliminationsgleichung der französischen Methode, und indem wir die $n-1$ ersten Coefficienten gleich Null setzen, folgendes Gleichungssystem:

$$\text{II.}\begin{cases} a_{21}\lambda_1 + a_{31}\lambda_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots a_{n-1,1}\lambda_{n-2} + a_{n,1}\lambda_{n-1} = -a_{11} \\ a_{22}\lambda_1 + a_{32}\lambda_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots a_{n-1,2}\lambda_{n-2} + a_{n,2}\lambda_{n-1} = -a_{12} \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{2,n-1}\lambda_1 + a_{3,n-1}\lambda_2 + \ldots\ldots a_{n-1,n-1}\lambda_{n-2} + a_{n,n-1}\lambda_{n-1} = -a_{1,n-1}. \end{cases}$$

Die Determinante dieses Gleichungssystems bezeichnen wir mit $D_{(n,1)}$; sie ist, abgesehen von der den Werth nicht beeinflussenden Vertauschung der Horizontal- und Verticalreihen, jene Unterdeterminante von D, welche man durch Weglassung der ersten Horizontal- und der $n$ten Verticalreihe erhält. Zur Bestimmung von x_μ bekäme man analog ein Gleichungssystem, dessen Determinante $D_{(\mu,1)}$ wäre. Wollen wir das System II auch nach der französischen Methode behandeln, so erhalten wir durch Einführung der willkürlichen Grössen μ_1 bis μ_{n-2} zur Bestimmung von λ_1 folgende Gleichungen:

$$\begin{array}{l} a_{3,2}\mu_1 + a_{3,3}\mu_2 + \ldots\ldots\ldots a_{3,n-1}\mu_{n-2} = -a_{31} \\ a_{4,2}\mu_1 + a_{4,3}\mu_2 + \ldots\ldots\ldots a_{4,n-1}\mu_{n-2} = -a_{42} \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ a_{n,2}\mu_1 + a_{n,3}\mu_2 + \ldots\ldots\ldots a_{n,n-1}\mu_{n-2} = -a_{n,1}. \end{array}$$

Die Determinante dieses Systems ist wieder eine Unterdeterminante von D, die man durch Streichung der ersten und zweiten Horizontalreihe und der ersten und letzten Verticalreihe erhält.

Wendet man so die französische Methode noch weiter an, so bekommt man Gleichungssysteme, deren Determinanten der Reihe nach immer niedrigere Unterdeterminanten von D sind. Während also ein lineares Gleichungssystem eindeutig lösbar ist, wenn seine Determinante D von Null verschieden ist, ist zur Anwendbarkeit der französischen Methode auf das System nothwendig, dass jede Unterdeterminante von D auch von Null verschieden sei.

So lässt sich z. B. in dem speciellen Falle die französische Methode nicht consequent anwenden, wenn in mehreren Gleichungen dieselbe Unbekannte fehlt. Denn fehle die Unbekannte x_1 in μ Gleichungen, so ist die Determinante des Systems von der Form:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \dots\dots\dots & a_{1,n} \\ a_{21} & a_{22} \dots\dots\dots & a_{2,n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n-\mu,1} & a_{n-\mu,2} \dots\dots\dots & a_{n-\mu,n} \\ 0 & a_{n-\mu+1,2} \dots\dots & a_{n-\mu+1,n} \\ 0 & a_{n-\mu+2,2} \dots\dots & a_{n-\mu+2,n} \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & a_{n,2} \dots\dots\dots\dots & a_{n,n} \end{vmatrix}.$$

In dieser sind aber alle Unterdeterminanten Null, denen die $n - \mu$ ersten Horizontalreihen, aber nicht die erste Verticalreihe fehlt.

Es ist also die französische Methode nicht von der gleichen allgemeinen Gültigkeit, wie die übrigen drei Methoden. Die Bedingungen, unter welchen sie nicht zum Ziele führt, lassen sich wol auch mit Vermeidung des Begriffes „Determinante“ ableiten und unsern Lehrbüchern über die Elemente einverleiben. Das Resultat liesse sich dann so aussprechen:

Lassen sich in einem Gleichungssystem zwei oder mehrere Gleichungen ableiten, in welchen zwei oder mehrere Unbekannte der Reihe nach dieselben Coefficienten haben, so ist die französische Methode auf dieses System **nicht** anwendbar.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaction der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.

107. (XI_2 108.) $(x-1)^2(x^2+1) = c^2x^2$.

Auflösung.

$$(x^2 - 2x + 1)(x^2 + 1) = c^2x^2$$

oder

$$x^4 - 2x^3 + (2 - c^2)x^2 - 2x + 1 = 0$$

und dies ist die gewöhnliche reciproke Gleichung vierten Grades.

Dr. S. Günther (Ansbach).

106. (XI_2 108.) Complicirter und interessanter ist die Gleichung

$$(1 + 3x^2 + x^4)(1 - x + x^2)^2 = c^2x^2(1 + x^2)^2.$$

Auflösung. Auf die Normalform gebracht, sieht sie so aus:

$$x^8 - 2x^7 + (6 - c^2)x^6 - 8x^5 + (11 - 2c^2)x^4 - 8x^3 + (6 - c^2)x^2 - 2x + 1 = 0.$$

Damit die eingeklammerten Ausdrücke links volle Potenzen von $(x + \frac{1}{x})$ ergeben, müssen auf beiden Seiten successive folgende Grössen hinzugefügt werden:

$$+ 4x^2 + 6 + \frac{4}{x^2}, \quad - 6x - \frac{6}{x}, \quad + 12 - 2c^2;$$

demnach ist also unsere Gleichung jetzt die folgende:

$$(x + \frac{1}{x})^4 - 2(x + \frac{1}{x})^3 + (6 - c^2)(x + \frac{1}{x})^2 - 8(x + \frac{1}{x})$$
$$+ 11 - 2c^2 = 4(x + \frac{1}{x})^2 - 6(x + \frac{1}{x}) + 18 - 8 - 2c^2;$$

oder, entsprechend zusammengefasst:

$$(x + \frac{1}{x})^4 - 2(x + \frac{1}{x})^3 + (2 - c^2)(x + \frac{1}{x})^2 - 2(x + \frac{1}{x}) + 1 = 0.$$

Für $x + \frac{1}{x} = y$ haben wir also wieder die gewöhnliche reciproke Gleichung

$$y^4 - 2y^3 + (2 - c^2)y^2 - 2y + 1 = 0,$$

deren weitere Behandlung bekannt ist; 106 und 107 stimmen somit eigentlich überein.

Die Gleichung 106 könnte man eine doppelt-reciproke nennen, der allgemeine Charakter einer solchen Gleichung $4n$ten Grades

$$ax^{4n} + bx^{4n-1} + cx^{4n-2} + \cdots + mx^{2n} + \cdots + cx^2 + bx + a = 0$$

wäre der, dass nach Division durch x^{2n} die resultirende Gleichung sich wieder auf die Form

$$\alpha(x + \frac{1}{x})^{2n} + \beta(x + \frac{1}{x})^{2n-1} + \gamma(x + \frac{1}{x})^{2n-2} + \cdots$$
$$+ \gamma(x + \frac{1}{x})^2 + \beta(x + \frac{1}{x}) + \alpha = 0$$

überführen liesse. Es wäre keine ganz uninteressante Aufgabe, zu untersuchen, welche Eigenschaften a priori die Coefficienten einer Gleichung besitzen müssen, damit dieselbe den Charakter doppelter Reciprocität habe. Dr. S. Günther (Ansbach).

Aehnliche Auflösungen zu 106 und 107 sind von Professor Heinrich von Zettmar in Marburg (Steiermark) und E. Capelle (Oberhausen), sowie zu 107 von Oscar Grabig in Sorau N. L. eingeschickt.

B. Neue Aufgaben.

125. Ein auf einem Gute hypothekarisch sicher gestelltes, jährlich mit $4\frac{1}{2}$ % verzinsliches Annuitätendarlehn von 700 000 ℳ ist nach dem Darlehnsvertrage erst dann kündbar, nachdem das-

selbe mittelst **regelmässiger Amortisation** wenigstens bis zur Hälfte getilgt ist. An welchem Annuitätentermin (1. Januar) tritt dieser Fall ein, wenn beim Verkaufe des Gutes im Jahre 1866 dem Verkäufer 35 263 ℳ 68 ₰ summarische Tilgung und beim Weiterverkaufe im Jahre 1880 dergleichen 164 699 ℳ 97 ₰ zu Gute gerechnet worden sind? Und wieviel beträgt alsdann noch der Schuldrest?

Finanzsecretär Oscar Fleischhauer (Gotha).

126. Einen Kegelschnitt zu construiren, wenn gegeben sind der Brennpunkt, eine Tangente, ein Durchmesser und die Richtung des zu letzterem conjugirten Durchmessers.

J. Cardinaal (Tilburg in Holland).

127. Eine Parabel zu construiren, wenn gegeben sind der Brennpunkt und ein Punkt ausserhalb der Curve mit der dazu gehörenden Berührungssehne.

J. Cardinaal (Tilburg in Holland).

128. Den geometrischen Ort der Brennpunkte sämmtlicher Parabeln zu finden, welche drei gegebene Gerade berühren.

129. Durch einen beliebigen Ellipsenpunkt ist eine Normale gezogen, welche der Ellipse in einem zweiten Punkte P_1 begegnet; durch P_1 legt man eine neue, die Ellipse in P_2 schneidende Normale, ebenso durch P_2 eine weitere Normale $P_2 P_3$ u. s. f., sodass eine zickzackförmige Linie entsteht. Es soll nun untersucht werden, ob die Punkte $P_1, P_2, P_3, \ldots$ sich einer bestimmten Grenzlage nähern oder nicht. Schlömilch.

Aufgaben über die Ellipse.

130. Es glaubt Jemand die Entdeckung gemacht zu haben, dass der Umfang der Ellipse genau oder wenigstens sehr nahe gleich sei der Peripherie des Kreises, dessen Radius das geometrische Mittel aus den Halbaxen der Ellipse ist. Diese Behauptung lässt sich durch Angabe einer Ellipse widerlegen, deren Umfang, nach jener Regel berechnet, kleiner ausfällt, als die Peripherie des eingeschriebenen Rhombus, dessen Ecken die vier Scheitel der Ellipse sind. Wie findet man beliebig viele solcher ad absurdum führenden Ellipsen? Schlömilch.

131. Es behauptet Jemand, der Flächeninhalt der Ellipse sei genau oder nahezu gleich der Fläche des Kreises, welcher das arithmetische Mittel aus den Halbaxen der Ellipse zum Radius hat. Zur Widerlegung kann eine Ellipse dienen, deren Fläche, nach jener Regel berechnet, grösser ausfällt, als die Fläche des umgeschriebenen Rechtecks, dessen Seiten die Axen der Ellipse sind. Wie findet man derartige Ellipsen? Schlömilch.

132. Lehrsatz. In einer mit den Brennpunkten F und G versehenen Ellipse ist der Peripheriepunkt P willkürlich gewählt und daraus ein zweiter Punkt Q abgeleitet, dessen excentrische Anomalie gleichkommt der wahren Anomalie von P; das geometrische Mittel aus den Brennstrahlen FP und GQ hat dann einen constanten Werth, und der Durchschnitt der genannten Strahlen liegt auf einer Ellipse, welche der ursprünglichen Ellipse confocal ist.

Schlömilch.

133. Lehrsatz vom Dreieck. Folgende sieben Punkte eines Dreiecks liegen auf einem Kreise:

1) Die beiden Segmentärpunkte O und O', d. h. die beiden Durchschnittspunkte der über den Seiten als Sehnen nach Innen construirten Kreisbogen, welche die Supplemente der anliegenden Dreieckswinkel als Peripheriewinkel fassen, also $\angle COA = 2R - \alpha$, $AOB = 2R - \beta$, $BOC = 2R - \gamma$, $AO'B = 2R - \alpha$, $BO'C = 2R - \beta$, $CO'A = 2R - \gamma$.

2) Die drei Punkte A', B', C', in denen sich bezüglich BO und CO', CO und AO', AO und BO' schneiden (XI_4, 274, Aufg. 119 und 120).

3) Der Mittelpunkt H des um $\triangle ABC$ geschriebenen Kreises.

4) Der Punkt K, in welchem sich die drei durch A_1, B_1, C_1 bezüglich zu BC, CA, AB gezogenen Parallelen schneiden.

Ferner ist $\angle OHO' = 2\vartheta (\vartheta = \angle OAB = OBC$ u. s. w. Vergl. X_5, 274) und $\triangle AHO'$ gleichschenklig.

Brocard (Algier).

134. Versteht man unter der „Achse eines schiefen Kreiskegels“ den Abstand der Spitze vom Mittelpunkte der Basis, so hat man folgenden, wie es scheint, neuen Satz:

> „Jeder Kegel, dessen Achse gleich dem Radius der Basis, sonst aber irgendwie gerichtet ist, wird von allen auf der Basis senkrechten Ebenen in gleichseitigen Hyperbeln geschnitten.“

Dem Beweise dieses Satzes sind die Formeln beizufügen, wodurch sich der Mittelpunkt und die Lage der Hauptachse der Hyperbel bestimmen; unter Zuhülfenahme der descriptiven Geometrie ergeben sich daraus sehr einfache Constructionen. Auch findet man leicht drei Tangenten an der Hyperbel nebst deren Berührungspunkten.

Der obige Satz enthält zugleich die Lösung der Aufgabe, einen gegebenen Horizontalkreis auf irgend eine Verticalebene perspectivisch so zu projiciren, dass die Projection eine gleichseitige Hyperbel wird.

Schlömilch.

Sprech- und Discussions-Saal.

Noch einige Bemerkungen über den Aufsatz von Gilles in XI, 1. Heft.

Von Dr. W. Killing in Brilon.

Nachdem Hr. Schlegel die philosophischen Deductionen des Hrn. G. allseitig und gründlich gewürdigt hat, halte ich es für geboten, unrichtige Angaben rein mathematischer Natur hier anzuführen, damit nicht der Leser, welcher mit den angezogenen Partien weniger vertraut ist (und wer könnte alle Zweige der Mathematik beherrschen?), Falsches in sich aufnimmt.

1. Die Deduction auf S. 14 und 15 führt nicht zu dem Satze, dass „ein Theil einer unendlichen Grösse, der unendlichmal kleiner ist als diese, grösser sei als dieselbe", sondern zu dem Satze, dass eine unendliche Grösse ganz in eine kleinere hineingelegt werden könne, und dieser Satz gilt auch für die Euklidische Geometrie.

2. Den Ausspruch (S. 16): „Die Pseudosphäre ist eine sattelförmige Fläche von constanter negativer Krümmung", sollte man in einer mathematischen Abhandlung nicht vermuthen.

3. Auf S. 16 wird das Wort Krümmung in verschiedenen Bedeutungen benutzt, das eine Mal im Sinne des gewöhnlichen Lebens im Gegensatz zur Ebene, das andere Mal im Sinne Riemann's im Gegensatz zur ebenen Mannichfaltigkeit; dadurch wird der Beweis hinfällig.

4. In meinem Briefe*) hatte ich das Bedenken erwähnt, welches Gauss schon im Jahre 1816 gegen die Definition der Parallelen als Linien gleicher Richtung hervorgehoben hat. Die Bemerkung auf S. 17 sucht demselben auszuweichen, hebt es aber keineswegs.

5. Die Bemerkung (S. 18), „dass, wenn Winkel a grösser als Winkel b ist, auf der pseudosphärischen Fläche ma nicht grösser als mb sein müsse", ist unrichtig.

6. Die Darlegungen über den endlichen Raum zeigen so viele Unrichtigkeiten, dass es zu weit führen würde, sie einzeln anzugeben.

7. Hr. G. wird keine Stelle angeben können, wo „Linien auf krummen Flächen Gerade genannt seien" (S. 20).

8. Die Gerade kann geschlossen und doch durch irgend zwei Punkte eindeutig bestimmt sein (im Gegensatz zu den Hauptkreisen der Kugel).

9. Die Behauptung (S. 20): „Die Eigenschaft der Umdrehbarkeit einer geraden Linie ohne Aenderung ihrer Lage wird von den

*) Diesen Brief hat Hr. Gilles gar nicht zur Lectüre erhalten. Der Hr. Verf. ist hier also im Irrthum. Hr. G. verschmolz auf Wunsch der Redaction seine zwei Aufsätze in einen, ohne die Bemerkungen des Hrn. Verf. gelesen zu haben. D. Red.

Anhängern der Geometrie des endlichen Raumes übersehen", zeugt von voller Unbekanntschaft mit der Literatur. „Dass die gerade Linie deshalb keine geschlossene Linie sein kann" ist eine Behauptung, für welche Hr. G. auch nicht die Spur eines Beweises versucht hat.

10. Dass Gauss keine nennenswerthe Zeit auf die Nicht-Euklidische Geometrie verwandt habe, wird durch die Geschichte widerlegt; mündliche und briefliche Mittheilungen, sowie ein noch ungedruckter Aufsatz bezeugen das Gegentheil*).

Erwiderung auf die vorstehenden Bemerkungen des Herrn Dr. Killing.

Von Gilles in Essen.

Herr Dr. Killing ist in dem Irrthume befangen, dass ich bei der Abfassung meines Aufsatzes briefliche Bemerkungen benutzt habe, die er an die Redaction dieser Zeitschrift gerichtet hat. Ich bewundere den Scharfsinn und die Klarheit des Blickes, welche in meinem Aufsatze Bemerkungen des Herrn Killing finden konnten. Die Vorgänge haben wol in der vierten Dimension stattgefunden; wenigstens kann die Redaction bezeugen, dass für Wesen dritter Stufe die Meinung des Hrn. Dr. K. irrthümlich ist. Eben so weit von der Wahrheit sind im Allgemeinen die vorstehenden Bemerkungen des Herrn Killing, was übrigens nicht auffallend erscheinen kann, da derselbe sich über die allgemeine Gültigkeit der Denkgesetze erhaben fühlt, wie sich doch wol daraus ergibt, dass er für die Gültigkeit des Satzes eintritt, eine unendliche Grösse könne in eine kleinere hineingelegt werden. Für gewöhnliche Menschen, d. h. für solche, welche nur einen Raum von drei Dimensionen kennen, ist der Satz „eine Grösse lässt sich nicht ganz in eine kleinere hineinlegen" ein analytischer, also ein aus dem vorliegenden Begriffe mit unbedingter Allgemeinheit und Nothwendigkeit fliessender Satz, der mithin auch bei unendlichen Grössen, wofern man sich an die Denkgesetze bindet, unbedingt festgehalten werden muss. — In den übrigen Punkten geht Herr Killing auf die Sache selbst nicht ein, sondern bewegt sich in blosen Behauptungen. Da ich aber für den Kampf gegen nicht bewiesene Behauptungen die Geduld des Lesers nicht in Anspruch nehmen und meine Zeit nicht verschwenden will, so verzichte ich auf die weitere Erwiderung und werde überhaupt nur dann zu einer Besprechung bereit sein, wenn in einer die betreffenden Punkte aufhellenden Weise nur auf die Sache eingegangen wird.

---

*) Es wäre sehr zu wünschen, dass diese „Mittheilungen" (resp. der ungedruckte Aufsatz), um weiteren Streitereien vorzubeugen, soweit möglich, veröffentlicht resp. hier wörtlich abgedruckt würden.

D. Red.

Irrige Ansichten über den vierdimensionalen Raum.

(Abdruck aus Scheffler's neuem Werke: „Die polydimensionalen Grössen und die vollkommenen Primzahlen". Braunschweig, Vieweg. 1880. §. 20. S. 198.*)

Aus den vorstehenden Ermittelungen ergibt sich, dass die in heutiger Zeit aufgetauchten Meinungen über die Zauberkraft des vierdimensionalen Raumes, insbesondere über die mit Hülfe dieser Kraft zu bewirkende Knotenschlingung in einen geschlossenen Faden, über die Transformation des rechten Handschuhes in einen linken und, allgemein, über die Deckung symmetrischer Figuren durch Drehungsprocesse spiritistische Visionen sind. Ebenso leuchtet ein, dass es ein vergebliches Bemühen ist, auf vierdimensionalen Flügeln in das Innere eines geschlossenen Körpers zu gelangen, ohne dessen Oberfläche zu durchbrechen. Da sich die vierte Dimension in jedem anschaulichen Punkte eines Körpers verhüllt, so vollzieht sich jede Bewegung längs dieser Dimension, welche von einem solchen Punkte aus oder zu ihm hin geht, in diesem Punkte selbst; um also in einen solchen Punkt durch einen vierten Dimensitätsprocess zu gelangen, muss man sich bereits in seinem anschaulichen oder geometrischen Orte befinden, und kein frommer Wunsch trägt uns aus diesem Punkte mittelst eines derartigen Processes hinaus.

Die Gesetze des drei- und vierdimensionalen Raumes sind vollkommen klar und verständlich; sie schliessen sich denen des zwei- und eindimensionalen Raumes logisch an und erweitern sich eben so logisch für alle polydimensionalen Grössengebiete, wenn man bei ihrer Entwickelung auf dem Boden strenger Gesetzmässigkeit bleibt. Leider sind die Verirrungen heute sehr zahlreich, und die Arbeit von Riemann: „Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen" (Gesammelte Werke, Abhandlung XIII), deren Kritik ich weiter oben in No. 2, S. 25 ff. angefangen habe und hier beendigen werde, ist für Viele die Legitimation zur Ersetzung ungenügender Erkenntnisse durch willkürliche Deutungen geworden. Aus dem Vorstehenden erhellt, dass die Resultate über die Krümmung des Raumes, welche Riemann durch höchst oberflächliche und ganz unmathematische Raisonnements herstellt, durchaus falsch sind, indem das Krümmungsmaass des Raumes nicht etwa constant und endlich, auch nicht sehr klein, sondern absolut

*) Wir empfehlen diese Schrift allen denen, welche sich für die neueren, noch streitigen Ansichten der Geometer interessiren, besonders da der Verfasser in seinem Buche ausser Riemann auch Männer wie Gauss, Thomson-Tait, Grassmann, Hamilton, Unverzagt u. A. scharf kritisirt. Weil auch in diesen Blättern ähnliche Themen mehrfach besprochen worden sind, so glaubte die Redaction mit dem Abdruck dieses Artikels den mathematischen Fachgenossen einen Dienst zu erweisen. D. Red.

Null ist, dass also eine kürzeste Linie im Raume, und wenn sie vom einen Ende der Welt nach dem anderen gezogen würde, immer eine absolut gerade ist und nicht die geringste Krümmung zeigen kann, auch dass die Winkelsumme jedes noch so grossen Dreieckes im Weltenraume unbedingt gleich zwei rechten sein und nicht den geringsten sphärischen Excess verrathen wird.

Der Raum und alles Räumliche als Anschauungsobject hat keine vierte Dimension, keine Dichtigkeit, keine andere Form als Einförmigkeit, kein anderes als das Krümmungsmass Null: die vierte Dimension und die Gesetze der vierdimensionalen Grössen existiren nicht im Raume, nicht in der Anschauung, sondern im Verstande oder im Abstractionsgebiete.

Die Behauptungen zwischen den Beziehungen des Krümmungsmaasses und der Ausdehnung des absoluten Raumes (S. 266 ff.), insbesondere die Meinung, dass der Raum eine endliche Ausdehnung haben würde, wenn sein Krümmungsmaass endlich wäre, widerspricht den Formgesetzen. Aus unseren Formeln geht hervor, dass das Krümmungsmaass eines Körpers von seiner Ausdehnung völlig unabhängig ist.

Der Satz auf S. 264, dass „der Charakter der Mannichfaltigkeiten, deren Krümmungsmaass constant ist, darin beruhe, dass sich die Figuren in ihnen ohne Dehnung bewegen lassen", ist eine irrthümliche Auffassung. Die Bewegung, welche Riemann hierbei im Auge hat, ist anschauliche Bewegung: dieselbe hat für die Biegung oder Veränderung der körperlichen Form gar keine Bedeutung, wol aber die Verdichtung, nämlich die reelle Längenänderung unter gleichzeitigem Eindringen in den vierdimensionalen Raum (resp. Herausdringen aus demselben), womit sich dann wieder der Riemann'sche Begriff der Undehnsamkeit nicht verträgt. Wenn man die Bewegung ohne Dehnung in der für Körper richtigen Bedeutung auffasst, mögen sich allerdings Körper ohne Veränderung des Krümmungsmaasses transformiren lassen: allein alsdann ergeben sich nicht die Riemann'schen Resultate, insbesondere nicht der ohne alle Ableitung, ganz willkürlich niedergeschriebene Ausdruck

$$\frac{1}{1+\frac{\alpha}{4}\Sigma x^2}\sqrt{\Sigma \partial x^2}$$

für das Linienelement. Das Linienelement des Körpers hat keinen anderen, als den Werth $\sqrt{\partial x^2+\partial y^2+\partial z^2+\partial u^2}$.

Alle diese Unrichtigkeiten entspringen aus der Willkür der Definitionen und aus der Meinung, dass man mathematische Entwickelungen auf beliebige formale Definitionen gründen könne. Ich habe es nicht für möglich gehalten, dass ein Mathematiker die Ansicht aussprechen könne, dass der Raum und die Geometrie auf

Hypothesen beruhe, dass sich die Existenz des Raumes auf Erfahrung gründe, dass die Raumanschauungen daher nicht unbedingt gewiss, sondern nur wahrscheinlich seien, dass man also diesen Anschauungen beliebige hypothetische Grundlagen geben könne, dass aus der Unbegrenztheit des Raumes nicht die Unendlichkeit desselben folge, dass die Ausdehnungsverhältnisse mit den Maassverhältnissen nicht in zwingenden Beziehungen stehen, dass die Fragen nach dem Unmessbargrossen für die Naturerklärung müssig, die Fragen nach dem Unmessbarkleinen aber wichtig seien, dass der Raum in seinen unendlich kleinen Elementen eine ganz andere, von den heutigen Menschen nicht geahnte Beschaffenheit haben könne, als in seinen endlichen Theilen, dass daher, wenn auch die astronomischen Beobachtungen keine Krümmung der langen Linien nachweisen, doch möglicherweise in den Elementen eine namhafte Krümmung stattfinden könne.

Solche und andere Ungereimtheiten kann man in der gedachten Abhandlung von Riemann, sowie in dessen Abhandlungen über Psychologie und Metaphysik, über Erkenntnisstheorie und über Naturphilosophie lesen. Ich halte mich wegen der Gemeinschädlichkeit solcher Irrlehren für verpflichtet, die Stimme gegen diese unrationelle Behandlung der Mathematik zu erheben. Sie ist nach der Willkürlichkeit der Hypothesen nichts anderes, als die Wiedererweckung der abgethanen Naturphilosophie, und zwar zum Zwecke der Begründung der reinen Mathematik. Dass denkende Mathematiker und so auch Riemann das Bedürfniss fühlen, das der Mathematik fehlende logische und philosophische Fundament aufzurichten, ist begreiflich: allein das hierzu in Anwendung gebrachte Mittel der Aufstellung beliebiger Definitionen von fingirten Dingen, Eigenschaften und Operationen und die Darstellung der Resultate aus solchen willkürlichen Prämissen ist eben so unfruchtbar und misslich, wie der Versuch, sich behufs Erforschung einer unbekannten Gegend die Augen zu verbinden, weil sie bisher nicht Alles gesehen haben und möglicherweise Täuschungen hervorbringen könnten, zum Ersatz der Augen aber sich einem selbstgeschaffenen Tastmechanismus und einer selbstgemachten Reisebeschreibung anzuvertrauen.

Die Welt und was zu ihr gehört, der Geist, beruht nicht auf willkürlichen, nach subjectivem Ermessen zu modelnden Grundlagen; formale Definitionen, fingirte Objecte, willkürliche Operationen haben keine Bedeutung, sind wesenlose Traumgestalten. Die Welt beruht nicht auf Hypothesen, Meinungen und Ansichten, sondern auf unbedingt sicheren, unwandelbaren, einzigen Grundlagen, welche keiner subjectiven Auslegung fähig sind. Diese Grundlagen sind die Grundeigenschaften, die Grundprocesse, die Grundoperationen, die Grundgesetze, die Grundforderungen, die Grundsätze, die Grundprincipien. Die Eigenschaften und Gesetze sind in jedem Grössengebiete, in jedem Erscheinungs-, jedem Anschauungs-, jedem Erkenntnissgebiete

principiell dieselben; sie ordnen sich in jedem Gebiete nach einem pentarchischen Systeme. Wer in der Erkenntniss der allgemeinen Weltgesetze vordringen will, darf nicht darauf ausgehen, Grundeigenschaften und Grundoperationen zu erfinden, sondern die in der Welt gegebenen zu entdecken; diese Entdeckung ist aber für Jeden unmöglich, der die Existenz eines festen Systems von Grundlagen nicht mit Ueberzeugung für wahr hält, der also glaubt, die Zahl und Art der Grundeigenschaften und Grundoperationen nach Belieben vermehren und verändern zu können, oder der meint, diese Grundlagen seien Hypothesen, also ungewiss und unnöthig.

Wer der letzteren Ansicht ist, möge die Zahl der geistverwirrenden Schriften und der spiritistischen Wahngebilde vermehren helfen. Wem aber die grosse Zahl der in der vorliegenden Schrift mit so wenigen Mitteln aufgedeckten Irrthümer betroffen macht und zu dem Gedanken an die Möglichkeit führt, dass die heutigen Grundlagen der Wissenschaft unzulänglich seien, Der befindet sich in der Stimmung, die „Naturgesetze“, welche sich mit der Aufsuchung der Grundlagen der Wissenschaften beschäftigen, vorurtheilsfrei zu würdigen: ich lade ihn ein, das Buch zu studiren, da ich glaube, dass die Mängel desselben von dem gesunden Kerne überwogen werden, und dass dieser dem nach einem festen Halt in dem Gedränge von Hypothesen, Zweifeln und Unsicherheiten Suchenden einen Stützpunkt gewähren wird.

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

Schendel (Dr. Leopold), Die Bernoulli'schen Functionen und das Taylor'sche Theorem nebst einem Beitrage zur analytischen Geometrie der Ebene in trilinearen Coordinaten. Jena, Hermann Costenoble. 1876. VI. 52 S.

Die kleine Schrift, deren Verf., so viel uns bekannt, jetzt als Professor an der kaiserlich japanischen Universität zu Tokio wirkt, führt uns im ersten Capitel gleich in medias res. Auf elementarem Wege wird bewiesen, dass für $m > 1$ die Gleichung*)

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{2}\binom{m-1}{0} + \binom{m-1}{1} a_1 - \binom{m-1}{3} a_3 + \binom{m-1}{5} a_5 - + \cdots = 0$$

stets durch angebbare Werthe von $a_1, a_2, a_3 \cdots$ befriedigt werden könne. Diese Zahlen nennt der Verf. Cotangentencoëfficienten; die Function $\varphi(x, m)$, welche man erhält, wenn man oben auf der linken Seite das Glied $\binom{m-1}{r} a_r$ mit x^{m-r-1} sich multiplicirt denkt und noch ein gewisses Zusatzglied einführt, soll Bernoulli'sche Function heissen. Um sie drehen sich die nächsten Entwickelungen. Es wird u. a. nachgewiesen, dass und wie eine beliebige Potenz in eine nach Bernoulli'schen Functionen fortschreitende endliche Reihe sich verwandeln lässt, weiterhin wird der Begriff zur „zusammengesetzten Bernoulli'schen Function" erweitert, mit welcher dann die Tangenten- und Secantencoëfficienten in naher Beziehung stehen, die Function wird durch trigonometrische Reihen dargestellt, u. s. f. Zum Schlusse lehrt der Verf. eine an sich sehr elegante independente Darstellung der Bernoulli'schen Zahlen; dieselbe würde früher wol mehr Aufmerksamkeit erregt haben, als jetzt, wo wir durch die Bemühungen von Naegelsbach, E. Lucas, ganz besonders aber von Glaisher und Studnička, unübertrefflich einfache Determinanten-Ausdrücke für jene Zahlgebilde erhalten haben.

---

*) Mit der Bezeichnungsweise des Autors stimmen wir nicht völlig überein; so bezeichnet er die negative Einheit durch i, welches Symbol doch nicht mehr zur freien Verfügung steht. Auch die Mitführung des Coëfficienten $\binom{m-1}{0} = 1$ trägt kaum zur Erhöhung der Symmetrie bei.

Das zweite Capitel beginnt damit, durch das soeben angeführte Theorem von der Reihenentwickelung einer Potenz die Taylor'sche Reihe auf die Form einer Doppelsumme zu bringen. Aus dieser Transformation fliesst eine grosse Anzahl neuer Lehrsätze. Specielle derselben hervorzuheben ist in dieser pädagogischen Zeitschrift nicht angezeigt; nur des Schlusssatzes möge gedacht werden, indem derselbe den sogenannten Integrallogarithmus, eine in letzter Zeit durch seine innigen Beziehungen zur Zahlentheorie so wichtig gewordene transscendente Function, unter einem ganz wesentlich neuen Gesichtspunkte auffasst. — Der geometrische Anhang steht allein; er enthält eine Reihe von Exercitien über den neuen Coordinatenbegriff, welchen Herr Schendel in einem selbstständigen Werke, von dem auch in dieser Zeitschrift gesprochen wurde, dem gelehrten Publikum vorgelegt hat.

Analytische Kunde und Gewandtheit sind gewiss in dieser Schrift nirgendwo zu verkennen; vielleicht aber wäre es im Interesse des Lesers gelegen, wenn die Autoren wieder mehr zur alten guten Methode der Classiker des vorigen Jahrhunderts zurückkehren und ihren Gedankengang möglichst offen darlegen möchten. Es wäre zu bedauern, wenn eine so tüchtige Leistung der Schwierigkeit ihrer Lectüre halber eine geringere Verbreitung fände, als ihr dem Inhalte nach gebührt.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Holzmüller, Dr. G. (Director der k. Provinzialgewerbeschule zu Hagen), Ueber die Abbildung $x+yi=\sqrt[n]{X+Yi}$ und die lemniscatischen Coordinaten $n$ter Ordnung. Hagen 1877. Buchdruckerei von Gustav Butz. (5 S.)

— — Ueber die conforme Abbildung mittelst ganzer und gebrochener rationaler Functionen complexen Argumentes und die damit zusammenhängenden isothermischen Curvensysteme. Ibid. 1879. (12 S. 1 Figurentafel.)

Wir haben bereits in dieser Zeitschrift über eine kleine Schrift des Verf. berichtet*), welche die durch die Gleichung $x+yi=\sqrt{X+Yi}$ charakterisirte Abbildung zum Gegenstand hatte. Die beiden angeführten Programmabhandlungen gehen auf diesem Gebiete weiter vor. Während früher die Lemniscate als das Abbild des Kreises betrachtet werden konnte, geht, wenn die Quadratwurzel durch eine $n$te Wurzel ersetzt wird, der Kreis in eine höhere Curve über, welche der Verf. als Lemniscaten $n$ter Ordnung bezeichnet. Um sie zu erhalten, construire man den geometrischen Ort der Punkte,

*) S. X, 437. D. Red.

welche von den Ecken eines regulären n-Ecks (resp. um $c_1, c_2 \dots c_n$) eine solche Entfernung haben, dass $c_1, c_2 \dots c_n = \text{const.}$ ist. Desgleichen sind an die Stelle jener Hyperbeln, welche die Lemniscatenschaar rechtwinklig durchsetzen, jetzt Hyperbeln $n$ter Ordnung getreten. Ueber die hiedurch angedeutete „lemniscatische Verwandtschaft $n$ter Ordnung“, insbesondere auch über die Modificationen, welche hierin an dem gewöhnlichen Begriffe des Doppelverhältnisses angebracht werden müssen, werden mehrere interessante Sätze mitgetheilt. — Das Thema der zweiten Schrift ist ein allgemeineres, die Methode dagegen die gleiche, wesentlich elementare. Das Polygon, von welchem oben die Rede war, ist jetzt völlig unregelmässig; wir haben es also jetzt mit irregulären Lemniscaten und Hyperbeln $n$ter Ordnung zu thun, deren Systeme wieder isothermische sind. Das Hauptbestreben des Verf. ist, zu zeigen, dass sich die gesammte Geometrie des Kreises, der Geraden und insbesondere der projectivischen Relationen auf diese verallgemeinerte lemniscatische Geometrie übertragen lassen. Dem geringen Raume entsprechend, sind vielfach blos Andeutungen gegeben, aber solche Andeutungen, an die sich eine fruchtbare Weiterentwickelung leicht anknüpfen lässt.

Wie schon früher, müssen wir auch jetzt der gut ausgeführten Zeichnungen rühmend Erwähnung zu thun; diesmal ist es eine Riemann'sche Fläche mit drei Blättern, welche im Unendlichen sämmtlich, zu zweien in zwei endlichen Punkten zusammenhängen. Da der Anfänger gerade von diesen Gebilden sich so schwer eine Vorstellung macht, so ist diese (perspectivisch, also möglichst realistisch) gezeichnete Figur doppelt verdienstlich. Wer sich für eine elegante und dabei doch leichtverständliche Darstellung einer für die Anwendung hervorragend wichtigen analytischen Theorie interessirt, wird mit Freude vernehmen, dass der Verfasser gern bereit ist, Exemplare der beiden Programme, soweit sein Vorrath reicht, an Fachgenossen abzugeben.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Schlemüller, Wilhelm (k. k. Hauptmann des 36. Linien-Inf.-Reg., ehem. Lehrer der Cadettenschule zu Prag), **Der Zusammenhang zwischen Höhenunterschied, Temperatur und Druck in einer ruhenden, nicht bestrahlten Atmosphäre, sowie die Höhe der Atmosphäre.** Bearbeitet auf Grund der dynamischen Gastheorie. Prag, Verlag von H. Dominicus. 1880. (19 S.)

Da in dieser kleinen Schrift lediglich elementare Kenntnisse vorausgesetzt werden, so verdient dieselbe, als Zugabe zu den Lehrbüchern der Physik, auch die Beachtung der Pädagogen. Verfasser geht aus von den bekannten Vorstellungen der kinetischen Gastheorie, trägt aber dabei dem Umstande Rechnung, dass die Molecüle nicht

senkrecht, sondern im Allgemeinen unter den verschiedensten Winkeln, eine entgegenstehende Wand treffen. Unter dieser Voraussetzung lässt sich zeigen, dass die Temperaturdifferenz dem Höhenunterschiede direct proportional und von der Beschleunigung der Sckwere unabhängig ist. Dies führt weiter zu einer Bestimmung der Höhe der Atmosphäre oder besser gesagt jener Luftschicht, welcher eine Temperatur $= -273^0$ zukommt. Schliesslich wird für den Zusammenhang zwischen Höhe, Druck und Temperatur die folgende allerdings sehr elegante Formel entwickelt:

$$\frac{p}{p_u} = \left(1 - \frac{h}{H}\right)^6 = \left(\frac{T}{T_u}\right)^6;$$

hier ist p_u der Druck an der Basis, p jener in der Höhe h, H die Höhe der ganzen Atmosphäre, T_u die Temperatur an der Basis, T jene in der Höhe h.

Schlimm ist nur, dass die bezüglichen Hauptformeln nicht neu sind. Der berühmte Geodät C. M. v. Bauernfeind hat bald nach dem Erscheinen obiger Schrift eine Abhandlung unter dem Titel „Die physikalische Constitution der Atmosphäre nach der Theorie des k. k. Hauptmanns Herrn W. Schlemüller in Prag" (München 1880) erscheinen lassen und darin (S. 9) nachgewiesen, dass er die nämliche Relation als eine sehr genaue Näherungsformel bereits im Jahre 1862 auf Grund einer höchst kunstvollen Combination von Beobachtung und Rechnung aufgefunden habe. Mit Recht bemerkt derselbe (S. 15): „Meine Aufstellungen beruhen zwar, wie schon erwähnt, auch auf theoretischen Entwickelungen, aber diese betreten nicht das Gebiet der Hypothesen, in dem sich die Grundformel des Herrn Hauptmann Schlemüller, nämlich die von ihm „richtig gestellte" Moleculargeschwindigkeit V zur Zeit noch befindet." Es wird Niemand einfallen, dem letztgenannten plagiatorische Absichten unterzulegen, denn hiegegen sichert ihn allein schon seine ganz originelle Methode der Herleitung, aber bedauerlich ist es, dass durch diesen Fall wieder ein recht grelles Licht auf einen auch in dieser Zeitschrift schon mehrfach urgirten Missstand geworfen wird: auf die Gleichgültigkeit nämlich, mit welcher heutzutage die Autoren sich über das Studium des vor ihnen bereits Geleisteten hinwegsetzen zu dürfen glauben*).

Ansbach. Dr. S. Günther.

Odstrčil (Gymnasialprofessor in Teschen), Kurze Anleitung zum Rechnen mit den (Hamilton'schen) Quaternionen. Mit 32 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Halle a/S. 1879, Verlag von Louis Nebert. VIII u. 79 S.

Der von Prof. Hamilton in Dublin erfundene Quaternionencalcül, dessen Anfänge bis in's Jahr 1833 zurückreichen, ist in England

*) Sehr wahr! D. Red.

seit langer Zeit eingebürgert, und auch die jüngeren Mathematiker Amerikas benutzen ihn mit Vorliebe als Hilfsmittel geometrischer Untersuchungen. In Deutschland hat Hankel in seiner „Theorie der complexen Zahlensysteme“ (Leipzig 1867) eine kurze, alles Wesentliche umfassende, vorzüglich klare Darstellung dieser Methode gegeben, während in neuerer Zeit Unverzagt in seiner „Theorie der geometrischen und der longimetrischen Quaternionen“ (Wiesbaden 1876) dieselbe sehr eingehend und mit mehrfachen neuen Erweiterungen behandelt hat*). Gleichwol hat es dem Anscheine nach noch nicht gelingen wollen, weitere Kreise in Deutschland für diese Disciplin zu interessiren. Unser mathematisches Publikum ist im Ganzen unglaublich conservativ. Weht auf irgend einer Hochschule ein frischerer Wind, so wird wol ein Theil der jüngeren Generation mit fortgerissen, das Gros jedoch begnügt sich lehrend und lernend mit den altererbten Methoden. Der Quaternionencalcül aber muthet dem Leser obendrein noch zu, nach neuen Regeln rechnen zu lernen, sich in eine Reihe neuer Begriffe und Operationen hineinzufinden, und nimmt schliesslich als geometrischer Calcül innerhalb unserer Analysis einen ganz isolirten Platz ein — alles Dinge, welche vom eingehenden Studium zurückschrecken, wenn auch die Vortheile des Verfahrens auf der Hand liegen. Wer daher eine solche neue Methode bei uns einbürgern will, kann kaum elementar und anschaulich genug verfahren; und es muss sogleich bemerkt werden, dass in dieser Hinsicht der oben angezeigte Versuch einer elementaren Behandlung der Quaternionen sehr wohl gelungen ist. Was den Inhalt betrifft, so werden in den sechs ersten Abschnitten 1) Begriffe und Operationen mit Vectoren, 2) Construction einer Quaternion, 3) Addition und Subtraction der Quaternionen, 4) Multiplication der Vectoren, 5) Multiplication der Quaternionen, 6) Producte von drei und mehr Vectoren behandelt, während im letzten 7) zahlreiche Anwendungen auf elementare Geometrie, Trigonometrie, Stereometrie und Mechanik die erhebliche Vereinfachung, welche die Anwendung der neuen Methode herbeiführt, in ein helles Licht setzen. Die Zusammenstellung dieser Anwendungen am Schlusse des Buches und die Beschränkung derselben auf elementare Gegenstände ist nur zu billigen; auch die Klarheit der Darstellung und die Zweckmässigkeit der Reihenfolge lässt nirgends zu wünschen übrig. Wenn irgendwie eine noch grössere Anschaulichkeit zu erzielen gewesen wäre, so wäre es vielleicht bei den Figuren der Fall, theils durch Vermehrung der Buchstaben (z. B. in Fig. 7 durch Hinzufügung von α, β, γ, ferner bei Fig. 12 und 13), theils durch Bezeichnung der Richtung der Strecken mit Pfeilen (z. B. in Fig. 7 bei OA, OB, OC). Wünschenswerth wäre ferner eine Figur zu § 18. Zu der Fussnote auf S. 24, wonach $\sqrt{-1}$ unendlich viele Werthe haben kann,

*) S. die Recension in dieser Ztschr. IX, 309.

ist zu bemerken, dass, um ein Missverständniss auszuschliessen, wol besser gesagt würde: „Die geometrische Bedeutung der $\sqrt{-1}$ als Factor, welcher eine Strecke um einen rechten Winkel dreht, wird eine vieldeutige, sobald die Drehung nicht in der Ebene, sondern im Raume stattfindet.“ Denn nicht eigentlich die $\sqrt{-1}$ ist vieldeutig, sondern der Ausdruck $a\sqrt{-1}$, sobald die Strecke a im Raume, statt in einer bestimmten Ebene gedacht wird.

Im Interesse der elementaren Darstellung ist es zu billigen, dass die von Unverzagt gegebenen Erweiterungen der Quaternionentheorie noch nicht Aufnahme gefunden haben. Dagegen wäre eine kurze Darlegung des Verhältnisses, in welchem die Quaternionen zur Grassmann'schen Ausdehnungslehre stehen (auf Grund der Grassmann'schen Abhandlung „Der Ort der Hamilton'schen Quaternionen in der Ausdehnungslehre“ Math. Ann. XII, 375, oder der kürzeren Darstellung des Ref. in der Schlömilch'schen Ztschr. f. Math. u. Phys. XXIV, 93) umsomehr am Platze gewesen, weil erst dieser Zusammenhang Werth und Bedeutung der Quaternionen vollkommen in's Klare setzt, und die dem Leser für's erste ganz isolirt gegenüberstehende Disciplin als speciellen Fall einer weit umfassenderen und vielseitigeren erkennen lässt. Hiernach ist auch die Bemerkung auf S. 18 zu corrigiren, „dass die mit der neuen Art und Weise, geometrische und physikalische Grössen zu betrachten, verknüpften Ideen erst durch den nächsten grossen Schritt in der Behandlung des Raumes, den H. durch Einführung des Quaternionencalcüls unternommen, zur vollen Entwickelung gelangt seien.“ Thatsächlich ist dieser Fortschritt weit eher und in viel umfassenderer Weise durch Grassmann gemacht worden, der nur das Unglück hatte, als nichtakademischer Lehrer von seinen Landsleuten ignorirt zu werden, während Hamilton im eigenen Vaterlande rechtzeitig Jünger fand, die seine Ideen weiterführten und nicht nach deutscher Weise erst warteten, bis ihnen dieselben vom Auslande her unter fremden Namen importirt würden. Wir wollen indess wegen dieser Unterlassung nicht allzusehr mit dem Verfasser rechten, da auch Unverzagt in seinem weit ausführlicheren Werke sich am Schlusse mit einer ganz kurzen Notiz über Grassmann's Vorarbeiten begnügt, die den Leser auch nicht entfernt das wahre Verhältniss ahnen lässt, während Dillner in einem Aufsatze über Quaternionen (Math. Ann. XI, 168 ff.) „eine ganze Reihe von Sätzen aus der Theorie der Quaternionen ableitet, welche schon in der „Ausdehnungslehre von 1844“ und ebenso in der späteren Bearbeitung von 1862 ihre viel einfachere und aus der Natur der Sache entspringende Begründung gefunden haben“ (Math. Ann. XII, S. 375), ganz zu geschweigen von anderen Beispielen der Unkenntniss Grassmann'scher Vorarbeiten.

Wenn nun trotz der anschaulichen und einfachen Darstellung, in welcher uns der Quaternionencalcül in dem Werke des Hrn.

Odstrčil vorliegt, für den Leser noch genug Unbequemlichkeiten und Schwierigkeiten übrig bleiben, so rühren dieselben einzig von der höchst unglücklichen Terminologie und Bezeichnungsweise des englischen Originals her, welche zu ändern der Verfasser um so weniger Veranlassung hatte, da ihm die leicht zu erfassenden und systematisch gebildeten Beziehungen und Bemerkungen Grassmann's wol nicht bekannt waren, und ausserdem die etwaige Annahme derselben wieder das Studium der Hamilton'schen Originalwerke erschweren würde. Was zunächst die Terminologie betrifft, so hat man, wenn überall die Fremdworte durch die von den deutschen Autoren (Möbius und Grassmann) gebrauchten Ausdrücke ersetzt werden, im 1. Abschnitte unseres Buches nichts anderes als die Lehre von der Addition der Strecken vor sich. Es ist Vector = Strecke, Scalar = Zahlgrösse (Quotient zweier parallelen Strecken), Versor = Streckeneinheit, Tensor = numerischer Werth einer Strecke (Quotient einer Strecke und der Streckeneinheit). Bei der Construction einer Quaternion (2. Abschnitt) stellen die Fälle *a*), *b*), *c*), *d*) der Reihe nach die Fälle gleicher Winkel in gleichen und verschiedenen, sowie verschiedener Winkel in derselben Ebene, endlich Quotienten von Strecken im Raume dar. Die Multiplication der Vectoren (4. Abschnitt) ist nichts anderes als die äussere Multiplication der Ausdehnungslehre. Die von Grassmann (a. a. O. S. 381) gemachte Bemerkung, dass die üblichen Anwendungen der Quaternionen zum Theil viel vortheilhafter durch andere Operationen der Ausdehnungslehre ersetzt werden, findet schon in den beiden ersten Beispielen unseres Buches (S. 53) eine recht deutliche Bestätigung. Man vergleiche die dort befindliche Ableitung der Sätze: „Ein Viereck, in dem zwei gegenüberliegende Seiten gleich und parallel sind, ist ein Parallelogramm", und: „Die Diagonalen eines Parallelogramms halbiren sich" mit der folgenden, aus anderen Principien der Ausdehnungslehre sich ergebenden: 1) Aus $(A - B) = (A_1 - B_1)$ (welche Gleichung sagt, dass die Strecken AB und A_1B_1 parallel sind) folgt: $(A - A_1) = (B - B_1)$. — 2) Aus $(A - B) = (A_1 - B_1)$ folgt: $\frac{A + B_1}{2} = \frac{A_1 + B}{2}$, welche Gleichung sagt, dass die Mitte zwischen den Punkten A und B_1 mit der Mitte zwischen A_1 und B zusammenfällt. — Was ferner die Bezeichnung betrifft, so ist die Verwendung der grossen lateinischen Buchstaben zur Bezeichnung der Eigenschaften einer Grösse eben so schwerfällig wie irre führend. Man kann sich unter $U\alpha$ wol eine Function der Strecke α vorstellen, aber schwerlich die Richtung von α, wie es verlangt wird. Dass die Quaternion $\frac{\beta}{\alpha}$ aus einem Scalar- und einem Vectortheile besteht, wird so ausgedrückt:

$$\frac{\beta}{\alpha} = S\frac{\beta}{\alpha} + V\frac{\beta}{\alpha}.$$

Noch schwieriger wird das Verständniss, wenn diese Zeichen sich häufen, wie z. B. in den Formeln

$$VUq = \varepsilon \sin \varphi$$

oder gar:

$$TVUq = \sin \varphi .$$

Immerhin aber ist es schon im Interesse der Verbreitung allgemeinerer Anschauungen hinsichtlich der Rechnungsoperationen zu wünschen, dass auch die Quaternionentheorie in Deutschland mehr Beachtung finde als bisher, und das oben angezeigte Werkchen kann als ein sehr gutes Hilfsmittel zur Einführung in diesen Gegenstand empfohlen werden.

Waren. V. SCHLEGEL.

REISHAUS, Dr. TH. (Oberlehrer am Gymnasium zu Stralsund), Vorschule zur Geometrie. 1. Abth. Lehrbuch. 2. Abth. Wiederholungs- und Uebungsbuch. Leipzig 1879, B. G. Teubner. Preis: 1. Abth. 2 M, 2. Abth. 1,20 M.

Der Verf. ist zur Ausarbeitung dieser Vorschule von befreundeter Seite veranlasst worden, weil er schon seit Jahren die Jugend in der Quarta in der hier vorgetragenen Weise mit gutem Erfolg in die Geometrie eingeführt hat. Den Inhalt des Buches skizzirt der Verf. selbst folgendermassen: „Nach einer kurzen Einleitung, welche auf die Geschichte und die Grundlage der Geometrie hinweist, werden an vorzuzeigenden Körpern die geometrischen Grundbegriffe: Körper, Fläche, Linie, Punkt und der Begriff der Grösse geometrischer Gebilde deutlich gemacht und auf ihre Entstehung durch Bewegung hingewiesen. — Die Entstehung und die Eigenschaften der geraden Linie werden eingehend betrachtet, und von der Geraden aus entwickeln sich vor den Augen der Schüler naturgemäss und wie von selbst die gebrochene, die krumme Linie, die Ebene, der Kreis, der Winkel, die Dreiecke, die Vierecke, die Vielecke. Auge, Hand und Kopf sind dabei gleichzeitig in Anspruch genommen. Wahrheiten, die sich durch unmittelbare Anschauung oder durch Deckung beim Aufeinanderlegen ergeben, werden gemerkt und bilden ab und an die Grundlage zu einfachen Schlüssen. Die sonst so schwierig erscheinende Lehre von den Parallelen nimmt eine einfache und durchsichtige Gestalt an. — — Der zweite Abschnitt dient dazu, den Begriff der Gleichheit und des Verhältnisses zweier geometrischen Grössen klar zu stellen. — — Der dritte Abschnitt endlich lehrt einfache geometrische Constructionen. Aus der Art, wie die Gebilde hergerichtet werden, ergeben sich die sogenannten Congruenzsätze, und es wird an einigen Beispielen gezeigt, dass diese Congruenzsätze wieder den Grund zur Erkenntniss neuer Wahrheiten bilden. Dabei wird auf die übliche Form des Vortrags allmählich hingeleitet — in

der Absicht, dass nach Durcharbeitung der Vorschule der Unterricht in der Geometrie nach jedem andern Lehrbuche ertheilt werden kann." — — In dem Wiederholungs- und Aufgabenbuche will der Verf. zeigen, wie weit er das im Lehrbuche Vorgetragene vom Schüler reproducirt wünscht; es soll dem Schüler die Reproduction und dauernde Aneignung des Vortragenden erleichtern. In demselben sind sämmtliche Figuren in derselben Reihenfolge wie im Lehrbuche wieder abgedruckt, und die beigesetzten Fragen entsprechen dem Texte des Lehrbuchs.

Wenn wir nun ein Urtheil über die Ausführung des in der Vorrede Versprochenen abgeben sollen, so müssen wir erklären, dass wir Alles, was der Verf. zur Empfehlung seines Buchs gesagt hat, vollständig bestätigt finden. Der Verf. zeigt schon in diesem Elementarwerk, dass er nicht nur auf der Höhe seiner Wissenschaft steht, sondern dass er auch ein vortrefflicher Schulmeister ist. Der Vortrag ist ausserordentlich klar und wird nebenbei unterstützt durch sehr gute Figuren. Schon bei der geraden Linie ist deutlich erörtert worden, dass jede endliche Strecke verschwindend klein gegen die unendliche, also gegen sie nicht zu rechnen sei; sodann bei parallelen Geraden (die trotz Weinmeister als zwei Gerade in einer Ebene, welche sich, soweit man sie auch verlängern mag, nicht schneiden, definirt werden), dass der zwischen zwei parallelen Geraden liegende Theil einer Ebene verschwindend klein gegen den unendlichen Theil auf einer Seite einer Geraden sei. Hierauf gestützt wird die Richtigkeit des bekannten Euklid'schen Grundsatzes überzeugend nachgewiesen, wodurch, wie der Verf. sagt, die Lehre von den Parallelen eine einfache und durchsichtige Gestalt annimmt. Der Satz von der Winkelsumme eines Dreiecks wird dann durch Zuhülfenahme einer Parallelen, wie gewöhnlich bewiesen; aber auch ohne diese, indem an einer guten Figur gezeigt wird, dass zwei Winkel des Dreiecks und der Scheitelwinkel des dritten die ganze eine Seite der durch die Verlängerung der einen Dreiecksseite entstehenden unbegrenzten Geraden umfasst; demnach sei streng genommen die Winkelsumme um die Fläche des Dreiecks grösser, als $2R$; da aber schon der zwischen zwei Parallelen liegende Flächenraum gegen die Grösse der halben unendlichen Ebene nicht zu rechnen sei, so sei es gewiss auch die endliche Dreiecksfläche nicht, wie gross sie auch sei. Wir führen dies an, um zu zeigen, wie umsichtig und genau der Verf. bei seinen elementaren Erörterungen verfährt. Wo man auch aufschlagen möge, überall wird man Befriedigung in der Darstellung finden; weiter brauchen wir zur Empfehlung des Werkes nichts zu sagen.

Lübeck. Chr. Scherling.

Hauck, Dr. Guido (Professor der descriptiven Geometrie und Graphostatik an der königl. technischen Hochschule zu Berlin), **Die subjective Perspective und die horizontalen Curvaturen des dorischen Styls.** Stuttgart 1879, Verlag von Konrad Wittwer (147 Seiten, 2 Figurentafeln)*).

Indem wir es unternehmen, dieses Werk einer Kritik zu unterziehen, bemerken wir im voraus, dass unsere hier niedergelegte Ansicht auf einem gründlichen Studium desselben beruht.

Zu dieser Erklärung finden wir uns veranlasst durch die Stellung, die der Herr Verfasser des Buches einnimmt, den guten Ruf, den sich sein Name errungen, aber auch durch den besonderen Inhalt des in Rede stehenden Werkes. Es bezeichnet sich als eine Festschrift zur 50jährigen Jubelfeier der technischen Hochschule zu Stuttgart und ist der Anfang „einer Reihe von zwanglosen Heften", deren Erscheinen der Verfasser im Vorworte verspricht und welche sich „auf Formenästhetik, Planperspective, Reliefperspective und Beleuchtungslehre erstrecken sollen".

Der Verfasser sucht darzulegen, dass die perspectivischen Bilder, wie sie die Centralprojection gibt, „im allgemeinen zwar die rationellste Form der bildlichen Darstellung bilden, die allgemeinere Auffassung des Problems aber auch noch andere gleichberechtigte Darstellungsformen erkennen lasse". Der Eindruck, den das Buch macht, ist ein ungleich anderer und wir behaupten günstigerer, wenn man den ersten Theil ganz durchgelesen hat gegenüber dem, den man nach Durchlesung der ersten Paragraphe empfängt. Anfangs hat es nämlich den Anschein, als hätte es sich der Verf. zur Aufgabe gestellt, die bisher für unanfechtbar gehaltenen Principien der auf Centralprojection beruhenden Linearperspective als hinfällig zu erklären. Die letzteren Paragraphe aber zeigen eine versöhnlichere Ansicht; sie lassen die centralperspectivischen Bilder zuerst zwar nur gleichberechtigt neben den aus dem Systeme des Verf. abgeleiteten Bildern bestehen, zu Ende des 1. Theiles aber wird ihnen sogar die Suprematie eingeräumt.

Und indem wir die versöhnliche Stimmung, in die der Verf. gegen Ende des 1. Theiles gekommen ist, gern auf uns einwirken lassen, gestehen wir, dass das ganze Buch äusserst anregend, mit viel Geist und auf viel Wissen basirend geschrieben ist, müssen aber gleichwol bemerken, dass wir den darin entwickelten Hauptprincipien nicht beipflichten können.

Wie uns § 8 belehrt nimmt der Herr Verf., was die Erfassung der Aufgabe eines Perspectivbildes betrifft, einen andern Standpunkt

---

*) Obschon dieses Werk nicht für die Schule bestimmt ist, glaubten wir doch, eine Besprechung desselben unsern Lesern und speziell den Lehrern des Zeichnens, wegen der darin ausgesprochenen Principien, nicht vorenthalten zu sollen. D. Red.

ein als der ist, den wir einnehmen und den man gewöhnlich einnimmt. Wie er richtig bemerkt, ist „die Definition der Abbildung eines Naturobjectes, die auf künstlerischen Werth Anspruch machen will“, nicht so leicht. Er versteht darunter „die freie Wiedergabe des Eindruckes, den das Auge und die Seele von dem Naturobjecte empfängt“, also eine Wiedergabe des „subjectiven Anschauungsbildes“. Wir sagen: Die perspectivische Abbildung hat die Aufgabe, auf das Auge des Beschauers (bei demselben nur ein Auge, was auch Herr Hauck annimmt, vorausgesetzt) denselben Eindruck zu machen, wie das dargestellte Object selbst ihn hervorrufen würde, also ein mit diesem gleiches subjectives Anschauungsbild zu erzeugen. Eine getreue Wiedergabe des letzteren sehen wir in der Abbildung nicht und erkennen ihr auch nicht die Nothwendigkeit zu, eine solche zu sein. Für eine oberflächliche Beurtheilung scheint zwischen unserer, d. i. der allgemeineren, und der Ansicht des Verf. kein wesentlicher Unterchied zu sein und doch gehen hier unsere Wege auseinander. Uns genügen, und sie müssen es, die nach den Principien der Centralprojection angefertigten Bilder, während sie dem Verf. nicht genügen. Er findet infolge dessen die Vorwürfe, welche die Künstler der constructiven Perspective gern machen, zum grossen Theile gerechtfertigt und schreibt den Abweichungen, welche man an von Künstlern herrührenden Bildern in perspectivischer Beziehung oft wahrnimmt und als „künstlerische Freiheiten“ in den Kauf zu nehmen gewohnt ist, eine innere, ja geometrische Berechtigung zu.

Um die Eigenschaften des in einem ein Object beschauenden Auge sich bildenden „subjectiven Bildes“ kennen zu lernen, bringen die §§ 2 bis 7 eingehende Betrachtungen über die Physiologie des Auges, über die physischen und psychischen Vorgänge beim Sehen. Wir erfahren da eine Menge Interessantes; das hier Gegebene stützt sich auf die von den hervorragendsten Physiologen (wie Helmholtz, Wundt u. A.) gemachten Beobachtungen, und es kann uns wol nicht einfallen, dasselbe anzuzweifeln. Als das interessanteste und wesentlichste Ergebniss der in den genannten Paragraphen angestellten Untersuchungen ist wol anzusehen, dass gerade Linien im allgemeinen curvirt erscheinen. Wir acceptiren auch dieses und können uns nur insofern in die Reihe jener Leser des Buches stellen, von denen der Verf. besorgt, dass sie „nach dem § 5 ungläubig den Kopf schütteln“, insofern es sich um die Wiedergabe der Curvaturen im objectiven Bilde, in der perspectivischen Zeichnung handelt. Denn da ein solches nach den Principien der Centralprojection angefertigtes Bild das Auge an die Stelle des Projectionscentrums versetzt, unter denselben Umständen angesehen wird, wie das dargestellte Object, wenn es vorhanden wäre, angesehen werden würde, erscheinen uns die dabei ins Spiel tretenden physiologischen und psychologischen Vorgänge ziemlich irrelevant.

Nun bestreitet freilich der Verf. des Buches, dass beim Betrachten eines Bildes jene Umstände zutreffen, die wir voraussetzen. Erstens sagt er, die Gestaltung des Bildes ist ja von der Wahl der Bildebene abhängig. Dies ist richtig. Allein in der Linearperspective wird gelehrt: Man gebe der Bildebene eine solche Lage, dass der zur Mitte oder wenigstens nahe zur Mitte des Objectes führende Sehstrahl (der Hauptstrahl) zu ihr normal steht. Dann wird auch das Auge beim Beschauen des Bildes wieder nahezu und leicht an die Stelle gebracht werden können, die bei der Construction des Bildes das Projectionscentrum eingenommen hat. Man hat nun darauf zu sehen, dass 1) die äussersten Sehstrahlen des so entstehenden Sehkegels den zulässigen Winkel nicht überschreiten, und 2) das beschauende Auge in die Distanz von dem Bilde gebracht werden kann, in welcher gewöhnlich Bilder von der Art des anzufertigenden betrachtet werden — Umstände, welchen in der bisherigen Linearperspective vollinhaltlich Rechnung getragen wird. Es erscheint uns hierbei nicht einmal nöthig, dass das Auge als ein starrer Punkt angesehen und genöthigt wird, das ganze Bild auf einmal aufzunehmen und „seelisch zu erfassen“. Es kann vielmehr als ein in sich selbst verdrehbarer Punkt betrachtet werden, dessen Bewegungen allerdings an gewisse Grenzen gebunden sind, so dass der vom Auge ausgehende mittlere Sehstrahl von einer Partie des Bildes zur andern schreiten und davon das Netzhautbildchen stets auf die wirksamste Stelle der Netzhaut des Auges fallen kann. — Es wäre in der That gleichgiltig, welche Lage man der Bildebene bei der Anfertigung eines perspectivischen Bildes geben würde, wenn es möglich wäre, das Auge beim Beschauen in die gleiche relative Lage wieder zu bringen. Dies ist aber, ohne dem Bilde Instructionen über die richtige Aufstellung des Auges beigeben zu müssen, nur bei der angegebenen Aufstellung der Bildebene möglich.

Zweitens, und dies ist das Wesentlichere, bestreitet der Verf., dass ein Bild von einem Punkte aus betrachtet wird. „Beim Beschauen eines Bildes“, sagt er, „werden wir **vorerst** vor das Bild treten und unser Auge an eine Stelle bringen, die beiläufig mit dem Projectionscentrum übereinstimmt, um von hier aus das Gesammtbild zu betrachten und uns der **Totalwirkung** zu erfreuen. Dann aber interessirt es uns auch, die einzelnen Details des Bildes genauer zu inspiciren, zu welchem Zwecke wir den ursprünglichen Standpunkt verlassen und unser Auge unwillkürlich der jeweilig betrachteten Partie des Bildes gegenüber placiren“. Nun dies scheint recht plausibel. Gut! Man hätte also von einem Bilde zu verlangen, dass es von einem fixen Punkte aus betrachtet einen günstigen Totaleindruck mache, und dies soll der erste Eindruck sein, den das Auge aufnimmt, dann aber auch, dass die Details für das vor ihnen wandernde Auge sich günstig präsen-

tiren. Würde es ein solches Bild geben, so würden wol auch wir uns nicht besinnen und demselben den Preis der Vollkommenheit zuerkennen, allein ein Bild kann eben auch nicht „zween Herren dienen“. Entweder es gibt von einem Punkte aus betrachtet einen richtigen Gesammteindruck oder es gestattet Detailstudien, dann aber wird die „Freude am Totaleindrucke“ wieder nicht gross sein. Kann also ein Bild nicht beiden Anforderungen genügen, so genüge es der wichtigeren, und als solche erscheint uns die vom Verf. selbst vorangestellte: einen günstigen Totaleindruck von einer Stelle aus zu machen. Dem entsprechen aber die Bilder, nach dem Principe der Centralprojection angefertigt, vollkommen, wenn dabei jene Umstände in Rücksicht gezogen werden, auf welche oben hingewiesen wurde. Es will uns auch scheinen, dass es meist der Hauptzweck eines perspectivischen Bildes sei, einen günstigen Totaleindruck zu machen und nicht der, Detailstudien zu dienen.

Im mittleren Absatze der Seite 6 gibt der Verf. zu, dass ein nach dem Principe der „Centrität“ angefertigtes Perspectivbild einen angenehmen Eindruck machen kann, auch dann, wenn das Auge nicht genau im Projectionscentrum sich befindet, und glaubt, den Widerspruch übersehend, in dem er sich da zu kurz Vorhergesagtem befindet, der Grund sei nicht im Principe der Centrität zu suchen. Wir glauben aber doch ihn darin finden zu sollen und namentlich in der geringen Verschiedenheit, die perspectivische Bilder zeigen, die für wenig verschiedene Stellungen des Projectionscentrums angefertigt werden. Im § 7 meint der Verf., dass wir in Folge des uns anerzogenen Collinearitätsbewusstseins zu sehr an der geraden Linie hängen und sie als gerade sehen zu müssen glauben, weil wir wissen, sie ist gerade. Am meisten sei das Collinearitätsbewusstsein entwickelt bei Mathematikern, weniger bei Künstlern, Frauen, überhaupt bei Naturmenschen (!). Und ähnlich sei es mit dem Vertikalitätsbewusstsein bestellt, welches noch stärker in uns entwickelt ist.

Im Verlaufe des § 8 und mit Rücksicht auf die gegebenen Erklärungen kommt der Verf. dazu, die Frage aufzustellen, welche Eigenschaften ein auf einer ebenen Bildfläche gezeichnetes Bild haben soll, und findet, es seien die in den folgenden Punkten ausgesprochenen:

1. Die scheinbare Grösse einer Strecke ist proportional dem Gesichtswinkel.

2. Jede Gerade erscheint wieder als Gerade.

Die beiden hier ausgesprochenen Principien bezeichnet der Verf. als die der Conformität und Collinearität und beweist, dass ein Bild nicht beiden genügen kann. Es sei nun Aufgabe der Perspective einen Compromiss herzustellen, und demgemäss kommt der Verf. zu folgender eigenthümlicher Definition der Perspective. Sie lehrt „die Herstellung von Compromissen in dem Con-

flict zwischen den Bedingungen der Collinearität und Conformität zum Zwecke der bildlichen Darstellung von Naturobjecten. Je nachdem der Modus des Compromisses ausfällt, gebe es verschiedene perspectivische Systeme, zunächst zwei, das collinear-perspectivische, das mit der Centralperspective identisch ist und auch der Photographie zu Grunde liegt, und das vom Verf. aufgestellte conform-perspectivische System, bezüglich dessen uns § 10 das dabei zu beobachtende constructive Verfahren erläutert. Beide Systeme genügen den Bedingungen des geradlinigen Horizontes und der Vertikalität.

Nach dem Inhalte des § 10, der durch eine Zeichnung, das Bild einer vierfachen Reihe gleicher quadratischer Säulen noch mehr erläutert wird, denkt man sich das Auge, das hier vor der Mitte der Säulenreihe aufgestellt ist, als den Mittelpunkt einer Kugel, deren Halbmesser bezüglich seiner Grösse von der des anzufertigenden Bildes abhängig ist und projicirt das darzustellende Object aus dem Auge central auf die innere Fläche der Kugel.

Die durch das Auge gelegte Horizontebene schneidet die Kugel in einem grössten horizontal liegenden Kreise, die durch das Auge und die Vertikalkanten der Säulen gelegten Vertikalebenen in Vertikalkreisen (Meridianen). Nun wird die auf der Innenseite der Kugel liegend gedachte Zeichnung auf die Bildebene derart übertragen, dass der Horizontkreis und die Vertikalkreise in Gerade übergehen, deren Längen die rectificirten Kreise sind. Das auf diese Weise erhaltene Bild der erwähnten Säulenreihe zeigt nun statt einer geradlinigen Begrenzung der oberen und unteren Säulenenden eine curvirte und zwar convav gegen den Horizont zu. Auf uns kann das Bild beim besten Willen nicht den Eindruck der Natürlichkeit machen.

Dass das auf der Innenfläche der Kugel liegende ideale Bild mit der ebenen Bildfläche nicht in voller Richtigkeit zur Coincidenz gebracht werden kann, ist ohne Zweifel auch dem Verf. bekannt, er umgeht aber diesen Umstand gänzlich, da er ihm begreiflicher Weise für seine Zwecke unbequem ist. Da bei der so erfolgten Developpirung des Bildes in die ebene Bildfläche man sich das Auge mit bewegt denken muss, damit es stets in derselben relativen Lage gegen die einzelnen Elemente des Bildes sich befinde, in der es anfangs war, als das Bild sich noch auf der nicht ausgebreiteten Kugelfläche befand, kann das so erhaltene conform-perspectivische Bild für keine einzelne Stellung des Auges einen richtigen Totaleindruck machen, sondern das Auge ist gezwungen, bei der Betrachtung des Bildes fortwährend zu wandern und zwar aus vom Verf. weiter entwickelten Gründen längs des Horizontes und von da aus auf- und abwärts. Den Ansichten, die Herr Hauck vom Betrachten eines Bildes hat, entspricht dies nun allerdings, insofern aber auch nur, als er auf einen günstigen Totaleindruck verzichtet.

§ 12 beschäftigt sich mit den Verzerrungen, welche perspectivische Bilder zeigen, mögen sie nach dem einen oder andern Principe angefertigt sein und welche um so auffallender werden, je mehr man sich den Grenzen des Bildes nähert. Die Bilder der collinearen Perspective zeigen Verzerrungen in conformer, jene der conformen Perspective in collinearer Beziehung. Verf. findet, dass in dieser Beziehung kein System dem andern etwas vorzuwerfen hat, dass es auf das dargestellte Object ankommt, welche Verzerrungen leichter zu ertragen sind, findet aber doch nach einigen Betrachtungen, in welche auch ein historischer Rückblick über die Entwicklung der Perspective aufgenommen ist, dass die conforme Perspective eher den Sieg davonzutragen geeignet ist.

Von Interesse ist der Inhalt des § 16. Er bespricht den schon Eingangs dieser Abhandlung von uns erwähnten Umstand, dass das Bild von einem beschauenden Auge wieder unter denselben Verhältnissen betrachtet wird, wie das dargestellte Object betrachtet werden würde, und dass infolge dessen die dem Bilde innewohnenden „immanenten Eigenschaften eine „scheinbare Modification erleiden", was der Verf. als „Wirkung der Illusion" bezeichnet. Er legt dieser Wirkung der Illusion keinen besonderen Werth bei, constatirt aber, dass die Bilder der collinearen Perspective von dem Einflusse der Illusion gänzlich befreit sind und gesteht hiermit denselben einen Vorzug vor jenen der conformen Perspective zu. —

„Doch genug endlich des Zwiespalts!" ruft der Verf. im § 17 aus und findet, indem er die von uns gleich anfangs erwähnte versöhnliche Stimmung entwickelt, dass bei gewöhnlich gewählter Augendistanz, die einem Gesichtswinkel von 30—36^0 entspricht, die Bilder der conformen Perspective von denen der collinearen sich nicht viel unterscheiden, und schafft aus der Combination beider Systeme die absolute Perspective. Er findet endlich es sei schon viel gewonnen, wenn an den Bildern der collinearen Perspective gegen den Rand hin Correctionen im Sinne der conformen Perspective angebracht würden.

Wir constatiren, dass wir diesen 1. Theil mit grossem Interesse durchgelesen haben, dass wir aber nur der auf der Centralprojection basirenden Collinearperspective die Herrschaft einräumen können und glauben mit dem Verf., „dass die Perspective zu einer weiteren Stufe, die in der Aufnahme der Curvaturen gelegen wäre, es auch mit der Zeit nicht mehr bringen werde".

Noch müssen wir des § 18 Erwähnung thun. Er behandelt die Abbildung auf gekrümmten Flächen, namentlich convexen, wie solche in der Keramik vorkommen. Mit Recht beklagt es der Verf., dass in den Lehrbüchern der Perspective über die Abbildungen auf solchen Flächen nichts zu finden ist und können wir demselben vollinhaltlich beipflichten, dass hier die conforme Perspective

am Platze ist, da ja ganz gewiss ein Gefäss mit auf convexer Oberfläche gemalten Darstellungen nicht wie ein ebenes Bild betrachtet, sondern während des Beschauens gedreht wird, wodurch immer eine andere Stelle des Bildes vor das beschauende Auge zu stehen kommt.

Als Anhang ist dem 1. Theile eine kurze Abhandlung „über physische und psychische Formenfreude" beigegeben. Bei dem Umfange, den wir der Besprechung des 1. Theiles gegeben haben und weil der Herr Verf. diesen Abschnitt selbst als „Fragment" betrachtet sehen will, unterlassen wir es darauf näher einzugehen.

Der zweite und kleinere Theil des Werkes beschäftigt sich mit den Curvaturen, welche nach allgemeinerer Ansicht von Pennethorne, wie Herr Hauck aber nachweist, von J. Hoffer an mehreren classischen Bauten Athens namentlich dorischer Ordnung gegen Ende der dreissiger Jahre entdeckt wurden. Diese Curvaturen, die man sonst für gerade Linien ansah, finden sich sowol am Gebälk als auch am Unterbau und wurden durch sorgfältige Messungen am Parthenon, aber auch am Theseion und den Propyläen nachgewiesen.

Verf. kritisirt nun die Erklärungen, welche mehrere der hervorragendsten Kunsthistoriker und Kunstkritiker für diese Curvaturen gegeben haben, findet aber keine stichhaltig genug. Er sucht das Motiv, das die Hellenen bei der Anbringung der Curvaturen geleitet haben mag, in dem Wesen des dorischen Styles selbst und kommt zu folgender Erklärung: Während im allgemeinen an der Hauptfront des griechischen Tempels die Triglyphen entweder über der Mitte der Säulen oder der Zwischenräume zwischen denselben stehen, konnte dies bei den Ecktriglyphen nicht mehr eingehalten werden und es musste so eine Störung in dem harmonischen Eindrucke, den das Ganze machen sollte, hervorgerufen werden. Die Griechen haben nun, geleitet durch ihr feines Gefühl, ohne den Besitz jener Kenntnisse, welche unser „Reissbrett-gelahrtes" Zeitalter verlangt, auf die verschiedensten Mittel gedacht, diesen „Ecktriglyphenconflict" auszugleichen. Das wirksamste Mittel dürfte in der Intercolumnienverjüngung zu finden sein, die sich an der Hauptfront des Tempels gegen die Ecken hin findet; auch die Verschiebung der Triglyphen, so dass sie nicht mehr genau über der Mitte der Säulen resp. der Intercolumnien stehen, ist als ein Ausgleichsmittel anzusehen; das nicht unwirksamste aber erblickt Verf. in der Anbringung der Curvaturen, schreibt denselben also ein rein perspectivisches Motiv zu. Nach Hauck sind die Curvaturen „Juncturen, denen im perspectivischen Organismus die Aufgabe zufällt, die in Conflict gerathenen verschiedenen Verjüngungsgrade der Intercolumnien und Metopenbreiten mit einander zu verknüpfen."

Man kann nicht umhin die gegebene Erklärung als geistreich zu bezeichnen und das eingehende Studium der Fachliteratur von

Seite des Herrn Verf. höchst anerkennenswerth zu finden. Mehr als gewagt scheint es uns aber, auch die Säulenenthasis auf rein perspectivische Gründe zurückzuführen und die statischen Erklärungsgründe, die doch viel plausibler erscheinen, verläugnen zu wollen.

Wir sehen der versprochenen Fortsetzung des Werkes mit Spannung entgegen.

Wien. JOSEPH MEIXNER,
Oberrealschulprofessor, früher Assistent bei der Lehrkanzel für descriptive Geometrie an der k. k. technischen Hochschule zu Wien.

FISCHER, Dr. F. (Docent an der technischen Hochschule in Hannover und Mitredacteur von Dingler's polyt. Journal), Die chemische Technologie des Wassers. 2 Lieferungen. Braunschweig. Vieweg und Sohn, 1876. 403 S. Preis 3,60 ℳ.

Die Lehrer der Chemie und Physik erhalten hier von einem unserer früheren Mitarbeiter ein vorzügliches Buch über einen Gegenstand, den jeder zu kennen glaubt, aber von dem wol nur wenige etwas Gründliches wissen. Das Buch schliesst sich eng an das gleichnamige Buch von Bolley („die chemische Technologie des Wassers" 1862) an, geht aber weit darüber hinaus, indem es schon im Umfange das Bolley'sche Werk (9 Bogen) um 17 Bogen übertrifft; die Holzschnitte (bei Bolley 80) sind auf 270 angewachsen. Es ist zugleich bestimmt zur Einreihung in die Bände von Bolley-Birnbaum's „Handbuch der chemischen Technologie". Es fasst die verschiedenen in Büchern und Zeitschriften zerstreuten Aufsätze zusammen und bringt sie zu einheitlicher Darstellung. Besonders eingehend ist das „Trinkwasser" behandelt, und jeder weiss ja, welch wichtiger Sanitätsfactor dasselbe im wirthschaftlichen Haushalte der Menschen ist. Uns haben noch besonders interessirt die Kältemischungsapparate*) und die Eisschränke, die sich der Lehrer der Chemie und Physik für seinen Haushalt sehr leicht aus einer Kiste billig und wirksam herstellen kann. Nicht minder ausführlich ist das zum Speisen der Dampfkessel bestimmte Wasser besprochen. Das Buch sei daher den Fachgenossen angelegentlich empfohlen. Die Ausstattung desselben ist die vorzügliche Vieweg'sche. H.

*) Dies hatte einen besondern Grund: in einer Stadt, wie Hamburg, wo durch die weiseste (?) Bauordnung der Welt die Einwohner auf einen Kellerraum verzichten müssen, ist im Sommer ein Eisschrank fast unumgänglich nothwendig, besonders für die Bewohner höherer Etagen.

MÄDLER, Dr. J. H. v. (weiland kaiserl. russischer wirkl. Staatsr., Dir. a. D. der Sternw. Dorpat etc. etc.), Der Wunderbau des Weltalls oder populäre Astronomie. Siebente Aufl. Neu bearbeitet und vermehrt von Prof. Dr. W. KLINKERFUES (Dir. d. Sternw. zu Göttingen). Nebst einem Atlas, astron. Tafeln, Abbildungen und Sternkarten enthaltend, und dem Bildnisse des Verfassers. Berlin, 1879. E. Bichteler & Co., Hofbuchhandlung. gr. 8⁰. VIII u. 748 Seiten. Preis 11 *M.*

(Schluss.)*)

Der zehnte Abschnitt, „Die Fixsterne“, S. 418—495, führt uns aus unserem Sonnensystem in die weiten Fernen hinaus, wo andere Sonnen leuchten, die uns nur als Punkte am Himmelsraum erscheinen. Es wird über die (scheinbare) Grösse, über ihre Farben, über ihre Eigenbewegung, über die Milchstrasse (ein mit Millionen Sternen erfüllter Ring oder noch wahrscheinlicher ein System von concentrischen Ringen), über die Centralgruppe jenes Fixsternsystems, dem unsere Sonne angehört, über veränderliche Sterne, über das Vorhandensein nichtleuchtender Weltkörper ausserhalb unseres Planetensystems u. s. w. das Nöthige angeführt und die verschiedenen Hypothesen erwogen. Den Schluss bildet ein Verzeichniss der Helligkeit von mehr als 200 Fixsternen nach neueren Beobachtungen. Gegen die früheren Auflagen (uns liegt freilich nur die zweite vor) zeigt namentlich dieser und der folgende Abschnitt sehr wesentliche Vermehrungen und Verbesserungen.

Der elfte Abschnitt, „Die Nebelflecke und die ihnen ähnlichen Bildungen“, S. 495—527, behandelt einen der anziehendsten Gegenstände der Sternenwelt. Er beginnt mit einer historischen Auseinandersetzung; dann folgt die Eintheilung der Nebel in Classen. Ein grosser Theil der Nebel löst sich im Fernrohr in einen dichten Haufen von Sternen auf, diese Nebel heissen Sternhaufen; andere widerstehen auch im kräftigsten Fernrohr einer solchen Auflösung, zeigen aber doch, dass sie aus Sternen bestehen, wie etwa ein Getreidehaufen aus einer gewissen Entfernung zwar nicht mehr die einzelnen Körner unterscheiden, aber doch erkennen lässt, dass er aus solchen bestehe. Endlich gibt es welche, bei denen auch dies nicht mehr stattfindet, die aber wieder zweierlei sind, in ihren Umrissen sehr unregelmässige und regelmässig kreisförmig oder elliptisch begrenzte. Die unregelmässig begrenzten müssen ebenfalls Sternhaufen sein; denn es ist nicht anzunehmen, dass sie sich Jahrhunderte lang so erhalten konnten, während ein Sternhaufen jede beliebige Gestalt haben kann. Die unauflöslichen Nebel von regelmässiger Gestalt dagegen erklärt Mädler im Einklang wol mit allen Astronomen, aber im Gegensatz mit seiner S. 382 angeführten Behauptung als „Sternmaterie“, wofür schon die scharfe Abrundung spreche,

*) s. I. S. 297—304 und II. S. 377—386. D. Red.

da man nicht annehmen kann, „dass sich bei der unzähligen Menge gleich möglicher Formen unter 2500 die der planetarischen Nebel 78mal wiederholen werde". Manche dieser Nebel und Sternhaufen mögen unserem Fixsternsystem angehören, die unauflöslichen Sternhaufen dagegen bilden jedenfalls eigene Fixsternsysteme, die einem Beobachter innerhalb derselben wol einen ähnlichen Anblick gewähren würden, wie unsere Fixsternwelt (mit der Milchstrasse). Für die Entfernung dieser Welten sind zwei Millionen Jahre Lichtzeit nicht zu viel angenommen. Ueber die physische Beschaffenheit der Nebel lässt sich nur so viel sagen, dass selbst die unserem Fixsternsystem angehörigen keine Kometenmaterie sind, da sie selbstleuchtend sind. (Im Anhange führt Klinkerfues die Resultate spectralanalytischer Untersuchung der Nebel an.) Es folgt nun eine Beschreibung der vorzüglichsten Sternhaufen und Sternnebel.

Der zwölfte Abschnitt, „Die Doppelsterne", S. 528—592, behandelt diese merkwürdigen Weltkörper in sehr ausführlicher Weise. Nach einer historischen Einführung werden die Doppelsterne in optische und physische getheilt und ausführlich die Momente angeführt, die behilflich sein können, die einen von den andern zu unterscheiden. Die physischen Doppelsterne müssen dem Newton-schen Attractionsgesetze gehorchen und bei hinreichend sicheren und genügend zahlreichen Beobachtungen aus verschiedenen Zeiten muss sich ihre Bahn ableiten lassen. Das Gesetz der gleichen Flächenräume, wie die anderen Kepler'schen Gesetze gelten ja auch hier. Es wird versucht — nicht Regeln aufzustellen, um die Bahnen berechnen zu können — wol aber, einige Einsicht in die mathematische Aufgabe zu gewähren, wobei es denn, wie natürlich, ohne Differentialquotienten nicht abgeht. Es folgt nun eine Beschreibung der merkwürdigsten Doppelsterne. Es versteht sich von selbst, dass auch von der verschiedenen Farbe der Doppelsterne sowie von den mehrfachen Sternen das Nöthige angeführt wird.

Der dreizehnte Abschnitt, „Astronomische Chronologie", S. 592—672, zeigt zunächst, dass der Himmel mit seinen Gestirnen für das Alterthum, wie noch jetzt für alle uncultivirten Völker die alleinige Uhr und Kalender war, und dass er es mittelbar auch für die Culturvölker noch heute ist. Da nach Laplace's Rechnung sich der Tag seit Hipparch nicht um $\frac{1}{200}$ Secunde geändert, so ist der Himmel eine Uhr, die nie ein menschliches Kunstwerk an Regelmässigkeit und Sicherheit wird erreichen können. Ausführlich werden nun Aequatorial- und Horizontal-Sonnenuhren besprochen, dann gezeigt, wie man mit Hilfe einiger Fixsterne und deren Rectascension oder einer im Buche gegebenen Tafel ohne astronomische Instrumente bis auf 10 Minuten genau die Zeit zu jeder Nachtstunde finden könne und endlich Einiges über Uhren angeführt. Monat und Jahr kommen an die Reihe und nun wird der Kalender der Griechen, Hebräer, Römer (vor Cäsar und der julianische), ferner

die Gregorianische Kalenderverbesserung und der Kalender der Türken ausführlich besprochen*). Bei Besprechung der Gregorianischen Kalenderverbesserung wird nebenbei bemerkt, dass durch Weglassung eines Schalttages (des julianischen Kalenders) nach je 128 Jahren, statt dreier Schalttage in 400 Jahren der Kalender ganz mit dem Sonnenlauf übereinstimmend würde. Mädler meint, diese Verbesserung dürfte dann auch von den dissentirenden Osteuropäern angenommen werden. Wir glauben, die Vortheile dieser Verbesserung würden durch die Nachtheile der Einführung eines neuen Kalenders weit überwogen.

Der vierzehnte Abschnitt gibt einen „geschichtlichen Ueberblick", S. 623—682. Wir unterlassen es, über diesen Abschnitt ein Weiteres anzuführen und bemerken blos, dass die Uebersicht mit Beginn des gegenwärtigen Jahrhunderts abschliesst und auf die bei Westermann in Braunschweig in zwei Bänden erschienene „Geschichte der Himmelskunde von der ältesten bis auf die neueste Zeit" desselben Verfassers hingewiesen wird.

Es folgen nun S. 683—699 Erklärungen der dem Werke beigegebenen Tafeln. Diese sind: vier Tafeln geometrischer Figuren zum Texte, die beiden Mondhemisphären, Jupiter, Venus, mehrere Mondlandschaften, Darstellung der Doppelsternbahnen, Nebelflecke, Plejadengruppe, der gestirnte Himmel in zwei Blättern, endlich Zahlentabellen, enthaltend: die Elemente der grösseren Planeten, der Trabanten, der Doppelsterne, der kleinen Planeten, die berechneten Kometenbahnen, ein Verzeichniss der veränderlichen Sterne und der Doppelsterne.

Mit diesen Tabellen-Erklärungen ist das Mädler'sche Werk abgeschlossen; es fügt sich ihm jedoch noch ein Anhang des Herausgebers in zwei Abschnitten an. Wie wir gesehen, hat Herr Klinkerfues nur äusserst spärlich den Mädler'schen Text unterbrochen; er hat es, wie er in der Vorrede zu dieser Auflage sagt, für das Geziemendste gehalten, den Verfasser ausreden zu lassen und das Neue in besonderen Zusatzcapiteln zu behandeln. Da Mädler über Spectralanalyse und die neuen Ansichten über Sternschnuppen nicht

*) Für manchen Lehrer der mathematischen Geographie dürfte nachfolgende Bemerkung erwünscht sein. In allen mir bekannten Geographien für den Unterricht, ja selbst in populären Astronomien, Mädler und Müller (Kosmische Physik) ausgenommen, wird kurz angegeben, dass der Fehler des julianischen Kalenders bis Gregor XIII. 10 Tage betrug, also der Tag der Frühlingsgleiche auf den 11. März fiel. Nun ist die Länge des tropischen Jahres 365.24220 Tage, der julianische Kalender wurde 44 v. Chr. eingeführt und nimmt das Jahr zu 365.25 Tagen, also um 0.00780 Tag zu lang an. Von Julius Cäsar bis zur Gregorianischen Kalenderverbesserung im Jahre 1582 verflossen demnach 1626 Jahre; der Fehler müsste also 13, nicht 10 Tage betragen. Macht sich nun ein Schüler, wie doch nahe liegt, an die Rechnung, so wird er ganz irre. Es wurde aber von dem Concil zu Nicäa 325 der damals 3 Tage betragende Fehler corrigirt, jedoch ohne die Fehlerquelle zu beseitigen. Also betrug der Fehler zu Gregor's Zeiten (1582—325) 0.00780, was 9.8 Tage ausmacht.

spricht, so bildet der Anhang Klinkerfues' eine wesentliche Ergänzung und Vervollständigung des Werkes und, für sich betrachtet, eine kleine, lichtvolle, populäre Abhandlung über die genannten Theile. Wir wollen diesen Anhang kurz skizziren.

Der fünfzehnte Abschnitt beschäftigt sich mit der „Spectralanalyse", S. 700—739. Die Erscheinungen des Lichtes beruhen auf einer schwingenden Bewegung. „Es bestehen keine wesentlichen und die Analogie aufhebenden Unterschiede zwischen den Erscheinungen der Akustik und denen der Optik." Macht die Luft 258.65 Schwingungen in der Secunde, so hören wir das einmal gestrichene *c*, macht der Aether 800 Billionen Schwingungen in der Secunde, so sehen wir violettes Licht. Es werden nun die nothwendigsten Erklärungen (Wellenlänge, Fortpflanzungsgeschwindigkeit u. s. w.) gegeben, die Zerlegung des weissen Lichtes und die Brechung erläutert. Die Ursache der letzteren ist die verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen in den beiden Mitteln. Im Weltenraume ist diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit für alle Strahlen wegen der gleichmässigen Vertheilung des Aethers gleich; zwischen den Molekülen der Materie ist die Vertheilung des Aethers eine verschiedene und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht blos eine andere, sondern für verschiedenfarbige Strahlen eine verschiedene, daher das Spectrum. Die Fraunhofer'schen Linien entstehen, weil Strahlen von gewisser Brechbarkeit absorbirt werden. Jedes Gas, jeder Dampf hat sein besonderes Absorptionsspectrum. Spectralanalyse. Aber ein Gas, welches gewisse Strahlen absorbirt, ist auch gerade geeignet, solche Strahlen auszusenden, worauf die Umkehrung des Spectrums beruht. Es wird dies durch eine Vergleichung mit akustischen Vorgängen dem Leser näher gebracht; „die mitklingende Scheibe übt eine akustische Absorption aus". Nun werden diese Principien auf die Beobachtungen an der Sonne angewendet. Diese ist ein fester Körper von ungeheuer hoher Temperatur; das Spectrum dieses glühenden festen Körpers wäre also ein continuirliches, wie das glühender Körper überhaupt. Der Strahl geht aber durch die gasförmigen Hüllen, also Absorptionsspectrum. Es werden nun die Erscheinungen bei Sonnenfinsernissen (Umkehr des Spectrums beim Beginn und Ende der totalen Verfinsterung, Protuberanzen u. s. w.) auseinandergesetzt, die sich jetzt zu jeder sonnenhellen Zeit beobachten lassen. Bei Potsdam wird eine Sonnenwarte gebaut. Die Sonnenflecken sind Verdichtungsproducte aus Abkühlung, analog unseren Wolken. Da die Protuberanzen mit einer Geschwindigkeit von mehreren Meilen in der Secunde emporschiessen, so hat diese Bewegung Einfluss auf die Lage der Spectrallinien, die eine Verschiebung erleiden. (Doppler's Princip, der es auf den Ton der Pfeife einer vorbeifahrenden Locomotive anwandte.) Es wird nun über die Corona der Sonne, das Nordlicht, über Spectra der Fixsterne, der neuen und veränderlichen insbesondere, der Nebelflecke, der grösseren Planeten, des Mondes

und der Kometen gesprochen. — Der ganze Abschnitt ist im guten Sinne populär, ohne Phrasenhaftigkeit geschrieben. Man kann, abgesehen von der Erklärung mancher Erscheinung, als Resultat der spectral-analytischen Untersuchungen den Satz aufstellen: Trotzdem uns die Analyse manche Linien zeigt, zu denen uns vorläufig die sie erzeugenden Stoffe auf der Erde fehlen, vielleicht auch nicht vorhanden sind, trotzdem das Vorhandensein aller irdischen Elemente auf den Weltkörpern die Spectra derselben nicht nachweisen, sind doch im Wesentlichen die Elemente aller Körper, so weit wir immer vorzudringen im Stande sind, dieselben, wie die unserer Erde. Was frühere Forscher geahnt, die Spectralanalyse hat es bestätigt.

Der sechzehnte Abschnitt, „Sternschnuppentheorie", S. 740 bis 748, bildet den Schluss des Werkes. Wir führen als die Resultate der Erörterungen hier an: „Die Sternschnuppen sind feste Theilchen, welche durch die Anziehungen der Planeten von einem Kometen losgetrennt und in der Bahn desselben zerstreut worden sind. Die Kometen sind kosmische Wolken, gewissermassen Staubwolken grössten Maasstabes im Ganzen wie im Einzelnen, also auch der Staubkörnchen, deren Zwischenräume untereinander durch eine gasförmige, die drei hellen Linien zeigende Materie von sonst noch nicht hinreichender Beschaffenheit ausgefüllt wird. — Die Schweife sind auch eine Zerstreuung der Materie des Kometen, aber nicht in der Bahn, sondern im Radiusvector, wahrscheinlich in Folge elektrischer Abstossung von der Sonne. — Käme die Erde einmal mit einem Kometen selbst in Berührung, so würde dies zunächst einen ungemein reichen Sternschnuppenfall verursachen."

Was die Ausstattung des Werkes anbelangt, so ist diese eine würdige, der (lateinische) Druck ein kräftiger, die Ziffern, selbst bei Brüchen, deutlich, die Augen nicht anstrengend. Wir halten es nicht für die Aufgabe eines Referenten, Druckfehlern nachzustöbern; im Lesen bemerkt man so wenige, als man überhaupt bei sorgfältiger Correctur erwarten darf. Wenn auf S. 95 $G : g^2 = \sqrt{r} : \sqrt{R}$ aus $G^2 : g^2 = r : R$ gefolgert wird, so ist es wol nicht nothwendig, hervorzuheben, dass es g heissen sollte u. dergl. Nur eines wird der Leser des Buches arg empfinden, das nämlich, dass die mathematischen Figuren nicht in den Text aufgenommen sind. Ja auch den Zahlentabellen hätte füglich das Format des Buches und nur den Stern-, Mond- und Planetenkarten Kartenformat gegeben werden können. Wie unbequem es ist, welcher Zeitverlust damit verbunden, wenn man bei einem mathematischen Satz die Figur erst immer in der Tabelle nachschlagen muss, ist allgemein anerkannt, und die grosse Zahl, sowie das Folioformat der Zahlentabellen macht den Gebrauch des Buches schwerfällig. Ueberdies stehen die Figuren namentlich der ersten vier Tafeln, welche mit denen der älteren Auflage (vor uns liegt die zweite vom Jahre 1846) identisch sind, den letzteren an Deutlichkeit nach, ja hin und wieder ist ein Buch-

stabe ausgeblieben oder unleserlich geworden. Wir sehen wol ein, dass die Neuausführung der Figuren in Holzschnitt eine nicht unbedeutende Vergrösserung der Herstellungskosten verursacht hätte, um so mehr, als die eine oder die andere erst dem Format hätte angepasst werden müssen, aber es wäre dies ein des Werkes würdiges Opfer gewesen. Prof. Klinkerfues stimmt in dieser Anschauung mit uns überein; denn zu seinem Nachtrage sind die nöthigen Figuren im Texte aufgenommen. Sollte er eine neue Bearbeitung nochmals vornehmen, so wird er gewiss unserem Wunsche gerecht werden. Es dürfte sich dann auch empfehlen, die den höheren Gebieten der Mathematik und Mechanik entnommenen Sätze durch Wahl anderer Typen von dem übrigen Texte zu unterscheiden; es wäre dann möglich, diese Partien etwas weniger unvermittelt darzustellen, während doch Leser, die nur mit elementaren Kenntnissen ausgerüstet sind, sich leichter zurecht finden würden.

Wir haben uns bemüht, das Buch, wie es eines so bedeutenden Werkes würdig ist, nach allen Richtungen so zu besprechen, dass der Leser unseres Referats sich einen Begriff über Inhalt, Methode, Darstellungsweise machen kann. Sein Urtheil wird wol mit dem unsern übereinstimmen, das wir oben S. 298 abgegeben haben, dass wir es hier mit einem Werke, das in dem guten Sinne des Wortes populär geworden ist, zu thun haben, mit dem Werke eines Fachmannes, dem die Bedürfnisse des Laien bekannt sind. Es kann nicht fehlen, dass dieses Werk in seiner neuen Auflage mit der schönen Ergänzung Klinkerfues' den Kreis seiner Verehrer bedeutend erweitern und der Astronomie Freunde gewinnen wird. Unserer Ansicht nach sollte es wenigstens in keiner Bibliothek einer höheren Schule fehlen.

Wien. Dr. Pick.

Nachschrift der Redaction. Am Schlusse dieser ausführlichen Anzeige dürfen wir einen grossen Mangel dieses Werkes, der uns beim Gebrauch desselben sehr gestört hat und noch immer stört, nicht ungerügt lassen, den Mangel eines alphabetischen Registers. In einem Werke mit so vielen Zahlenangaben und geschichtlichen Notizen, Namen u. dergl. sucht man häufig Belehrung, aber man verirrt sich leicht in dem Labyrinthe, da, zumal bei dem knappen Inhaltsverzeichniss, die Wegweiser fehlen, und man wirft im schlimmsten Falle das Buch — ärgerlich aus der Hand. Hat doch selbst ein Alexander von Humboldt es nicht verschmäht, seinem Kosmos ein musterhaft genaues alphabetisches Register beigeben zu lassen! Ein solches (genaues und ausführliches!) alphabetisches Register ist auch immer eine Höflichkeit des Autors gegen seine Leser und eine Geschäftsklugheit des Verlegers. Dass bei einer eventuellen neuen Auflage Herausgeber und Verleger diese Höflichkeit nicht vergessen mögen, ist unser angelegentlicher Wunsch.

LOCKYER, J. NORMAN (Mitglied der Royal Society, corr. Mitglied des Instituts von Frankreich), Die Beobachtung der Sterne sonst und jetzt. Autorisirte deutsche Ausgabe. Uebersetzt von G. Siebert. Mit 217 in den Text eingedruckten Holzstichen. Braunschweig. Druck und Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn. 1880. (XVIII. 552 S.) Preis 18 ℳ.

Dieses Buch gehört zu jenen, welche eine auch nur einigermassen mit den nothwendigen Mitteln ausgestattete Schulbibliothek unter allen Umständen anschaffen sollte. An guten astronomischen Lehrbüchern sowol für populäre Zwecke als auch für das Studium der eigentlichen Theorie fehlt es uns ja nicht, allein die Beobachtungstechnik muss in solchen Werken stets hinter den anderen Theilen zurücktreten. Eigentlich wissenschaftliche Monographien gegentheils, wie z. B. Carl's Instrumentenkunde, Sawitsch's praktische Astronomie u. s. w., stellen an den Lernenden viel zu hohe Anforderungen, als dass denselben Jemand, der nicht gerade Astronom von Fach werden will, gerecht werden könnte. Das neue Werk von Lockyer nun, durch dessen deutsche, in bekannter Weise vortrefflich ausgestattete, Ausgabe die Verlagsbuchhandlung ihren vielen Verdiensten ein weiteres hinzugefügt hat, füllt die erwähnte Lücke auf's Beste aus. Insbesondere schätzen wir es hoch, dass der Verf. der älteren Beobachtungskunst, wie sie bei Hipparch, Ptolemäus und in relativ klassischer Form bei Tycho Brahe auftritt, ein selbstständiges Kapitel gewidmet hat; denn wenn schon durch die modernen Vervollkommnungen ganz andere uud bessere Zustände geschaffen worden sind, so wird der Leser im Allgemeinen doch ein weit gründlicheres Verständniss dessen erreichen, was durch die rationelle Betrachtung des gestirnten Himmels erreicht werden soll, wenn er mit dem Studium jener primitiveren Methoden beginnt und erst allmählig die Reformen kennen lernt, welche im Laufe der Jahrhunderte als nothwendig sich herausstellten. Damals war Alles unmittelbar, directer, wenn man will, naiver; ein Blick auf die Figur legt sofort dar, auf was der Beobachter eigentlich hinauswollte, während heutzutage den Instrumenten und Verfahrungsweisen so viel minutiöses, aber durch den Fortschritt der Wissenschaft gebieterisch gefordertes, Beiwerk anhaftet, dass der Anfänger Mühe hat, das Princip aus der Umhüllung herauszuschälen. Von dieser ältesten Zeit des Beobachtens mit unbewaffnetem Auge wendet sich der Verf. zur Dioptrik des Auges und der Fernröhre, schildert das Wesen der Refractoren und Reflectoren, die Verfertigung von Linsen und Spiegeln und wendet sich alsdann weiter von den optischen zu den mechanischen Vorbedingungen richtiger astronomischer Beobachtungen. Ein ausführlicher Abschnitt handelt von Uhr und Chronometer, sowie von den Mitteln, Kreiseintheilungen herzustellen, abzulesen und vermöge mikrometrischer und chronographischer Vorrichtungen die Durchgänge der Sterne zu fixiren. In mehr mono-

graphischer Darstellung folgt eine Charakteristik der wichtigsten Instrumente, insbesondere des Passageninstrumentes und des Aequatoreales. Dem weiten Gebiete der physikalischen Astronomie thut sich die sehr umfangreiche Schlussabtheilung des Werkes auf. Photometrie und Thermometrie der Gestirne, Spektralanalyse und Sternphotographie sind es, die uns hier in einem allen Wünschen Genüge leistenden Maasse vorgeführt werden. Vielleicht könnte man nur — und das gilt so ziemlich für alle englischen Literaturproducte — die Arbeiten deutscher Forscher mehr gewürdigt wünschen; so hätte wol Zöllner's Astrophotometer (S. 421) eine Abbildung verdient, und auch bei Besprechung der euthyoptrischen Prismensysteme*) sollten die deutschen Leistungen (von Emsmann u. A.) nicht unerwähnt bleiben.

Derjenige Lehrer, der beim Unterricht in der astronomischen Geographie das Lockyer'sche Werk mit in die Klasse bringt und einzelne Abbildungen, die ja alle vortrefflich ausgeführt sind, den Schülern vorzeigt, wird dadurch einen weit besseren Erfolg erzielen, als durch die besten und ausführlichsten Beschreibungen. Für solche Ausstattung ist der Preis wahrlich nicht zu hoch.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Leuckart, Dr. etc. Rud., Die Parasiten des Menschen und die von ihnen herrührenden Krankheiten. Ein Hand- und Lehrbuch für Naturforscher und Aerzte. I. Band. 1. Lieferung (S. 1—336). Mit 130 Holzschnitten. 2. Auflage. Leipzig-Heidelberg, Winter'sche Verlagsbuchhandlung 1879. Preis 3,60 ℳ.

Von diesem ausgezeichneten und interessanten (1863 in 1. Aufl. erschienenen) Werke liegt hier die 2. Auflage (1. Lieferung S. 1—336) vor; ein vollständiger Bericht darüber kann erst nach dem Erscheinen des ganzen Werkes folgen. Aber der Verfasser hat auch, einem vielfach geäusserten Wunsche nachgebend, den allgemeinen Theil (S. 1—216) in einer Separatausgabe einem grösseren Leserkreise zugänglich gemacht unter dem Titel: „Allgemeine Naturgeschichte der Parasiten mit besonderer Berücksichtigung der bei den Menschen schmarotzenden Arten. Ein Lehrbuch für Zoologen, Mediziner und Landwirthe.“ Mit 91 Holzschnitten. Preis 4 ℳ.

Wenn der Herr Verfasser diesen allgemeinen Theil mit den Worten schliesst: „Vor allen Dingen aber ist es nöthig, die Lehre von den Parasiten und deren Entstehung in geeigneter Weise zu popularisiren und namentlich auch in der Volksschule einzuführen,“ so meint er jedenfalls, dass das Capitel von den Eingeweidewürmern ganz besonders im naturgeschichtlichen Unterricht berück-

*) Euthyoptrisch = à vision directe.

sichtigt werden solle, und wer wollte ihm hierin nicht beistimmen? Referent glaubt daher einer literarischen Pflicht nachzukommen, wenn er schon jetzt die Leser ds. Z. auf diese neue Auflage des ausgezeichneten Werkes und auf die Separatausgabe aufmerksam macht. Die Literatur ist reichlich bedacht und es ist uns nur das Eine aufgefallen, dass hinter der Diagnose und culinarischen Behandlung nicht auch die Therapeutik der Wurmkrankheiten berücksichtigt wird. Es müsste denn sein, dass der Verfasser diesen Punkt in einem besonderen Abschnitte des speziellen Theiles behandeln wollte; wir meinen aber, dass auch schon im allgemeinen Theile etwas darüber hätte mitgetheilt werden können, da derselbe ja auch für „Mediziner" bestimmt ist. H.

WIESNER (ord. öffentl. Professor der Pflanzenanatomie u. Physiologie a. d. Wiener Universität), Die Rohstoffe des Pflanzenreichs mit 104 anatomischen Holzschnitt-Abbildungen. Leipzig bei W. Engelmann, 1873. Lex.-Form. 825 S. Preis 15 ℳ

Es mag vielleicht manchem Leser recht befremdlich erscheinen, dass wir erst im Jahre 1880 auf ein vor sieben Jahren erschienenes Buch hinweissen, von einem Autor, der oft gewünscht, sein Werk möge in dieser Zeitschrift, in die er selbst Beiträge lieferte, zu Nutzen der Lehrer der Naturgeschichte angezeigt werden. Aber wir konnten trotz unsers Begehrs von der zähen Verlagshandlung ein Exemplar des Werkes nicht eher erhalten.

Das Buch gehört in die Kategorie derjenigen wissenschaftlichen Werke, auf welche wir die Leser d. Z. kurz aufmerksam zu machen pflegen, wie wir es bereits gethan haben mit Jordan's Messkunde und mit Fischer's Technologie des Wassers. Der Verfasser der „technischen Mikroskopie" (Wien 1867) und Leiter eines Instituts, an dem so viel Untersuchungsstoff zusammenfliesst, war wol vor Allen befähigt, ein solches Werk zu schreiben. In 20 Abschnitten werden die Rohstoffe des Pflanzenreichs behandelt, doch konnte der Verfasser beim Mangel an Vorarbeiten über viele Stoffe und bei der Stoffmasse Vollständigkeit nicht erreichen. Nur die für die europäische Industrie wichtigen oder Wichtigkeit versprechenden Rohstoffe sind eingehender behandelt; die übrigen nur quellenmässig namhaft gemacht, so dass der Wissbegierige nachschlagen kann. Manches dürfte wol auch übersehen sein; so z. B. suchten wir vergeblich „Cubebenpfeffer". Besonders interessant dürften den Mikroskopikern sein die Capitel über Stärke, Gummi und Harze. Grosse Abschnitte nehmen die Fasern, Rinden und Hölzer ein. Samen und Früchte wird auch der kleine Botaniker mit Gewinn studiren. Wir empfehlen dieses Werk besonders Lehrern der Waarenkunde an Handelsschulen, sowie künftigen Apothekern, auch zur Anschaffung in die Bibliotheken der Real-, Gewerbe- und Handels-Schulen. Ein Inhaltsverzeichniss und zwei alphabetische Register

erleichtern die Orientirung. Die Ausstattung ist eine noble. Eine neue Auflage würde gewiss bei dem raschen Anwachsen des naturgeschichtlichen Materials und bei der Ausdehnung wissenschaftlicher Reisen und des Handels in den letzten sieben Jahren eine sehr vermehrte sein müssen, und würde sie auch sein bei der bewährten Tüchtigkeit und dem Fleisse des Autors. H.

ARENDTS, Naturhistorischer Atlas. Dritte umgearbeitete und vermehrte Auflage, bearbeitet von Dr. F. TRAUMÜLLER (Oberlehrer am Nicolai-Gymnasium in Leipzig). 56 Tafeln mit 944 Abbildungen in Holzschnitt und erläuterndem Texte. Leipzig, Brockhaus. 1880. Preis ?*)

Dieser Atlas soll für die Naturgeschichte das sein, was der geographische Atlas für die Geographie ist — sagt der Prospect. Leider — muss man erwidern — ist es in der Geographie noch beim Alten. Unseres Erachtens ist der geographische Unterricht ganz anders zu ertheilen, als er bedauerlicher Weise jetzt noch immer ertheilt wird. Man legt dem Schüler den fertigen Atlas hin und hängt eine grosse (fertige) Landkarte an die Wand. Legt man ihm denn auch die fertige Ovidübersetzung oder das fertige lateinische Scriptum hin? Oder soll man ihm nach der dogmatischen Methode den fertigen geometrischen Lehrsatz (mit Beweis) oder die gelöste Aufgabe hinlegen? In der Geographie sollte vielmehr zuerst das Land (die Provinz, der Bezirk, der Heimathsort) nach der Zeichnung des Lehrers an der Wandtafel, mit dem Bleistift auf Papier, allmählich entstehen und dann erst sollte der Schüler das Bild auf dem Atlas zum Vergleich ansehen! Wir wundern uns jetzt über die frühere Art, geographischen oder naturhistorischen Unterricht zu ertheilen, als noch Landkarten eine Rarität waren oder — gänzlich fehlten, als man die Geographie und Naturgeschichte aus dem Buche erzählte (vorlas), wie Referent selbst in seiner Jugend zum Theil noch erlebt hat**). Nach hundert Jahren wird man — stetigen und natur-

---

*) Im Prospect ist der „ausserordentlich billige“ Preis des Atlas erwähnt, er ist aber weder auf dem Atlas noch im Begleitbriefe angegeben; es wäre endlich Zeit, dass die Herren Buchhändler ihre schon oft beklagte saloppe Art in der Angabe der Bücherpreise aufgäben.

**) Als 13—14jähriger Knabe hatte er mit einigen anderen Schülern einer (damals guten) sächsischen Dorfschule nach den Schulstunden jede Woche noch 1—2 sogenannte Nachstunden, in denen allerlei „gemeinnützige Kenntnisse“ — wie man es damals nannte — mitgetheilt wurden. Der Lehrer — ein in mathematisch-naturwissenschaftlichen Disciplinen völlig unbewanderter Candidat der Theologie —, der uns früh 2 Stunden lang mit unverdaulichem (nicht erbaulichem!) Religionsunterrichte marterte, las da etwas über den Löwen oder den Elephanten oder sonst ein anderes „Beest“ vor, und wenn die Riesenschlange den Löwen umschlang und ihn erdrückte, so war uns das äusserst grausig-angenehm! Das war nun schon weniger ein „gemeinnütziger“, als vielmehr ein „nichtsnütziger“ Unterricht!

gemässen Fortschritt der Methodik vorausgesetzt — sich wundern über unsere heutige Lehrart. Bei einem naturgeschichtlichen Atlas liegt aber die Sache noch anders. In der Geographiestunde ist es z. B., da das edle Geschlecht des „homo sapiens" die Eigenschaft der Allgegenwart nicht besitzt und die Luftschifffahrt leider noch unvollkommen ist, unmöglich, das betreffende Land unmittelbar anzuschauen. Hier müssen Zeichnungen den Naturkörper ersetzen. In der Naturgeschichte soll der Naturkörper, da irgend möglich — den Schülern vorliegen, und dann erst komme sein Bild, das vom Lehrer vor- und vom Schüler nachzuzeichnen ist. Die fertige Zeichnung möge man erst hinterdrein zum Vergleich ansehen. Sonach sind Atlanten nur Hilfs- und Repetitions- resp. Vergleichslehrmittel, vorausgesetzt, dass sie correct und zugleich zur Bildung des Geschmackes (der Aesthetik) künstlerisch ausgeführt sind. Sodann aber dürfte auf demselben Blatte nicht mehr wie ein Bild sein, das eben besprochene, um die Aufmerksamkeit nicht zu zersplittern. Es würden sich sonach für einen naturhistorischen Atlas Bücher mit herausnehmbaren Blättern (wie bei Stereographenbildern) empfehlen.

Ich sehe schon die grossen verwunderten Mienen, welche manche meiner Leser, und unter ihnen vielleicht auch Lehrer der Naturgeschichte, zu den vorstehenden Ansichten machen. Doch nur gemach, ihr Herren — etwas nachgedacht und ihr werdet einräumen, dass ich Recht habe, ja dass ich nichts Neues, sondern nur das sage, was Andere und vor Allem der tiefblickende und begeisterte Rossmässler vor mir schon gesagt haben.

Von diesem Gesichtspunkte aus nun betrachte ich den vorliegenden Atlas und kann ihm nur ein bedingtes Lob spenden, gemäss seiner Anwendung als Repetitionsmittel. Wenn ein Lehrer der Naturgeschichte denselben so brauchen wollte, dass er an seiner Hand entweder Bild für Bild oder auch nur mit Auswahl der Bilder den betreffenden Naturkörper besprechen wollte, so müsste ich ihn für einen Pfuscher in der Lehrkunst erklären.

Der Atlas enthält auf 56 Tafeln (30 cm à 24 cm) 944 uncolorirte Bilder (8 Tafeln mit 273 Figuren mehr als in der früheren Auflage), nämlich

I. Abtheilung (Tafel 1—38) Zoologie mit Berücksichtigung der Somatologie des Menschen;
II. Abtheilung (Tafel 39—49) Botanik;
III. Abtheilung (Tafel 50) Krystallographie;
IV. Abtheilung (Tafel 51—56) Geognosie mit Petrefactenkunde.

Aus dieser Uebersicht erkennt man schon die ungleichmässige Vertheilung, indem z. B. die Mineralogie gar nicht, die Krystallographie mit einer Tafel berücksichtigt ist. Wozu denn die Firma Mineralogie, wenn keine Mineralogie drin ist? Ist das nicht Täuschung?

Den Tafeln voran gehen 4 Bogen (32 Seiten) erläuternder Text, dessen Benutzung ungemein erschwert ist durch das nöthige Umwenden, ein Mangel, der auch bei dem anatomischen Atlas desselben Verlags recht fühlbar ist. Entging denn das dem Scharfblick des Verlegers?

Am besten ist dem Umfange nach die Zoologie bedacht. Das Capitel über Anatomie und Physiologie des Menschen ist dürftig, und man ist hier angewiesen auf den von derselben Verlagshandlung ausgegebenen Atlas der Anatomie von Dr. B. H. Obst (1876), in welchem — beiläufig gesagt — aus unnöthiger Prüderie die weiblichen Geschlechtstheile weggelassen sind (!), obschon der Atlas für Erwachsene bestimmt ist. Bessere Dienste leisten natürlich die Fiedler-Meinholdschen Tafeln, mit erläuterndem Text (Dresden 1875, 2. Auflage), in Verbindung mit den Bock-Steger'schen anatomischen Modellen, von denen leider recht schlechte Imitationen im Handel sind. Jeder Abbildung ist der (lateinische und deutsche) Name und eine Erklärung der einzelnen Theile beigegeben, ebenso die Grösse, wobei (sonderbar!) für m (Meter) gesetzt ist M (Mark)! Kennt denn der Herr Verfasser die gesetzlichen Bezeichnungen des Maasssystems nicht? (Vgl. d. Z. VIII, 396).

Die Zeichnung der Figuren ist, obschon klein, doch deutlich und sauber. Einzelheiten, z. B. der Umriss des Skeletts mitten im schattirten Vollkörper, sowie auch eigenthümliche Stellungen der Thiere, sind recht instructiv. Bei einzelnen Bildern hätten auch die Vergrösserungen angegeben werden müssen, z. B. Taf. III, Fig. 35 (Durchschnitt der Dünndarmwand).

In der Botanik vermisst man, weit mehr als in der Zoologie, die Farben (Colorirung). Das eben macht ja zum Theil diese Wissenschaft mit zur „scientia amabilis“. Schon in der Zoologie, bei den Insecten und Vögeln, wären sie oft zu wünschen. Bei einem physikalischen Apparate kann man auf die Farben verzichten, aber ein gefärbter Naturkörper ohne Farbe ist strenggenommen eine Halbheit. Aber was hindert nicht der „ausserordentlich billige“ Preis!

Der Mangel der Mineralogie wurde schon gerügt. Dürftig ist die Geognosie (die physikalische Geographie fehlt), ausgiebiger die Petrefactenkunde.

Ist sonach der Atlas weder vollständig noch auch anschaulich genug, so kann er doch für Zoologie und Botanik bei Repetitionen nützlich und auch für Dilettanten und Autotidakten brauchbar sein. Nur darf der Schüler bei Betrachtung eines Bildes sich nicht durch die Masse der übrigen stören lassen, z. B. auf Taf. 22 sind 9 Wad- und Schwimmvögel und 8 Körpertheile derselben apart. Ob die Zeichnungen durchweg auch correct sind, das wagt Referent hier nicht zu entscheiden, da dies eine sehr genaue und langwierige Untersuchung sämmtlicher Bilder erfordern würde.

Unser Gesammturtheil über dieses Lehrmittel lautet sonach

dahin, dass der Atlas, weil nach der landläufigen Methode bearbeitet, einen methodischen Fortschritt nicht aufweist, und, indem er die einzelnen Gebiete nicht mit gleicher Vollständigkeit behandelt, im Stoffausmaass nicht lückenlos ist.

Hinsichtlich der Zeichnungen jedoch verdient die Sauberkeit und künstlerische Ausführung der Bilder alle Anerkennung, wenngleich die Zeichnungen in Feinheit jene des anatomischen Atlas nicht erreichen. H.

Anatomisch-physiologischer Atlas der Botanik für Hoch- und Mittelschulen etc. in 42 colorirten Wandtafeln nebst Text, sowie 18 Supplement-Blättern für den akademischen Unterricht von Dr. Arnold Dodel-Port und Carolina Dodel-Port. 1. Lief.

Von diesem ausgezeichneten Anschauungslehrmittel liegt uns die 1. Lieferung vor. Sie enthält auf 6 Tafeln (grosse Blätter br 63 cm, h. 90 cm oder 7 à 10 cm):

1. Salvia sclarea, Muskateller-Salbei.
2. Cosmarium Botrytis, Alge.
3. Volvox globator, Algencolonie.
4. Mucor Mucedo, der Knopfschimmel.
5. Drosera rotundifolia, rundblättriger Sonnenthau.
6. Ophrys Arachnides, Orchidee.

Tafeln von solcher Grösse und künstlerischer Ausführung kommen freilich dem Ideale Rossmässler's näher, als Atlanten und Tableaus, wie jene von Arendts und Letoschek. Sie sind etwa an die Seite zu stellen den anatomischen Tafeln von Fiedler. Correct, instructiv und zugleich künstlerisch ausgeführt dienen sie sowol dem Unterrichte in der Botanik, als auch (mittelbar) dem Zeichnen. Wir kommen genauer auf sie zurück bei den anderen Lieferungen.

Hieran dürfte sich passend schliessen das von demselben Verfasser herausgegebene

Illustrirte Pflanzenleben, gemeinverständliche Originalabhandlungen über die interessantesten und wichtigsten Fragen der Pflanzenkunde, nach zuverlässigen Arbeiten der neuesten wissenschaftlichen Forschungen mit zahlreichen Original-Illustrationen in Lief. à 1 ℳ. Zürich, Verlag von C. Schmidt 1880. Lief. 1. Pilze des Rückfall-Typhus und Milzbrandes. Fleischfressende Pflanzen (S. 1—64). Lief. 2 Fortsetzung (S. 65—112).

In der 1. Lieferung dieses Werkes findet der Lehrer der Naturgeschichte und besonders der Mathematiker und Naturwissenschafter der sich nicht eingehend mit der Naturgeschichte beschäftigen kann, eine leicht lesbare Belehrung über die niederen Pilze und besonders über jene Gruppe derselben, welche die Ursache der Contagien ist. Dieses Capitel ist nicht nur interessant, sondern

äusserst lehrreich, ja ich möchte sagen für jeden Menschen höchst nothwendig, damit er seine unsichtbaren Feinde, inmitten denen er lebt und webt, kennen lerne. — Nicht minder interessant ist das Capitel von den fleischfressenden Pflanzen, über die wir schon ein lehrreiches Buch von Darwin besitzen. Wir werden auch über dieses Unternehmen in der Folge weiter berichten. H.

Taschenberg, Prof. Dr. E. L., Praktische Insektenkunde, oder Naturgeschichte aller derjenigen Insekten, mit welchen wir in Berührung kommen etc. Bremen 1879. I. Einführung in die Insektenkunde. Mit 46 Holzschnitten. Preis 3,80 ℳ. II. Die Käfer und Hautflügler. Mit 98 Holzschnitten.

Der Verfasser, bekannt als einer der ersten Entomologen, und durch viele andere Insektenwerke als tüchtiger Praktiker bewährt, übergibt in diesem Werke den reichen Schatz seines Wissens und seiner langjährigen Erfahrung in allverständlicher anziehender Form und guter Ausstattung zu Nutzen und Frommen Aller, die im täglichen Leben oder in ihrem Berufszweige mit der weitverbreiteten, allenthalben ihren Einfluss geltend machenden Abtheilung der Insekten in Berührung kommen. — Der erste Theil, der für sich ein abgeschlossenes Ganzes darstellt, enthält zunächst ein Capitel über den äusseren und inneren Bau, die Entwickelung der Insekten und deren Systematik. Im Weiteren werden folgende Ordnungen unterschieden: Käfer, Hautflügler, Netzflügler, Schmetterlinge, Zweiflügler, Kaukerfe, Schnabelkerfe, und als letzte Ordnung die dem praktischen Zwecke entsprechende, von Latreille adoptirte Ordnung der Parasiten. — Die folgenden Capitel behandeln sehr eingehend die einzelnen Abtheilungen, ihre Charakteristik, Bauart, Entwickelung, und geben ausführliche, besonders beachtenswerthe Anleitungen zum Fang, zur Zucht und Aufbewahrung derselben. Zuletzt folgt Systematisches mit ausführlicher Literatur, Bestimmungstabellen und Charakteristik der einzelnen Familien.

Der zweite Theil umfasst 151 Käfer und 42 Hautflügler, die durch Nutzen oder Schaden unser specielles Interesse erregen. Nach kürzerer Diagnose der zugehörigen Familie und Gattung folgt eine Beschreibung der einzelnen auch mit den gebräuchlichsten, theilweise passend neu gebildeten deutschen Namen benannten Arten und ihrer Metamorphose, begleitet von recht brauchbaren Abbildungen. Unter Benutzung auch der neuesten Beobachtungen und Erfahrungen werden dann Lebensweise, Feinde und bei den schädlichen Arten Schutz- und Vertilgungsmassregeln ausführlich erörtert, wobei manche tief ins Volk eingewurzelte Anschauung als irrig verwiesen werden muss.

Es dürfte dieses Werk, das wirklich eine Lücke der deutschen Literatur ausfüllt, bald jedem Landwirthe, Forstmann etc., vor allen Dingen auch jedem Lehrer der Naturwissenschaften ein unentbehrliches praktisches Nachschlagebuch werden.

Greiz. Dr. LUDWIG.

KOPPE, KARL, Professor, Leitfaden für den Unterricht in der Naturgeschichte. Sechste verbesserte und vermehrte Auflage, bearbeitet von Dr. Fr. Crämer, Oberlehrer an der Realschule I. O. zu Barmen. Essen, Bädeker. 1878. Preis 1,80 ℳ.

Die erste Abtheilung behandelt auf 72 Seiten die Zoologie und den Bau des menschlichen Körpers. Die Eintheilung ist nicht mehr recht zeitgemäss: die Reptilien werden zu den Amphibien, die Myriapoden zu den Crustaceen, die Schwämme zu den Protozoën gerechnet, und die hochorganisirten Mollusken bilden mit „Strahlthieren, Nessel- und Urthieren“ die Gruppe der „Bauchthiere“.

Die Botanik umfasst auf 46 Seiten: Terminologie, Linnésches System, natürliches System (wobei sich Verfasser auf die Charakterisirung der wichtigsten Familien beschränkt, die generellen und speciellen Unterscheidungsmerkmale den Excursionen und der Flora zuweisend), inneren Bau und Entwickelung. Die Pflanzenbiologie wird gleichfalls berücksichtigt. An Druckfehlern und Versehen fehlt es nicht: wir lesen Vitus für Vitis, Conserven für Conferven etc., Marchantia wird zu den „artenreichsten“ Gattungen der Lebermoose gezählt. — Die gleich umfangreiche Mineralogie enthält u. a. die komische Definition: „Wir nennen nämlich Säuren solche Stoffe, welche eine mehr oder weniger grosse Neigung zeigen, sich mit Basen zu verbinden, und ebenso verstehen wir unter Basen solche Körper, welche geneigt sind, sich mit Säuren zu verbinden.“

Erfüllt das Buch im Allgemeinen den vom Verfasser in der Einleitung ausgesprochenen Zweck, den Schüler bei der Wiederholung des im mündlichen Schulunterricht Erlernten und Geübten zu unterstützen und das Allgemeine und Gesetzmässige, welches vorzugsweise als Ergebniss des aufs Einzelne und Besondere gerichteten Unterrichts festzuhalten ist, in handliche Form zu bringen, so können wir doch dieser neuen Auflage besonderes Lob nicht spenden.

Greiz. Dr. LUDWIG.

KOHLMANN, REINHARD, (Reallehrer in Vegesack), Mollusken-Fauna der Unterweser. Zu beziehen vom Verf. Preis 1 ℳ.

Die Arbeit behandelt 99 im Gebiet vorkommende Species von Landschnecken, Süsswasser-Schnecken und -Muscheln. In der Anordnung und Classification ist S. Clessin's deutsche Excursions-Molluskenfauna zu Grunde gelegt. Ueber Unterschiede, Spielarten,

Lebensweise, Fang der einzelnen Arten theilt Verfasser zahlreiche werthvolle eigene Beobachtungen mit, die das Schriftchen auch ausserhalb des angegebenen Gebietes lesenswerth erscheinen lassen.

Greiz. Dr. LUDWIG.

ANDREE-PUTZGER's Gymnasial- und Realschul-Atlas in 48 Karten. Auch zum Gebrauch in andern höheren Lehranstalten. Bielefeld und Leipzig. Verlag von Velhagen und Klasing. 1879. Pr. 3 ℳ

An Bayerns*) Gymnasien ist die Einprägung des Geographiepensums so auf fünf Jahre vertheilt, dass in den vier unteren Cursen die Beschreibung Bayerns, Deutschlands, Europa's und der aussereuropäischen Erdtheile durchgenommen und im fünften die Geographie von Deutschland weiter ausgeführt und hierauf eine Ergänzung der allgemeinen Geographie namentlich in mathematischer und physikalischer Beziehung geboten wird**).

Der angeführte Atlas kann namentlich für einen also eingetheilten Unterricht empfohlen werden. Der Preis — 3 ℳ — ist kein Hinderniss für die praktische Verwendbarkeit in Schulen, das gegebene Material für die mathematische und physikalische Geographie von einzig dastehender Reichhaltigkeit.

Von den ersten vier Karten ist die Wandkarte eine eigenartige, werthvolle Zugabe dieses Atlas. Nachdem auf dem folgenden Blatte die nördliche, südliche, östliche und westliche Halbkugel, sowie die Halbkugeln der grössten Land- und Wassermasse dargestellt sind, schliessen sich weiter 8 Erdkarten in Mercator's Projection an, welche für allseitige Ergänzung des geographischen Unterrichtes von grosser Bedeutung sind. Auf der ersten, der Regenkarte der Erde, sind die verschiedenen Gebiete in dieser Beziehung durch angenehm abstechende Farben unterschieden. In gleicher Weise sind auf der folgenden Karte die Regionen der Winde dargestellt. Pfeile geben die Richtung der Monsuns in den einzelnen Jahreszeiten, andere das Dove'sche Drehungsgesetz an. Die Isothermen von 5 zu 5 Grad, sowie die Angabe der Temperatur vieler Orte geben zugleich ein Bild von der Verbreitung der Wärme auf der Erde.

Angefügt sind zwei Kärtchen: auf dem einen die wichtigsten Seen der Erde in gleichem Maassstabe zugleich mit Angabe ihres Flächeninhaltes und ihrer Seehöhe, auf dem zweiten die wichtigsten Flüsse der Frde dargestellt als Rechtecke, deren Längen sich wie die Stromlängen und deren Flächen sich wie die Stromgebiete ver-

---

*) Wir haben diese mit Rücksicht auf Bayern verfasste Recension nicht ablehnen zu sollen geglaubt, obschon wir mit dem Referate in manchen Punkten nicht einverstanden sind. D. Red.

**) Dies dürfte auch der richtigste und meist gebräuchliche Lehrgang sein, dass man von der Heimat ausgehend, concentrisch erweiternd (vom Nahen zum Fernen) geht und dann zum Vaterlande zurückkehrt, so wie es schon Daniel in seinem Lehrbuche thut.

halten. Die folgende Karte belehrt uns über die Meeresströmungen und den Weltverkehr. Das nächste Blatt behandelt die Vulkane und Koralleninseln, das Aufsteigen und Sinken einzelner Küstengegenden, die Erschütterungskreise grösserer Erdbeben und Vulkanausbrüche, während 8 kleinere Cartons Details über einzelne Vulkane, Koralleninseln und versunkenes Land geben. Der Pflanzengeographie und der Verbreitung der Thiere, der Ethnographie und Verbreitung der Religionen sind die 4 folgenden Karten gewidmet. Die nächsten Blätter zeigen den atlantischen und grossen Ocean. Durch verschiedene Färbung und durch zahlreiche Tiefenangaben ist die Bodenbeschaffenheit der Meere gekennzeichnet, die unterseeischen Telegraphenlinien und die internationalen Eisenbahnen der angrenzenden Landestheile sind beigefügt. Querschnitte durch den atlantischen und grossen Ocean zeigen in Nebenkärtchen die Berge und Mulden des Meerbodens. Den nun folgenden politischen Karten könnte man allerdings den Vorwurf machen, dass sie zu wenig reichhaltig sind, namentlich fehlen die in andern Atlanten gebotenen Karten von Vorderasien, von Ostindien und über die einzelnen Theile des deutschen Reiches.

Aber der Geographieunterricht an Gymnasien kann doch nicht so weit auf Details eingehen*), wie sie Karten in grösserem Maassstabe bieten; in einem allgemeinen Ueberblick der behandelten Länder wird er sich, abgesehen von der Vorführung einzelner Schilderungen, erschöpfen. Daher wird eine sparsame Anzahl guter Karten, und speciell werden die von Andree-Putzger gebotenen für einen gedeihlichen Unterricht eines guten Lehrers ausreichen, wenn sie in einer folgenden Auflage die hie und da nothwendigen Verbesserungen erfahren. Nur die Anschaffung einer speciellen Karte des Heimatlandes, der heimatlichen Provinz, dürfte bei diesem wie bei allen Atlanten unbedingt nothwendig sein; denn ein Unterricht über das engere Heim muss doch so sehr auf Bodengestaltung und Verkehrswege, auf kleinere in der Vaterlandsgeschichte erwähnenswerthe Orte eingehen, dass eine ausgedehntere, wenn auch einfache Karte (wie z. B. die von Arendts für Bayern gezeichnete) durchaus dazu nothwendig ist. — Die oro-hydrographischen Karten der fünf Erdtheile sind ungemein deutlich und übersichtlich, die schönsten im Atlas. Die beiden Karten von Afrika könnten leicht in eine zusammen gezogen werden, so dass Platz für eine ausführlichere und grössere von Vorderasien und Ostindien gewonnen würde, welche Länder in Nebenkärtchen gar spärlich behandelt werden. Der Carton für Mittelamerika würde nur gewinnen und durchaus nicht überladen werden, wenn auf ihm auch die Gebirge verzeichnet wären. Einen Fehler theilt Putzger mit allen übrigen dem Recensenten bekannten Kartographen. Er gibt nämlich die Höhe der Berge nicht in runden Zahlen. Aber es heisst doch nur die Schüler irre führen, wenn

*) Aber der Atlas ist ja auch für Realschulen bestimmt!

man z. B. die Höhe des Illimani auf 6413 m angibt, während die genauesten Messungen einheimischer Höhen, z. B. des Stilfser Joches nach Amthor um über 50 m differiren! Ueberhaupt weiss ja ein nur halbwegs mathematisch gebildeter Mann, dass nur mit unendlicher Mühe und unter ganz besonders günstigen Umständen, wie z. B. in der Stille eines physikalischen Laboratoriums, Messungen auf den tausendsten Theil der gemessenen Grösse genau ausgeführt werden können. Diese Wahrheit sollte eben so wenig im Geographie-, als im Arithmetikunterricht den Schülern vorenthalten werden. An die Karte von Europa reihen sich als aussergewöhnliche, werthvolle Zugaben ein Gletscherbild (Karte des Aletschgletschers), eine Völker-, eine Religionskarte und ein Blatt über die Bevölkerungsdichtigkeit von Europa. An den nun folgenden Karten über die einzelnen Länder Europas ist im Allgemeinen auszusetzen, dass die Grenzen der Länder allzu undeutlich sind, namentlich macht sich dies bei der Schweiz geltend. Die dabei angewandte Methode, die Berge nach ihrer Höhe durch stärkere, braune Schattirung, die Bergkämme durch einen lichteren schmalen Streifen anzudeuten, macht das stark coupirte Terrain der Schweiz sehr unübersichtlich und undeutlich. Die übrigen ausserdeutschen Länder geben in dieser Beziehung nur zum Lobe Veranlassung. Die Karte von Oesterreich-Ungarn ist im Alpengebiete auch etwas zu dunkel gehalten und daher undeutlich, auch wäre hier ein eigenes Blatt für die ehemals deutschen Länder durchaus nicht überflüssig. Die orographische Karte von Deutschland ist sehr undeutlich und überladen und namentlich für das Alpengebiet total unbrauchbar. Die über zwei Blätter sich erstreckende politische Karte von Deutschland wäre vorzüglich und für den ganzen Geographieunterricht ausreichend, wenn bedeutend weniger auf derselben verzeichnet, die Flüsse etwas schärfer angegeben und namentlich sämmtliche Eisenbahnen weggelassen wären.

Nur die Karten der Schweiz und Deutschlands zeigen in inconsequenter Weise Eisenbahnen. Bei ersterem Lande sind sie überflüssig, bei letzterem geradezu störend. Was sollen auf einer Schulkarte die Bahnen z. B. des westphälischen Kohlengebietes, die das Bild ganz unübersichtlich, undeutlich und unleserlich machen, und doch unvollständig sind? Nur internationale Bahnen, eine Pacific-Bahn, die Bahn von London nach Brindisi, die Bahnen über den St. Gotthard und Brenner, die von Bombay nach Madras und Calcutta, die Bahnen etwa, welche auf der Erdkarte über den Weltverkehr verzeichnet sind, gehören auf eine den Schulzwecken gewidmete Karte*). Eine gute Neuerung für die Karte Deutschlands wäre es,

*) Wir dagegen sind der Ansicht — und haben dieselbe bereits bei Gelegenheit der Beurtheilung des Wettstein'schen Atlas ausgesprochen — dass eine besondere Karte der Verkehrswege in keinem Atlas, auch nicht in einem Schulatlas, fehlen darf. Soll denn der Schüler über die Eisenbahnen unwissend bleiben?

wenn die grösseren Länder nur mit einem farbigen Strich begrenzt, und lediglich die kleineren ganz gefärbt würden; dann würde das Bild weniger bunt, und man könnte namentlich die grellen Farben vermeiden.

Die nun folgenden Karten von Deutschland, nämlich eine Höhenschichtenkarte, ferner Karten über die mittlere Jahrestemperatur, über die Regenmenge, über die Bevölkerungsdichtigkeit, endlich eine Völker- und Religionskarte von Deutschland lassen uns die eben erwähnten kleineren Mängel des Atlas gänzlich vergessen, so dass wir demselben zum Gedeihen des geographischen Unterrichtes eine weite Verbreitung und namentlich eine zweite verbesserte Auflage wünschen.

A. Schmitz,
Studienlehrer in Neuburg a. D.

Kleiner Literatur-Saal.*)

Briefe Alexanders von Humboldt an seinen Bruder Wilhelm, herausgegeben von der Familie von Humboldt in Ottmachau. Stuttgart, Verlag der Cotta'schen Buchhandlung, 1880. 227 S. Preis 4 M.

Zwar kein Briefwechsel, wol aber Briefe Alexanders v. Humboldt aus der Zeit seiner Reisen in Amerika 1799—1802, ferner aus der Zeit des Aufenthalts in Paris 1819—1827, aus der Reise nach Russland 1829. Voran geht als Einleitung eine geschichtliche Uebersicht des Lebensganges der Brüder bis 1835 und nachfolgt ein Anhang, Briefe an weibliche Familienmitglieder und eine Stammtafel der Familie Humboldt. Diese Briefe, unter denen auch viele französische sind, werden Lehrern der Naturwissenschaft und insbesondere der Geographie ein nicht geringes Interesse bieten und dürften sich für Lehrer- und Schülerbibliotheken gleichsehr empfehlen.

In demselben Verlage ist auch erschienen:

Alexander von Humboldt, Auswahl aus seinen Werken. Schulausgabe von Professor Veesenmeyer in Ulm. 182 S. Ein besonders für Schülerbibliotheken sich eignendes Buch.

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. 2. Hft. Leipzig, bei Teubner, 1879.

Sie enthalten: I. Treutlein, die deutsche Coss und II. der Tractat des Jordanus Nemorarius „de numeris datis". III. Weissenborn, zur Geschichte der Mathematik: 1) das Trapez bei Euklid, Heron und Brahmeguptas. 2) Die Boethius-Frage, von demselben.

Zur Kalenderschau.**)

Für Mittelschulen, Fach- und Bürgerschulen bringt zur rechten Zeit, nämlich zu Beginn des neuen Studienjahres 1880/81***), der bekannte Fromme'sche Kalender-Verlag zwei Kalender: den einen für die Professoren, den anderen für die Studenten.

1) Fromme's Oesterr. Professoren- und Lehrer-Kalender, redigirt von Director Dassenbacher, erscheint zum 13. Male und

*) In diese Abtheilung der Literatur-Berichte sollen (als eine Unterabtheilung der Recensionen) kurze Anzeigen neuer Werke oder neuer Auflagen kommen, für welche eine ausführliche Recension aus irgendwelchen Gründen nicht gegeben werden kann.

**) Diese uns gedruckt zugegangene Notiz geben wir mit einigen Anmerkungen wieder.

***) Nämlich in Oesterreich, wo es am 15. September beginnt.

ist bereits ein solch beliebtes und unentbehrliches Vademecum*) des Mittelschullehrers geworden, dass die Mittheilung, er sei wieder erschienen, genügt, um ihm seine alten Freunde wieder zuzuführen. Pr. 1 fl. ö.

2) Fromme's Studenten-Kalender**) für Mittelschulen, I. Jahrgang, redigirt von Dr. Karl Czuberka, ist ein Neuling auf dem Schulbüchermarkte, erweckt aber durch den Namen des Redacteurs, der ihn uns bietet, sofort Vertrauen, denn Dr. Czuberka gibt schon seit 17 Jahren Fromme's Studenten-Kalender für Studirende an allen Lehranstalten heraus und hat nun, wie er uns in der Vorrede erzählt, zum ersten Male denselben in zwei Theile zerlegt, deren einen er speciell für die Studirenden der Mittel-, Fach- und Bürgerschulen bearbeitete, während der andere den Studenten der Hochschulen allein gewidmet bleibt. Ist schon die äussere Ausstattung des neuen Mittelschul-Studenten-Kalenders eine gefällige und bestechende, so überzeugt uns ein Blick in den Inhalt, dass derselbe hält, was das Aeussere verspricht***). Wir zweifeln keinen Augenblick, dass dieser kleine billige Kalender (50 kr.) in wenig Wochen im Besitz jedes Studirenden an einer Mittel-, Fach- oder Bürgerschule sein und der Wunsch des Redacteurs, den er am Schluss der Vorrede ausspricht, dass er den jungen Studenten ein unentbehrlicher Begleiter, den Eltern ein erwünschtes Geschenk für ihre studirenden Söhne werden möge, in Erfüllung gegangen sein wird.

Bibliographie.

August.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Sachse, Sem.-Lehrer, Die Ausbildung in der Mathematik. Ein Wegweiser für Lehrer. (76 S.) Lpz., Siegismund. 0,60.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Geigenmüller, Analytische Geometrie. Ein Leitfaden für den Unterricht. (88 S.) Mittweida, Polytechn. Buchhandlung. 3,56.

Hoppe, Lehrbuch der analyt. Geometrie. 1. Thl. (89 S.) Lpz., Koch. 1,80.

2. Arithmetik.

Vacat.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Geodäsie, Mechanik.)

Gracklauer, Verzeichniss sämmtlicher Schriften über Mechanik und Maschinenbaukunde, mechanische Technologie, Hydraulik, Dynamik,

---

*) Hier ist nur das Notizbuch gemeint für den praktischen täglichen Gebrauch des Lehrers. Die Statistik ist im „Schematismus" etc. (s. unseren Bericht in dieser Zeitschrift Jahrg. X, S. 51—52). Im Mushacke ist bekanntlich eine ähnliche Trennung.

**) Unter „Studenten" versteht man in Oesterreich, speciell in Wien, auch schon Schüler der Mittelschulen, die wir in Deutschland (bes. Norddeutschland) schlechtweg „Schüler" nennen. Es ist eben „österreichisch", alles höher zu heben als es ist. Der ordentliche Lehrer, gleichviel ob oberer oder unterer, heisst eo ipso „Professor", der Schüler „Student", jede Frau ist eine „Gnädige" und jeder (halbwegs anständige) Herr ein „Herr von".

***) Er enthält nämlich: Kalendarium, Maass- und Gewichts-Tabellen, Geschichts-Kalender für alle Jahrestage, fürstliche Geburtstage, Landesschulbehörden, ein Verzeichniss der österr. Schulen, Gesetze und Verordnungen für Schüler, Stipendien u. dergl., Notizbuch, Stundenplanformulare etc.; aber er enthält nicht — ein Inhaltsverzeichniss.

mechan. Wärmelehre etc., welche von 1865—1880 im deutschen Buchhandel erschienen sind. (78 S.) Lpz., Gracklauer. 1,40.

Physik.

Rayleigh, Theorie des Schalles. Autorisirte deutsche Ausg. Uebers. v. Prof. Dr. Neesen. (393 S.) 2. Thl. Braunschweig, Vieweg. 7.
Allen, Der Farbensinn. Sein Ursprung und seine Entwickelung. Deutsche Ausg. v. Dr. E. Krause. (274 S.) Lpz., Günther. 5.
Karsten, Prof. Dr., Ueber die Elektricität des Gewitters u. die Wirkung der Blitzableiter. (64 S.) Kiel, Lipsius. 1,50.

Chemie.

Vacat.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Hartmann, Die Kleinschmetterlinge des europäischen Faunengebietes. (182 S.) München, Ackermann. 4,20.

2. Botanik.

Kienitz, Dr., Schlüssel zum Bestimmen der wichtigsten in Deutschland cultivirten Hölzer nach mit unbewaffnetem Auge erkennbaren Merkmalen. München, Augustin. 0,75.
Sennholz, Unsere einheimischen Orchideen. (32 S.) Berlin, Sensenhauser. 0,25.

Geographie.

Lippert, Die Völker und Staaten der Erde. Eine volksverständliche Geographie. (240 S.) Prag, Deutscher Verein. 6.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Boymann, Prof. Dr., Lehrbuch der Mathematik. 1. Thl. Geometrie der Ebene. 9. Aufl. besorgt von Oberl. Dr. Werr. (191 S.) Düsseldorf, Schwann. 2.

Naturwissenschaften.

Fable, Oberl. Prof., und Prof. Dr. Lampe, Physik des täglichen Lebens. 2. unv. Aufl. (421 S.) Lpz., Quandt u. Händel. 4.

September.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Schürens, Sem.-Dir. Schulinsp., Ansichten über Lehrerbildung. Aus amtlichen Berichten zusammengestellt und mit biographischer Einleitung versehen von Prov.-Schulr. Spieker. (106 S.) Hannover. Meyer. 2.
Verhandlungen der 9. Directorenversammlung der vereinigten Provinzen Ost- und Westpreussen. (341 S.) Berlin. Weidmann. 5.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Frischauf, Prof. Dr., Einleitung in die analytische Geometrie. (64 S.) Graz. Leuschner. 1,20.

2. Arithmetik.

Uhdolph, Oberl. Prof., Eine arithmetische Studie. (18 S.) Breslau. Görlich. 0,50.
Worpitzky, Prof. Dr., Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung. (784 S.) Berlin. Weidmann. 24.
Hattendorff, Höhere Analysis. 1. Bd. (624 S.) Hannover. Rümpler. 15.
Klempt, Lehrbuch zur Einführung in die moderne Algebra. (260 S.) Leipzig. Teubner. 2,40.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Brenner, Abhandlung über die Frage: Warum kehrt der Mond unserer Erde stets dieselbe Seite zu? (24 S.) Tuttlingen. Kling. 0,50.

Physik.

Sprockhoff, Schulnaturlehre. Die wichtigsten physikalischen Erscheinungen und die gebr. Apparate. (124 S.) Hannover. Meyer. 1.
Binder, Dr., Die elektrischen Telegraphen, das Telephon und Mikrophon. (169 S.) Weimar. Voigt. 6.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Keller, Doc. Dr., Grundlehren der Zoologie für den öffentlichen und privaten Unterricht. Mit 565 Holzschn. (358 S.) Leipzig. Winter. 3.
Wittstein, Prof. Dr., Des Plinius Secundus Naturgeschichte in's Deutsche übersetzt und mit Anm. versehen. Leipzig. Gessner. In Lfgn. à 2.
Brass, Dr., Erläuterungen zu den Brass-Lehmann'schen zootomischen Wandtafeln für den Schulgebrauch. (64 S.) Leipzig. Leiner. 1.

2. Botanik.

Weiss, Prof. Dr., Elemente der Botanik zur Einführung in das nat. Pflanzensystem. Für höhere Lehranstalten und zum Selbstunterricht. (247 S.) Leipzig. Langewiesche. 2,40.
Wiesner, Die heliotropischen Erscheinungen im Pflanzenreiche. Eine physiologische Monographie. Wien. Gerold. 7.

3. Mineralogie.

Weisbach, Bergrath Prof. Dr., Characteres mineralogici. Charakteristik der Klassen, Ordnungen und Familien des Mineralreichs. (57 S.) Freiberg. Engelhardt. 2.

Geographie.

Steinhauser, Rath, Wandkarte der Alpen. 1:500 000. 9 Blatt. Imp.-Fol. Wien. Artaria & Co. 15.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Zehme, Dir. Dr., Lehrbuch der ebenen Geometrie, nebst Repetitionstafeln. Für Bürger-, Gewerbe- und höhere Stadtschulen, sowie zum Selbstunterricht. 6. Aufl. (106 S.) Leipzig. Teubner. 2,40.

Naturwissenschaften.

Büchner, Prof. Dr. L., Aus dem Geistesleben der Thiere oder Staaten und Thaten der Kleinen. 3. Aufl. (403 S.) Leipzig. Thomas. 5.

Lersch, Dr., Kalender des Naturbeobachters. 2. Abdr. (88 S.) Leipzig. Mayer. 2.

Teichmann, Dr. F., Der junge Mineralog. Darstellung des Gesammtgebietes der Mineralogie. 3. Aufl. (106 S.) Halle. Hendel. 1.

Geographie.

Dittmann, Oberl., Lehrbuch der Geographie. 1. Abth. Vorbereitender Kursus. 5. Aufl. (77 S.) Leipzig. Siegismund. 0,80.

Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme des Königreichs Sachsen. Ostern 1879.

Referent: Prof. Dr. Meutzner in Meissen.

Dresden-Neustadt. Gymnasium. (Nr. 448.) Baumgarten. *Experimentelle Unterlagen zur Bestimmung der Elasticitätsconstanten des Kalkspaths.*

Die Untersuchung der Elasticitätsverhältnisse eines Kalkspathes nach verschiedenen Richtungen durch Einwirkung mechanischer Kräfte war bereits das Thema einer früheren Arbeit desselben Verf. Nachdem unterdes Neumann in Königsberg eine ganz allgemeine Theorie der Elasticität krystallinischer Körper entwickelt hat, aus welcher insbesondere folgt, dass der Elasticitätscoefficient der Krystalle des hexagonalen Systems ausser von der Richtung im Krystalle von acht Constanten abhängt, hat der Verf. seine frühere Arbeit nochmals aufgenommen, um diese für den Kalkspath charakteristischen Grössen zu ermitteln. Vier Aggregate jener Constanten liefern die Versuche über Biegung von Stäbchen verschiedener Richtung, vier weitere Gleichungen Torsionsversuche. Die erforderlichen Stäbchen wurden aus den Krystallen nach Richtungen geschnitten, in denen ein Maximum oder Minimum des Elasticitätscoefficienten stattfindet, weil dadurch die aus der Abweichung der Stäbchenachse von der beabsichtigten Richtung entspringenden Fehler möglichst klein werden. Nach Bestimmung dieser Richtungen behandelt ein weiterer Abschnitt die Herstellung der Stäbchen (Beschreibung der zum Schneiden und Schleifen benutzten Vorrichtungen); dann folgt kurz die Beobachtungsmethode und hieran schliessen sich die ausführlich mitgetheilten Beobachtungsergebnisse bei Biegung und Torsion. Der Abhandlung fehlt der eigentliche Abschluss, denn „es erübrigt zur vollständigen Bestimmung der Elasticitätsconstanten des Kalkspaths die gewonnenen Beobachtungsresultate zur Aufstellung von vier Gleichungen zwischen jenen Constanten und dem Torsionswinkel zu verwerthen". Dem Verf. war die hierzu nothwendige Formel noch nicht zugänglich.

Bautzen. Gymnasium. (Nr. 444.) Oehler: *Ueber krystallographische Zonen.*

Vorausgeschickt sind die Definitionen der Zone, Zonenachse, Entwickelung einer Zone und Deduction. Der erste Abschnitt §§ 1—9 handelt von der Darstellung der Flächen durch Linien; § 1 Quenstedt's Projectionsmethode, jeder Zonenaxe entspricht ein Punkt, Zonenpunkt der Projectionsebene. Ableitung der Projection aus dem Flächenzeichen an Beispielen erläutert. § 2 Diagonalzone des Octaeders und Ableitung der in dieselbe gehörigen Flächenpaare; hierdurch erhält man 3 verschiedene Hexakisoctaeder, deren Zeichen bestimmt werden. § 3. Durchführung der analogen Betrachtung am Skalenoeder. § 4. Regeln zur Erkennung der Formen einer Combination im regulären System. §§ 5—7. Beispiele. § 8. Ableitung von Quenstedt's Zonenpunktformel (zur Controle der Zeichnung) und Naumann's Zonengleichung. § 9 bespricht perspective Darstellungsmethoden. — Der zweite Abschnitt §§ 10—18 ist der Darstellung der Flächen durch Punkte gewidmet. § 10 enthält Neumann's Projectionsmethode, bei der vom Krystallmittelpunkt auf alle Flächen Normalen gefällt werden, welch' letztere durch eine Projectionsebene geschnitten werden. Jede Fläche ist dann durch einen Punkt, den Flächenort, charakterisirt. § 11 Coordinaten des Flächenortes für das rhombische System; Beispiel. § 12 für das monokline System. § 13 Miller's Methode, bei welcher an die Stelle der vorigen Projectionsebene eine Projectionssphäre tritt. Dieser §, der folgende sowie §§ 16—18 bestimmen die Projection des Flächenpoles als Durchschnittspunkt gewisser Kreise, deren Mittelpunktscoordinaten für das rhombische, monokline, hexagonale und trikline System berechnet werden. § 15 behandelt die Combination des Fahlerzes.

Leipzig. Gymnasium (Thomasschule). (Nr. 452.) Weinmeister: *Ueber die Drehung eines homogenen, rechtwinkelig-parallelepipedischen Stabes um eine verticale Axe.*

Die Anwendung des d'Alembert'schen Prinzipes auf das vorgelegte Problem ergibt, dass bei Vernachlässigung der Reibung die Bewegungsquantität, welche zu einer gewissen Zeit in irgend einem Punkte P der Längsaxe des um eine beliebige vertikale Axe rotirenden Stabes vorhanden ist, ersetzt werden darf durch die einer unendlich kleinen Kugel, welche in der Entfernung von P um dieselbe Axe kreist, wenn ihr Trägheitsmoment in Bezug auf die Rotationsaxe und ebenso ihre Winkelgeschwindigkeit den entsprechenden Grössen des Stabes gleich sind. Hierauf untersucht der Verf. die Geschwindigkeit und Wurfweite einer kleinen ruhenden Kugel in der Rotationsebene, auf welche der Stab bei seinem Umschwunge stösst, sowie die Geschwindigkeit des Stabes im Augenblick nach dem Zusammentreffen. Die Discussion der gewonnenen Gleichungen führt zur Berechnung der Maximalgeschwindigkeit und -wurfweite der Kugel, und der Minimalverzögerung des Stabes; die sonderbare Folgerung des § 9 „immerhin ist es theoretisch interessant, dass ein Stab von endlichen Dimensionen durch einen (demnach gar nicht stattfindenden) Anprall einer in unendlicher Ferne liegenden Kugel so gehemmt wird, dass er still steht, ohne dass der Kugel irgend welche Geschwindigkeit ertheilt wird",*) hält Ref. für schlechthin unannehmbar. Verf. zieht dann den Fall in Betracht, dass die Kugel an einem unendlich dünnen Faden aufgehängt ist und berechnet Winkelgeschwindigkeit und Ausschlagswinkel dieses Pendels. In dem letzten § werden die so gefundenen theoretischen Resultate einer experimentellen Prüfung unterworfen, nachdem zuvor noch Verf. seine Untersuchung ausgedehnt auf das cykloidische Pendel und auf den allgemeineren Fall, wo der Punkt gezwungen ist, auf einer beliebigen ebenen Curve von stetiger Krümmung

*) Im Original nichts durch den Druck ausgezeichnet. Der Ref.

sich zu bewegen, sowie schliesslich auch die Beschränkung, dass der Apparat unelastisch sei, hat fallen lassen.

Freiberg. Gymnasium. (Nr. 449.) Noth: *Die vier Species in den Elementen der Geometrie.* II. Theil.

Die vorliegende Abhandlung bildet die Fortsetzung einer Ostern 1874 an gleicher Stelle und unter demselben Titel erschienenen Arbeit des Verf., ist aber so selbständig, dass sie ohne diese verstanden werden kann. Soll der Verf. zu seinem Rechte kommen, so ist dazu ein kurzes Referat, wie es der hier zur Verfügung stehende Raum nur gestattet, freilich unzureichend bei der Eigenart der Behandlung und der Menge der eingeführten Begriffe. Folgende Andeutungen müssen hier genügen. Wenn P, Q zwei Punkte, PQ eine unendliche Gerade genommen im „Sinne" von P nach Q — „das projectivische Product der Punkte P und Q" — $P+Q$ einen Punkt auf der Strecke PQ bedeutet, so behalten die arithmetischen Sätze $P+Q=Q+P$; $(P+Q)+R=P+(Q+R)$; $P(Q+R) = PQ+PR$ u. s. f. Geltung und geometrischen Sinn; natürlich ergeben sich aber auch der untergelegten Bedeutung entsprechend gewisse Verschiedenheiten zwischen dem arithmetischen und projectivischen Producte, z. B. $PP=0$; $PQ=-QP$. Von hier aus entwickelt der Verf. eine Menge von Relationen, beispielsweise in sehr einfacher Weise eine Bezeichnung für alle Punkte und Geraden des sogenannten geometrischen Netzes in der Ebene; (jeder Punkt und jede Gerade desselben erscheint als eine mehrfach benannte ganze Zahl, deren Einheiten die drei Punkte A, B, C und die drei Geraden a, b, c sind, nämlich unter der Form $\mathfrak{a}A+\mathfrak{b}B+\mathfrak{c}C$ und $\mathfrak{a}a+\mathfrak{b}b+\mathfrak{c}c$, wofür kurz das Symbol $|\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c}|$ eingeführt wird). Versteht man dann unter dem numerischen Producte zweier Punkte (Geraden) $|\mathfrak{a}_1\,\mathfrak{b}_1\,\mathfrak{c}_1|$ und $|\mathfrak{a}_2\,\mathfrak{b}_2\,\mathfrak{c}_2|$ den Punkt (die Gerade) $|\mathfrak{a}_1\,\mathfrak{a}_2\;\mathfrak{b}_1\,\mathfrak{b}_2\;\mathfrak{c}_1\,\mathfrak{c}_2|$, unter der numerischen Potenz des Punktes (der Geraden) $|\mathfrak{a}\;\mathfrak{b}\;\mathfrak{c}|$ entsprechend den Punkt (die Gerade) $|\mathfrak{a}^n\;\mathfrak{b}^n\;\mathfrak{c}^n|$, so gelingt die Construction dieser Werthe, der Begriff des numerischen Quotienten gewinnt eine bestimmte Bedeutung und es folgt der Satz: „Für diese Rechnung mit Punkten und Geraden ergeben sich die Regeln der gewöhnlichen Arithmetik." Den Schluss bildet die Ausdehnung der vorstehenden Betrachtungen auf den Raum.

Steht dem Ref. ein Urtheil über die Tragweite der Schrift nicht zu, so sei dafür aus der Einleitung erwähnt, dass Grassmann — auf dem Boden seiner Ausdehnungslehre ist die streng nach dem Dualitätsprinzipe durchgeführte Arbeit entstanden — den Verf. ausdrücklich zur Veröffentlichung aufforderte, da durch Anwendung dieser Methode eine wirkliche Vereinfachung in der Darstellung der Geometrie der Lage erzielt werden kann.

Der Vollständigkeit halber ist zu erwähnen, dass in dem bei Gelegenheit der Einweihung der neuen Schulgebäude erschienenen Sammelprogramme der Landesschule Meissen Ref. als ein „Beispiel zur Methode der Variation der Constanten" die vollständige Lösung der von Genocchi früher gestellten Aufgabe gegeben hat: Trouver toutes les courbes planes pour lesquelles la projection de la normale sur le rayon vecteur est constante. On compte la normale du point de la courbe à une droite fixe donnée et le rayon vecteur du point de la courbe à un point fixe pris pour pôle. Von allgemeinerem Interesse ist vielleicht weniger die Lösung als eine dabei gefundene Recursionsformel:

$$(n-m+1)\int\frac{(2-z)^{n-m}}{z^{n-m+2}}\,dz=(-1)\left\{\frac{(2-z)^{n-m}}{z^{n-m+1}}\right.$$
$$\left.+(n-m)\int\frac{(2-z)^{n-m-1}}{z^{n-m+1}}\,dz\right\}.$$

Döbeln. Realschule I. O. (Nr. 462.) Junghänel: *Cursus zur Einführung in die Geometrie.*

Wie man zu seiner Ueberraschung am Schlusse erfährt, sind es nur „Vorbemerkungen“ — eine Art Vorwort — die dem Leser geboten werden, da aus „Sparsamkeitsrücksichten“ der „Cursus“ selbst nicht im Programme miterscheinen konnte. Nach einleitenden Bemerkungen über den Bildungsgehalt der Mathematik erörtert der Verf., worauf bei der Einfachheit und Fasslichkeit der mathematischen und insbesondere der geometrischen Grundlagen die so oft hervorgehobene Schwierigkeit dieses Unterrichtsgegenstandes beruht. Sie zu überwinden und bei der Mehrzahl der Schüler befriedigende Leistungen zu erzielen, fordert Verf. einen zweckmässigen Anfangsunterricht in der Geometrie, der auf Anschauung gegründet sei und von den bekannten Körpern seinen Ausgang nehme. Hierdurch soll der Schüler die später nothwendigen Raum- und Formvorstellungen sich zu eigen machen. Das Interesse an diesen kleinen Untersuchungen soll geweckt werden durch den Hinweis auf den materiellen Nutzen der Geometrie für die Zwecke des praktischen und wissenschaftlichen Lebens. Sind in solchem (20stündigem) „Vorcursus“ die elementaren planimetrischen und stereometrischen Anschauungen entwickelt, ist die mathematische Phantasie gebildet und Lust zum Gegenstande erregt, so setzt, mit etwa 60 Stunden, der „Hauptcursus“ ein, der die üblichen Themen (bis mit den Vierecken) behandelt. Hier wird — das Ganze ist „zu Nutz und Frommen jüngerer Collegen, die den geometrischen Anfangsunterricht zu ertheilen haben“ geschrieben — vor Uebereilung und Oberflächlichkeit gewarnt, Anschaulichkeit, häufiges und geduldiges Wiederholen anempfohlen, bis die Grundbegriffe und Grundsätze klar und scharf aufgefasst sind, auf die Nothwendigkeit sauberer Constructionen und correcten Gedankenausdruckes nachdrücklich hingewiesen.

Es sind einfache allbekannte Wahrheiten, die aber nicht oft genug den angehenden Lehrern der Mathematik vorgehalten werden können. Nur fragt es sich, ob in den Kreisen, auf die sie berechnet ist, die Schrift bekannt wird? — Hier möchten wir fragweise unsere Ansicht ganz gelegentlich äussern, ob es nicht gerathen sei, gerade den Anfangsunterricht möglichst von einem schon erfahreneren, also älteren Lehrer ertheilen zu lassen?*)

Stollberg. Realschule II. O. (Nr. 484.) Gronau: *Einleitung in die Theorie der elliptischen Functionen.*

Wenn auch gemäss dem Titel Niemand erwarten wird, in dieser Abhandlung etwas Neues zu finden, so ist doch anzuerkennen, dass dieselbe klar geschrieben und zu einer ersten Orientirung über die Haupteigenschaften der elliptischen Functionen ganz geeignet ist. Auf welchen Leserkreis ist sie aber berechnet?**)

Crimmitschau. Realschule II. O. (Nr. 461.) Beier: *Die Mathematik im Unterrichte der höheren Schulen von der Reformation bis zur Mitte des 18. Jahrhunderts.*

Nach Vorbemerkungen über die Stellung der Mathematik als Unterrichtsgegenstand während des Mittelalters, zeigt Verf. an der Hand der Schulordnungen des 16. Säculums, wie durch den Einfluss unserer Reformatoren, beide waren Freunde unserer Wissenschaft, den mathematischen Studien

---

*) Das sollte doch gar nicht mehr fraglich, sondern bei Schulbehörden und Directoren feststehendes Princip sein! D. Red.

**) Es sollten in Schulprogrammen doch nur Themen zur Behandlung kommen, welche entweder für die Schüler (und dies hauptsächlich) oder für die Lehrer (also Methodik betr.) oder auch für das — Publikum (die Eltern) inclus. die Schulbehörden berechnet sind. Hier findet keiner dieser drei Fälle statt, denn Publikum und Schüler verstehen die elliptischen Functionen nicht, und der Lehrer? — der greift zu anderen Werken! D. Red.

allmählich eine grössere Berücksichtigung zu Theil wird, insofern bis zu Ende dieses Zeitraumes doch schon die Hälfte der Schulordnungen einzelne Theile der Mathematik unter die Zahl der Unterrichtsfächer aufnehmen. Den Bedürfnissen des Lebens gemäss werden allgemeiner besonders die ersten Anfänge der Arithmetik gelehrt — nur Regeln, keine Beweise! —, während das Interesse für Geometrie sehr gering ist. Aus den Schulordnungen des 17. Säculums ist ein wesentlicher Fortschritt zum Besseren zu erkennen; es wird in mehr Schulen Mathematik gelehrt, — wenn auch noch immer vorwiegend Arithmetik —, man verwendet eine grössere Stundenzahl darauf, ja an sechs Schulen sind besondere Professoren der Mathematik angestellt. Die kurpfälzische Ordnung 1615 schreibt für den arithmetischen Unterricht die deutsche Sprache vor; alles was beim Erlernen dieser Kunst Schwierigkeiten bereiten könnte, ist zu vermeiden, kurze Regeln, viele Beispiele. Die Hamburger Ordnung (1650) verlangt zur grösseren Veranschaulichung der vorgetragenen Lehren den Ankauf mathematischer und physikalischer Instrumente (erstes physikalisches Cabinet an Gymnasien?). Sehr interessant ist aus dem Berichte des P. Feuerlein, Inspector des Egidiengymnasiums zu Nürnberg, von 1699 die Erörterung über Nutzen und Bedeutung sowie Methode des mathematischen Unterrichtes; den Schlusssatz, „es könnte der Zeit fast Niemand mehr titulum Eruditi cum laude sustiniren, der in der Mathesi unerfahren wäre“ könnte auch noch mancher verbissene Philologe unserer Tage sich gesagt sein lassen. — Im weiteren Verfolge des Themas wird u. a. die Bedeutung und der Einfluss des Halle'schen Pädagogiums (besonders Ordnung des Inspectors Freyer, 1721, „welche zuerst der Mathematik im heutigen Sinne eine ebenbürtige Stellung neben den übrigen Disciplinen anweist“) und der Berliner Realschule für die Ertheilung des mathematischen Unterrichtes an den anderen Schulen ins rechte Licht gesetzt. Um den in den geschilderten Zeiträumen behandelten Lehrstoff noch klarer zur Anschauung zu bringen, gibt Verf. schliesslich ausführliche Inhaltsübersichten des Lehrbuches der Arithmetik von Gemma Frisius, des liber de sphaera von Sacrobusto und des mathematischen Lehrbuches von Benj. Hederich. Ref. hat vorliegendes Programm mit grossem Interesse gelesen.

Von naturwissenschaftlichen Programmen ist Ref. nur zugegangen der Bericht der

Barth'schen Erziehungsschule zu Leipzig. Barth: *Ueber Aufbau und Vertheilung des zoologischen Unterrichtsstoffes.*

Mit den Concentrationsstoffen, die für jedes Schuljahr den Mittelpunkt des Unterrichts bilden sollen, sind u. a. auch die zoologischen Gegenstände bestimmt, die in Betracht gezogen werden müssen. Die Arbeit geht nun classenweise die Einordnung der zoologischen Objecte in diese Concentrationsstoffe, natürlich nur skizzirend, durch. — Der Vorwurf, der Concentrationsunterricht zerreisse den Unterricht, scheint uns trotz der Hoffnungen des Verf. ein sehr starkes Hinderniss, dieser Methode je allgemeineren Eingang zu verschaffen, selbst wenn man davon absieht, dass sie in ihren letzten Consequenzen an den Lehrer die ganz unerfüllbare Forderung stellt, Alles zu verstehen.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Der internationale Unterrichtscongress in Brüssel.

(22.—28. August 1880.)*)

(Aus der Elberfelder Zeitung Nr. 242.)

Wenn man sich auch mit Recht darüber wundern kann, wie es das belgische Volk fertig bringt, nun schon seit Monaten die mannichfaltigsten Versammlungen und Feste zu veranstalten und zu geniessen, ohne des Veranstaltens müde und vom Genusse erschöpft zu werden, so ist doch das Eine sicher, dass der internationale Unterrichtscongress weder hinsichtlich der ernsten Berathungen noch hinsichtlich der Festlichkeiten darunter gelitten hat, dass ihm so viele Zeiten der Jubiläumsfeier vorangegangen waren. Man kann zwar in einiger Beziehung die Anschauung eines holländischen Blattes für richtig halten, welches bei Ankündigung des Congresses bemerkte, dass bei solchen Versammlungen meistens wenig herauskomme, indem gewöhnlich ein Land das andere beweihräuchere, und sich zu viel Leute einfänden, welche die willkommene Gelegenheit benutzten, vor einer grösseren Versammlung ihr Rednertalent glänzen zu lassen; es ist aber gleichwol der Brüsseler Congress so verlaufen, dass im Kreise der deutschen Theilnehmer bald der Gedanke auftauchte, den Gang desselben und namentlich auch den Antheil der deutschen Mitglieder an den Verhandlungen gewissenhaft darzustellen und in einer grösseren politischen Zeitung zu veröffentlichen, da für die pädagogischen Zeitschriften die gewonnenen Resultate wol erst später bearbeitet werden dürften. So entstand dieser Bericht. Der Congress ist von einer Privatgesellschaft, der belgischen Unterrichtsliga, in Vorschlag gebracht worden, und seine Aufgabe war von vornherein dahin festgestellt, dass bestimmte Fragen aus den verschiedenen Gebieten des Unterrichtswesens besprochen werden sollten, ohne dass man darüber förmliche Abstimmungen anstellte. Ueber diese Fragen hatte man vorher von namhaften Pädagogen Abhandlungen schreiben lassen, welche zusammen einen gewaltigen Octavband bildeten, der den Mitgliedern des Congresses zu geneigtem Vorstudium eingehändigt wurde. Von deutschen Verfassern waren behandelt:

1) Die Gesichtspunkte, von denen die Gesetzgebung für das Volksschulwesen auszugehen habe, von Dr. J. Pick aus Wien.

2) Die Fröbel'schen Kindergärten, von H. Fischer aus Wien.

3) Die tägliche Dauer des Volksschulunterrichts, von Gymnasialdirector Alexi aus Saargemünd.

---

*) Dieser Bericht, vom Hrn. Oberlehrer Hengstenberg in Elberfeld, wurde uns durch die Freundlichkeit des Hrn. Realschuldirectors Steinbart in Duisburg überlassen.
D. Red.

4) Die Zweckmässigkeit der Errichtung von Volksschulen an höheren Schulen, von Realschuldirector Dr. Steinbart aus Duisburg.

5) Ziel und Plan des Töchterschulwesens, von Töchterschuldirector Erkelenz aus Köln.

6) Die Lehrfreiheit an Universitäten, von Professor Häckel in Jena.

7) Der Zeichenunterricht, von Herrn Rösler in Wien.

8) Das Verhältniss des Schulunterrichtes zur Armee, von Hauptmann du Nord aus Wien.

9) Die statistische Feststellung des Einflusses der Schule auf die Gesundheit der Schüler, von Herrn Körösi in Buda-Pest.

Sonntag, den 22. August, Morgens 11½ Uhr wurde der Congress in dem grossen Saale des Athenäums durch den Präsidenten des Comités Herrn Couvreur eröffnet. Derselbe hob hervor, dass der Congress keine Parteifarbe tragen solle, und dass Niemand durch andere Rücksichten, als die der Achtung vor der Ueberzeugung Anderer sich in der Aeusserung seiner Ansichten beschränken lassen möge. Hierauf begrüsste der Ehrenpräsident, der gegenwärtige belgische Unterrichtsminister Herr van Humbeeck, die anwesenden Gäste, besonders die Delegirten der fremden Regierungen, die Abgesandten von Städten und Corporationen. Alsdann dankte im Namen der anwesenden Deutschen Herr Oberbürgermeister Dr. Becker von Köln für die freundliche Aufnahme und sprach seine Erwartung aus, dass der Congress, indem er sich von aller Parteitendenz fern halte, nicht ohne Erfolg bleiben werde; der Unterricht habe ja nur einen Feind zu bekämpfen, nämlich die Unwissenheit. Diese Ansprache war deutsch gehalten worden und wurde nun von einem Comitémitgliede kurz französisch wiedergegeben. Dasselbe geschah mit den beiden folgenden Reden, denen der Delegirten von Portugal und Chile. Alle Stellen, welche den Unterricht in Beziehung zur Freiheit setzten, fanden den lautesten Beifall bei der zahlreichen Zuhörerschaft. Alsdann constituirten sich die sechs für die verschiedenen Zweige des Unterrichts gebildeten Sectionen, und es wurden für die folgende Woche die Sectionssitzungen auf Morgens 9, die allgemeinen Versammlungen auf Nachmittags 2 Uhr festgesetzt. Die Anzahl der Belgier und Fremden, welche an den Congressverhandlungen Theil genommen haben, war beträchtlich. Fast alle europäischen Staaten und von den amerikanischen Chile waren vertreten. Auch manche Damen, besonders Engländerinnen, waren gekommen und haben sich an den Debatten mit grossem Geschick betheiligt. Aus Deutschland war Frau Lina Schneider anwesend. Die preussische Regierung hatte zwar, ebenso wie die holländische, einen officiellen Vertreter beim Congresse nicht ernannt, es waren aber gleichwol aus den verschiedensten Gegenden Deutschlands Schulmänner und Freunde des Schulwesens erschienen. Wir nennen: Professor Stoy aus Jena, Oberschulrath von Sallwürk aus Karlsruhe, Schulrath Sander aus Breslau, Stadtschulrath Bertram und Stadtsyndicus Eberty aus Berlin, Oberbürgermeister Dr. Becker, Stadtrath Hamspohn, Schulinspector Brandenberg und die Directoren Erkelenz, Thomé und Romberg aus Köln, Herr Stadtverordneter Seyffardt aus Crefeld, Senator Schläger aus Hannover, Director Steinbart aus Duisburg, Director Nöggerath aus Brieg, Herr Ducotterd aus Frankfurt, Oberlehrer Hengstenberg aus Elberfeld.

Aus den Verhandlungen der folgenden Tage geben wir nunmehr das Wichtigste an.

1. Volksschulwesen.

a. Die Einrichtung von Schulmuseen, in welche sich die Lehrer mit ihren Schülern begeben und in welchen sie die Dinge finden, die man nicht in jeder Schule vereinigen kann, wurde empfohlen. Ein solches Schulmuseum wurde am 24. August d. J., also während des Congresses in Brüssel, eröffnet und wurde von den Mitgliedern auch besucht. Es enthält einerseits Hülfsmittel für den Unterricht, Kartenwerke, naturhistorische Sammlungen, schöne Bilder zur Illustration der Geschichte, andererseits Mittel

zur Information für Lehrer und Schulfreunde, wie Pläne von Schulgebäuden, Muster von Schulbänken, Bücher über Organisation des Unterrichtswesens. Ausserdem ist gegenwärtig darin eine Concurrenz-Ausstellung von Mitteln für den Anschauungsunterricht, welche von Volksschullehrern Belgiens angefertigt sind und von denen die besten prämiirt und dem Schulmuseum dauernd einverleibt werden sollen. Endlich waren auch Arbeiten von Schülern und Schülerinnen ausgestellt. Wenn es sich auch nicht verkennen lässt, dass die Benutzung solcher Museen für die Schüler schwierig und eine befriedigende Einrichtung noch nicht gefunden ist, so darf man doch erwarten, dass für die Lehrer durch dieselben manche Anregung gegeben wird.

b. Die Fröbel'schen Kindergärten fanden nicht allein allgemeine Billigung, sondern auch, da sie schon weit und breit eingeführt sind, sachverständige Besprechung; man wünschte jedoch noch eine Uebergangsstufe zwischen Kindergarten und Elementarschule.

c. Hinsichtlich der Freiheit des Unterrichts hatte Herr Olin, Rector der Brüsseler Universität, in der vorher gedruckten Abhandlung gefordert, dass der Staat Jedem das Recht gewähre, eine Schule zu gründen, ohne seine Kenntnisse und seinen Lebenswandel zu prüfen. Auch wünschte er, dass der Lehrer unter keinen Umständen wegen Aeusserungen in der Volksschule belangt werden könnte, selbst wenn er die Kinder zur Missachtung der Gesetze aufforderte. Diese für einen Deutschen befremdlichen Anschauungen wurden von ihm in der Sectionssitzung unter grossem Beifall vieler Theilnehmer wiederholt; denselben trat jedoch Herr Seyffardt aus Crefeld entgegen, indem er für die Volksschulen und für die höheren Schulen Aufsicht des Staates verlangte. In einer späteren Sitzung legte der Stadtschulrath Bertram die preussischen Einrichtungen ausführlich dar; auch von belgischen Mitgliedern wurde die Zweckmässigkeit unbedingter Freiheit auf dem Gebiete des Volksschulwesens bestritten.

d. In Bezug auf das Seminarwesen hatte Herr Braun, Inspector der Seminarien des belgischen Staates, von Geburt ein Preusse, das Referat geliefert. Er erklärte, dass Präparandenanstalten zu schaffen seien, und zieht für die Seminarien das Internat dem Externat vor, wünscht aber möglichst freie Bewegung im letzten Jahre. Diese Ansichten fanden namhafte Unterstützung, wenn auch einige Redner das Externat für besser erklärten.

Viel fruchtbarer jedoch als die Congressverhandlungen dieser Section war der Besuch, welchen die Mitglieder des Congresses einer der Brüsseler Elementarschulen abstatteten, nämlich der von jener ligue belge de l'enseignement gegründeten école modèle. Bemerkenswerth war zunächst das Gebäude selbst, denn während in den meisten Schulhäusern viel Raum durch die Corridors verloren geht, befand sich hier in der Mitte ein grosser, zwei Stockwerke hoher Saal, von welchem man in die sämmtlichen Klassenzimmer gelangte, und der selbst für gewisse Lehrstunden, Turnen, Gesang, auch Heimatskunde benutzt wurde. In den einzelnen Klassenzimmern ging in mässiger Höhe rings um die Wände eine Bekleidung von Schiefer, so dass alle Schüler gleichzeitig auf eine Tafel zeichnen oder schreiben konnten, und der im Rücken der Schüler stehende Lehrer sie gut zu beobachten vermochte. Die Anschauungsmittel waren in überreichem Maasse vertreten, und die Lehrstunden machten auch einen guten Eindruck; es ist also kein Zweifel, dass sich jene Gesellschaft von Privatleuten um das belgische Elementarschulwesen ein bedeutendes Verdienst erworben hat.

2. Höheres Schulwesen.

a. Die Frage, ob der Staat auf die Schüler höherer Schulen auch erziehlich einzuwirken habe, wurde fast allgemein bejaht. Dagegen wurden verschiedene Meinungen darüber geäussert, ob die Geistlichkeit in der

Schule bei der Erziehung durch den Religionsunterricht mitzuwirken habe. In Belgien wird gegenwärtig an den höheren Schulen Religionsunterricht nicht ertheilt, und die belgischen Mitglieder des Congresses hielten dies auch für besser, indem die Moral von der Religion unabhängig sei. Es half nichts, dass Director Steinbart sagte, man wünsche in Norddeutschland auch liberalerseits den Ausschluss der Geistlichkeit von der höheren Schule nicht; auch das war umsonst, dass Oberlehrer Hengstenberg auseinandersetzte, wie in Preussen die Erlaubniss zum Ertheilen des Religionsunterrichts gesetzlich an die Ablegung eines Examens vor einer staatlichen Prüfungscommission gebunden sei; man erkundigte sich zwar eingehend nach diesen Einrichtungen, erklärte aber, und wol nicht ohne Grund, in Belgien würde sich die katholische Geistlichkeit sicherlich nicht einem solchen Examen unterziehen.

b. Die Nützlichkeit der Vorschulen an höheren Schulen wurde nicht bestritten, nur theilte Herr Chavannes, Inspector der colléges in Lausanne, mit, dass die Vorschulen in einigen Cantonen der Schweiz eingegangen seien.

c. In der Discussion über die Methoden des Sprachunterrichts kamen so mannichfaltige Anschauungen zu Tage, dass man zu einer eingehenden Darlegung der verschiedenen Methoden bei den einzelnen Sprachen nicht gelangte. Der Referent, de Beer aus Amsterdam, hatte besonders die Verwerthung der Ergebnisse der vergleichenden Sprachforschung empfohlen, Herr Hippeau aus Paris meinte, man müsse das Kind nachahmen, welches seine Muttersprache so leicht lerne. Dagegen machte Herr Director Erkelenz darauf aufmerksam, dass die Methoden des Sprachunterrichts ganz verschieden sein müssten nach der Natur der Sprachen selbst, nach der Absicht, in der man sie lerne, und nach der Sprache, die man als Muttersprache habe. Gegen den Referenten machte er geltend, dass Sprachvergleichung wol nur in den oberen Klassen, und auch da nur sparsam, zu treiben sei. Rosenfeld aus Paris erkennt an, dass für die alten und die neueren Sprachen verschiedene Methoden nöthig seien. Es gelang aber dem Präsidenten nicht, die Discussion in diesem Geleise zu erhalten. Denn ein Redner trat auf und erklärte, dass er ein phonetisches Universalalphabet erfunden habe, durch dessen allgemeine Einführung der Sprachunterricht sehr erleichtert werden würde.

d. Ergiebiger war die Besprechung der Vorbildung der Lehrer für höhere Schulen. Sie wurde eingeleitet durch eine Rede des Herrn Professor Stoy aus Jena, welcher selbst seit Jahren ein solches pädagogisches Seminar leitet. Er erklärte, dass ein derartiges Seminar in einer Universitätsstadt sein müsse und nicht fruchtbar wirken könne, wenn nicht damit eine Uebungsschule verbunden sei, worin die Candidaten dauernd unterrichteten. Dagegen rühmte der Leiter der école normale in Paris, Herr Fustel de Coulanges, die guten Resultate dieser Anstalt, welche ausgezeichnete Pädagogen liefere, obschon sie nicht einmal Pädagogik lehre. Er stellte auch hier das Internat über das Externat und meinte, die Hauptsache sei, dass man gründliche Forschungen treibe, die pädagogische Geschicklichkeit ergebe sich dann von selbst. Der ehemalige Unterrichtsminister von Schweden, Herr Carlson, stellte dar, dass in seinem Lande die Candidaten zuerst die Universitätsvorlesungen hörten und dann zur pädagogischen Ausbildung an die besten Schulen des Staates geschickt würden. Herr Pisko theilte mit, dass man in Oesterreich ähnliche Seminarien, wie sie Professor Stoy fordere, einrichten wolle, aber mit finanziellen Schwierigkeiten zu kämpfen habe.

e. In der allgemeinen Sitzung wurde darüber discutirt, ob die höheren Schulen eine Fachbildung oder eine allgemeine Bildung zu geben hätten. In dem Referate des Herrn Stecher, Professor an der Lütticher Universität, war die allgemeine Bildung empfohlen, doch schien der Verfasser der Gymnasialbildung den Vorzug zu geben und die Realschulbildung mit

Fachbildung zu verwechseln. Der Delegirte Russlands, Herr v. Heesen, brachte viel statistisches Material bei, wonach die Gymnasialabiturienten vor den Realschulabiturienten den Vorzug verdienten. Dagegen trat Herr van der Kindere, Professor der Geschichte an der Universität zu Brüssel, in beredter Weise für eine allgemeine Bildung ein, welche sich auf die neueren Sprachen, auf Mathematik und Naturwissenschaften gründe. Weil es nicht möglich sei, ausserdem noch die alten Sprachen gründlich zu lehren, so müsse man das Griechische opfern, das Lateinische beschränken, und zwar mit einer neueren Sprache beginnen. Die Entgegnungen des Referenten waren so unbestimmt, dass durch ihn die Gymnasialbildung kaum vertreten wurde. Director Steinbart führte unter vielem Beifalle aus, dass eine Einheitsschule nicht möglich sei, weil darin die Kinder überbürdet werden müssten. Man könne aber die drei unteren Classen übereinstimmend organisiren. Er fordert, dass man die Realschulen bestehen lasse und ihnen gleiche Rechte wie den Gymnasien gebe. Weit radicaler noch als Herr van der Kindere ging ein anderer Belgier, Herr Prins, vor; er behauptete, dass das klassische Alterthum für die moderne Welt todt und begraben sei, dass die deutsche und englische Sprache und Literatur vor der lateinischen und griechischen den Vorzug verdiene, und forderte, man solle nicht allein das Griechische, sondern auch das Lateinische fallen lassen. — Da nun die Vertreter der altklassischen Bildung gar nicht zum Wort gekommen waren, so wurde die Discussion später in einer Sectionssitzung fortgesetzt, und die Debatte, welche sich da entspann, gehört wol zu den bedeutendsten des ganzen Congresses, denn obschon die Frage, ob die altklassische oder die Realschulbildung den Vorzug verdiene, viel besprochen ist, wurde sie doch hier mit dem Aufwande einer glänzenden Beredsamkeit behandelt. Der Vorsitzende der Section, der Curator der Universität zu Gent, hatte die Sache so geordnet, dass abwechselnd ein Vertreter der altklassischen und ein Vertreter der modernen Bildung zum Worte kam, und bestieg zunächst die Rednerbühne, um sein geliebtes Griechisch zu vertheidigen. Er meinte, wenn man in Belgien wie in Deutschland die Cursusdauer der höheren Schulen von 6 auf 9 Jahre brächte, so könne man neben den altklassischen Sprachen noch die neueren ausreichend behandeln. Besonders die Wärme, womit er die Herrlichkeit des Alterthums pries, machte tiefen Eindruck, welcher natürlich nicht verwischt wurde, als der folgende Redner die Naturwissenschaften als einzige Wissenschaften hinstellte, während die Sprachen nur ein Gewand seien, worin man die Wissenschaften hülle, und sogar behauptete, dass das einseitige Sprachstudium zur Leichtgläubigkeit und zum Aberglauben führe. Herr Rosenfeld aus Paris meinte, man könne bei guter Methode, ohne Ueberbürdung der Schüler, die alten und die neueren Sprachen lehren. Herr Pergameni, Advocat aus Brüssel, wollte die alten Sprachen ganz abgeschafft wissen, da die deutsche und englische Literatur vor der lateinischen und griechischen den Vorzug verdienten. Herr Browning aus Cambridge hielt dafür, dass man eine Einheitsschule nicht schaffen könne, sondern drei Schulen schaffen müsse, eine mit den altklassischen Sprachen, die andere mit den neueren Sprachen, die dritte mit der Mathematik und den Naturwissenschaften als Hauptfächern. Schliesslich ergreift Director Steinbart wieder das Wort und bestreitet nochmals die Möglichkeit einer Einheitsschule, weist darauf hin, dass die neuerdings gemachten sorgfältigen Ermittelungen zu Gunsten der Realschulabiturienten ausgefallen seien, und dass die preussischen Cadettenschulen jetzt ganz den Lehrplan der Realschule hätten. Er fordere aber keineswegs die Abschaffung der Gymnasien, sondern nur, dass man neben ihnen die Realschulen unter gleichen Verhältnissen sich entwickeln und ihre Früchte tragen lasse. Gegen diese Forderung hatte auch der Präsident, Herr Professor Wagner, keine Einwendung, vielmehr fand sie seinen ganzen Beifall.

f. In der letzten Sitzung dieser Section des Congresses wurde das höhere Töchterschulwesen besprochen. Den grössten Raum nahmen die glänzenden Reden mehrerer Damen ein, namentlich von Fräulein Gamond aus Brüssel, welche die besondere Entwickelung des Mädchens in den verschiedenen Zeiten der Kindheit und Jugend ansprechend schilderte und darauf ihre Ansichten über Organisirung des Töchterschulwesens gründete. Fräulein Archer, eine englische Dame, Leiterin des Victorialyceums in Berlin, entwickelte ihre Anschauung in längerer Rede; sie meinte, auf der unteren Stufe sollten Knaben und Mädchen zusammen von Lehrern und Lehrerinnen unterrichtet werden, auf der Mittelstufe sollten die Mädchen nur Lehrerinnen haben, auf der oberen Stufe seien Lehrer neben den Lehrerinnen unentbehrlich, aber die Leitung ruhe besser in weiblicher Hand. Man konnte Herrn Director Erkelenz nicht verdenken, dass er diese letztere Behauptung bekämpfte. Die Erschöpfung der Probleme des Töchterschulwesens verhinderte der Mangel an Zeit.

3. Universitäten.

a. Die Frage der Lehrfreiheit der Professoren wurde natürlich verschieden beantwortet; die Einen meinten, der Professor solle sich gar keinen Zwang im Aussprechen seiner Ueberzeugungen auferlegen, Andere verlangten, er solle zum mindesten in der Form seiner Aeusserungen auf die religiösen Empfindungen des Volkes Rücksicht nehmen.

b. Die Festsetzung von Studienplänen für die Studenten wurde durchweg gebilligt, dagegen für die philosophische Facultät grössere Freiheit verlangt. Die belgische Einrichtung, dass die Studenten im Verlaufe ihrer Studien wiederholte Examina zu bestehen haben (dafür gibt es in Belgien jetzt kein Abiturientenexamen) wurde theilweise angegriffen, und die freiere Bewegung der Studenten, wie sie auf deutschen Universitäten herrscht, empfohlen.

c. Die Sicherung des Erfolges der Studien bildete den Gegenstand einer eingehenden Besprechung. Es wurde darauf hingewiesen, dass die deutschen Studenten oft zu wenig Kenntnisse sich aneigneten; als Mittel, diesem Uebelstande abzuhelfen, wurde die Anfertigung von schriftlichen Arbeiten, Abfragen durch die Professoren, freiwillige Uebungen empfohlen, aber auch die Schwierigkeiten hervorgehoben, welche sich solchen Einrichtungen entgegenstellen.

d. In der allgemeinen Sitzung war man darüber einig, dass die Universitäten nicht allein für den zukünftigen Lebensberuf vorbilden, sondern auch Pflegestätten der reinen Wissenschaft sein müssen, nicht einig aber darüber, ob es zweckmässig sei, für die wissenschaftliche Forschung ein besonderes Institut ähnlich dem Collége de France zu schaffen. Dieses befürwortete der Berichterstatter Dr. Crocq, Professor an der Brüsseler Universität, indem er behauptete, dass die deutschen Universitäten die Vereinigung beider Aufgaben nicht genügend verwirklichten. Gegenwärtig herrsche auf ihnen, im Gegensatz zu früher, eine Ueberschätzung des Brotstudiums, welche allmählich den Niedergang der Wissenschaft herbeiführen würde. Diesen Anschauungen trat Herr Tempels, Präsident der école modèle, entgegen, indem er ausführte, dass, wenn man beide Richtungen trennte, die Universitäten von ihrer Höhe sinken würden, und jenes Institut wegen Mangels an Betheiligung nicht lebensfähig werden könnte. Er hielt die Einrichtung der deutschen Universitäten für die allein richtige. Ihm schloss sich Herr Beaussire an, indem er noch geltend machte, dass in Frankreich die hervorragenden Gelehrten weniger aus dem Collége de France, als aus den Fachschulen, der école normale und der école polytechnique, hervorgegangen seien.

Als in der Sectionssitzung diese Frage noch weiter discutirt wurde, erklärte sich auch Herr Professor van der Kindere gegen die Abzweigung eines besonderen wissenschaftlichen Instituts von den Universitäten.

e. Die Einrichtung von Handelsakademien wurde einerseits vom Staate verlangt, andererseits glaubte man sie der Initiative von Privatgesellschaften überlassen zu dürfen.

f. Die Einführung eines Examens vor Eintritt in die Universität wurde allgemein für nothwendig erklärt.

g. Die Zulassung der Frauen zu Universitätsstudien wurde von vielen Rednern lebhaft empfohlen.

Da die sechs verschiedenen Sectionen gleichzeitig tagten, so war es schwierig, über alle einen erschöpfenden Bericht zu gewinnen; vielleicht ist es diesem Umstande zuzuschreiben, dass die Resultate der Berathungen der folgenden Sectionen so gering erscheinen. Was ich aber davon gesehen und von Anderen vernommen habe, macht den Eindruck, als wenn wirklich die Früchte ihrer Besprechungen weniger reich gewesen wären.

4. Fachschulen.

a. Einige verlangten Umwandlung der gegenwärtigen Realabtheilung der belgischen Atheneen in reine Fachschulen, was aber von anderen Rednern bekämpft wurde. Andere wollten Verbindung von Werkstätten mit den Schulen, sogar mit den Elementarschulen, was besonders Herr Hamspohn aus Köln als unthunlich bezeichnete.

b. Die verschiedenartigsten Fachschulen für beide Geschlechter wurden nicht ohne Geschick empfohlen; da diese Schulen aber die allgemeine Erziehung nicht sonderlich berühren, so ergab sich auch weniger Gegensatz der Anschauungen.

c. Hinsichtlich des Turnwesens forderte man bessere Ausbildung der Lehrer in einer Centralturnanstalt.

5. Fortbildungsschulen.

a. Der Berichterstatter Laporte, Inspector der Elementarschulen in Melun, urtheilte sehr abfällig über die bisherigen Leistungen der Fortbildungsschulen. Andere Redner constatirten für ihre Gegenden befriedigende Resultate. Es wurde als Anspornungsmittel Vertheilung von Preisen in Aussicht genommen.

b. In der allgemeinen Sitzung wurde die Frage besprochen, inwieweit die Schulen der Armee Dienste leisten könnten, und welchen Nutzen andererseits die Armee für die allgemeine Bildung zu schaffen vermöge. Einige Redner meinten, dass die Elementarschule und die Fortbildungsschule viel militärische Uebungen treiben, eine Vorschule für die Armee werden und dadurch eine Abkürzung der Dienstzeit im Heere herbeiführen müssten. Dagegen bezweifelte Hauptmann du Nord aus Wien, dass in der Schule gründliche militärische Vorbildung gegeben werden könne; für das Heer genüge es auch, wenn die Schule ihre Zöglinge wenigstens ordentlich lesen gelehrt habe. Man solle also lieber den obligatorischen Elementarunterricht einführen. Zwar nahm sich eine englische Dame, Fräulein Chessar, mit Wärme der militärischen Uebungen an, wie sie in den Schulen ihres Landes getrieben würden, aber Herr Schulrath Bertram stimmte Herrn du Nord bei und empfahl in den Schulen das Turnen nur als Leibesübung. Von den Militärbehörden wünschte er, dass sie die Soldaten in die Fortbildungsschulen schicken möchten.

Was nun den Werth der Armee für die allgemeine Bildung angeht, so wurde dieser einerseits geläugnet, andererseits aber durch Zahlen nachgewiesen, dass eine grosse Anzahl Mannschaften während ihrer Dienstzeit lesen und schreiben lernen.

6. Die Gesundheitspflege der Schüler.

Im Allgemeinen fanden die über diesen Gegenstand eingegangenen Berichte Anklang. Hinsichtlich des Lichtes wurde es für das beste erklärt, wenn dasselbe nur von einer Seite in das Schulzimmer komme;

unter den Schulbänken wurden die einsitzigen für die besten erklärt. Schliesslich wurde die Einführung einer genauen Statistik über den Einfluss der Schule auf die Gesundheit der Schüler empfohlen.

Ergebnisse.

Im Allgemeinen lässt sich nicht verkennen, dass die Berathungen des Congresses, wenn sie auch die so zahlreichen zur Verhandlung kommenden Fragen nicht alle erschöpfend behandeln konnten, doch den Theilnehmern dadurch, dass sie ihnen die verschiedenen Einrichtungen der einzelnen Länder und die in denselben vertretenen Anschauungen vorführten, mannichfaltige Belehrung und vielfache Anregung zu weiterem Studium der Unterrichtsfragen gegeben haben. Weitaus die Mehrzahl der Redner hat in der einfachen Weise, wie sie das sachliche Interesse eingibt, gesprochen, und wenn auch hier und da eine Aeusserung ausgesprochenen Parteistandpunktes vorgekommen ist, so ist dies doch nur selten der Fall gewesen und hat niemals die Debatte beherrscht.

Besonders verdient die Geschicklichkeit alle Anerkennung, womit sowol die allgemeinen Versammlungen, als auch die Sectionssitzungen von den Vorsitzenden geleitet wurden, und geradezu erstaunlich war die Geschicklichkeit, womit man den Inhalt der in anderen Sprachen gehaltenen Reden alsbald französisch wiedergab. Die deutschen Theilnehmer insbesondere haben alle Ursache, die Aufmerksamkeit anzuerkennen, mit der man ihre Ausführungen, mochten sie in deutscher oder französischer Sprache gemacht sein, zur Kenntniss genommen hat. Es würde aber Unrecht sein, wenn man nicht auch der Festlichkeiten gedenken wollte, welche den Congressgästen von der Gastfreundlichkeit Belgiens geboten wurden. Sie waren mannichfaltiger und glänzender Art: Sonntag Abend Vereinigung in den Sälen der Börse; Dienstag Nachmittag Fahrt nach Antwerpen, dort venetianische Nacht auf der Schelde, welche aller Beschreibung spottet; Mittwoch Abendgesellschaft (raout) auf dem Stadthause; Donnerstag Künstlerfest und Ball, wobei auch die Königlichen Majestäten erschienen; Freitag Soirée für die Comitémitglieder beim Unterrichtsminister.

Wol konnte daher in der Schlusssitzung, welche Samstag Nachmittag um halb 4 Uhr stattfand, der Vorsitzende, Baron de Sélys-Longchamps, Präsident des belgischen Senates, mit Befriedigung auf den Verlauf des Congresses zurückblicken und unter allgemeinem Beifalle der Versammlung denjenigen danken, welche zu diesem günstigen Verlauf mitgewirkt hatten. Alsdann sprach im Namen der deutschen Congressmitglieder Herr Professor Stoy aus Jena seinen Dank für die freundliche Aufnahme und seine Wünsche für das Gedeihen Belgiens und der pädagogischen Wissenschaft auf seinen Universitäten aus. Aehnliche Ansprachen folgten von Congressmitgliedern aus den verschiedenen fremden Staaten, von denen wir die des Professor Kollewyn aus Holland hervorheben wollen, welcher erklärte, die grosse Anzahl der holländischen Congressmitglieder beweise, dass das holländische Volk, wenn auch politisch von Belgien getrennt, sich doch mit ihm eins fühle in dem Streben nach Förderung der idealen Aufgaben der Menschheit.

Eine grosse Anzahl Congressmitglieder vereinigte sich schliesslich noch zu einem gemeinsamen Abendessen.

Nachschrift. Auf unsere ausdrückliche Anfrage, ob unter den Verhandlungen des Congresses auch solche über den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht waren, antwortet uns der Verfasser des vorstehenden Referats:

„Von Mathematik und Naturwissenschaften habe ich nichts Besonderes auf dem Congresse gehört. Unter den vorher angefertigten Berichten finden sich zwei über die Wichtigkeit des Unterrichts in Geometrie und Zeichnen für die Elementarschule. Hinsichtlich

der höheren Schulen waren wol Fragen aus dem mathematischen und naturwissenschaftlichen Gebiete aufgestellt und Berichte darüber abgefasst, aber sie sollten nur zur Discussion kommen, wenn die anderen Fragen erschöpft wären."

Demnach ist also dieser, grosse Erwartungen erregende Congress an einem der wichtigsten Unterrichtszweige spurlos vorübergegangen. Es genüge, dies für eine zukünftige „Geschichte des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts" hier einfach zu constatiren. D. Red.

Eine Anregung für die Lehrer der Naturwissenschaften.

Versammlung des deutschen Vereins für öffentliche Gesundheitspflege in Hamburg am 13.—15. September 1880.

Der genannte Verein hielt in Verbindung mit dem „Verein deutscher Ingenieure für Heiz- und gesundheitstechnische Anlagen" seine achte Jahresversammlung hier ab*). Der Referent benutzte diese Gelegenheit, um sich über die Thätigkeit solcher Vereine, welche tief in das Leben eingreift, zu informiren und um zu untersuchen, ob hier vielleicht etwas für den naturgeschichtlichen Untericht zu entnehmen wäre. Da nun die Gesundheitspflege und die Heiz- und gesundheitstechnischen Anlagen auch tief ins Schulleben eingreifen, überdies naturwissenschaftlicher Art sind, so glaubt der Referent, dass dieser Bericht nicht ausserhalb des Rahmens dieser Zeitschrift falle.

Die Thätigkeit dieser Versammlung erstreckte sich auf Vorträge mit Discussionen und auf Besichtigung und Erklärung von sanitären Anlagen und Instituten**).

In der 1. Versammlung (am 13.) sprach der Sanitätsrath Dr. Goldammer-Berlin in Verbindung mit Stadtrath Hendel-Dresden über „Hygienische Anforderungen an Schläferherbergen". Dieses Thema, scheinbar unserm Leserkreise fern liegend, könnte wol jene Schulmänner interessiren, welche in Internaten, Pensionaten u. dergl. die Schlafsäle der Schüler (Zöglinge) zu überwachen haben. Doch verzichten wir auf Wiedergabe der gestellten Thesen. Schon mehr dürfte den Chemiker und Lehrer der Naturgeschichte interessiren das folgende Thema, welches sich Herr Privatdocent Renk-München gewählt hatte: „Conservirung der Nahrungsmittel". Deshalb theilen wir am Schlusse unseres Referates die Thesen desselben mit (s. u. sub I).

Am zweiten Tage (den 14.) hielt der Hamburger Physikus Dr. Reinke einen Vortrag über „Schiffshygiene". Der Vortragende hatte von der Aufstellung von Thesen Abstand genommen, vertheilte aber beim Beginn der Sitzung an die Theilnehmer der Versammlung eine „Zusammenstellung der gesetzlichen Bestimmungen über Grösse und Einrichtung des Logisraums auf Schiffen, über die Raumvertheilung und Ventilation auf Auswandererschiffen, sowie über die Kost und die Mannschaften und Zwischendeckspassagiere etc. nebst Abbildungen der verschiedenen Arten von Schiffen und deren Einrichtungen"***).

---

*) Die Sitzungen fanden statt im Sitzungssaale der Bürgerschaft im sogen. „patriotischen Hause".

**) Das letzte Mitgliederverzeichniss des Vereins enthielt 968 Mitglieder aus allen Landen deutscher Zunge; davon waren in Hamburg anwesend 210, dem Berufe nach meistens Aerzte (Medizinalbeamte, Apotheker) und Ingenieure, doch auch zum Theil Verwaltungsbeamte (Stadträthe). Der Vorstand und Ausschuss bestand aus ca. 7 Mitgliedern. Vorsitzender war Herr Euler, Director des Eisenwerkes in Kaiserslautern.

***) Die wichtigsten gesetzlichen Bestimmungen Deutschlands, Englands und Nordamerikas über die Einrichtungen etc. (s. deutsche Vierteljahrsschrift f. d. Gesundheitspflege XIII, Hft. 3, Braunschweig 1880, Vieweg).

Unterstützt wurde dieser Vortrag theils durch eine Ausstellung von Schiffsproviant, theils durch Besichtigung eines Auswandererschiffes. Die erstere (die Ausstellung) hatte Herr W. Richers-Hamburg (Stubenhuk 37) im Vorzimmer des Sitzungssaales veranstaltet. Einzelnes (wie Schiffszwieback und div. Fleischwaaren) stand den Theilnehmern fortwährend zum Kosten zu Gebote. Hier waren auch Karten, eine Schiffsapotheke und Schiffsmodelle, u. a. das (von der Wiener Weltausstellung her bekannte) Durchschnittsmodell der Frisia (des grössten Auswandererschiffs der Compagnie) zu sehen. Auch eine Liste über die Verpflegung der Zwischendeckspassagiere nebst wöchentlichem Speisezettel wurde vertheilt. Noch weit mehr unterstützt aber wurde der gen. Vortrag durch die Besichtigung des Auswandererschiffes Westphalia. An den Vortrag nämlich schloss sich zuvörderst eine interessante Fahrt der Mitglieder auf drei Schuten, vom Versammlungslocale, dem sogen. „patriotischen Hause" aus durch die Fleete nach dem Hafen und den Quaispeichern. Nach längerer und genauerer Besichtigung dieser grossartigen Anlagen bestieg die Gesellschaft den bereitliegenden grossen Dampfer „Blankenese", wo ihrer ein vorzügliches und reichliches Frühstück wartete. Noch während desselben begann die Fahrt elbabwärts nach dem bei Brunshausen (dem Hafen von Stade) liegenden schon erwähnten transatlantischen Dampfer Westphalia (Capit. Schwensen). Hier wurde die Bereitung der Schiffskost in Augenschein genommen und die Kost selbst (Bohnensuppe mit Rindfleisch und Kartoffeln, Mehlspeise mit Pflaumen — etwa so, wie sie Matrosen und Zwischendeckspassagiere Sonntags erhalten —) als Mittagsmahl eingenommen.

Auf dem Rückwege wurden bei Blankenese die Altonaer Wasserwerke und die Wasserfiltrirvorrichtungen (Bassins) besichtigt*). Die Rückfahrt in der Nacht längs des ganzen rechten Elbufers wurde höchst interessant gemacht dadurch, dass die Bewohner der verschiedenen Ufervillen Illumination und Feuerwerk veranstalteten. Die Kosten für die dem Vereine bereiteten Festlichkeiten und Vergnügungen trug die Gesellschaft der transatlantischen Dampfschiffahrt, und es darf hier nicht unerwähnt bleiben, dass die Stadt Hamburg immer, wo es gilt, ihre Gastfreundschaft im hohen Grade zeigt. Freilich macht man Unterschiede; denn z. B. dem Lehrertage wurde zwar Aehnliches, aber nicht in dem Maasse geboten.

Am dritten Tage (den 15.) beantwortete Generalarzt Dr. Roth-Dresden im Vereine mit Ingenieur Rietschel-Dresden die Frage: „Wie lassen sich die Fortschritte auf dem Gebiete der Heizung und Ventilation erzielen und im Interesse der Gesundheitspflege am besten verwerthen?" Dieses Thema hat für den Lehrer insofern grosses Interesse, als es auch auf die innere Einrichtung von Schulgebäuden Bezug hat. Wir lassen daher die betreffenden Thesen unten ebenfalls folgen (s. u. sub. II.).

Obgleich Referent — vielleicht der einzige Theilnehmer aus dem Lehrerstande — sich unter fremdartigen Elementen, die nicht selten auf den Lehrerstand hochmüthig herabsehen, bewegte, hatte er doch manche interessante Anregung. Auch Sonderbarkeiten kamen ihm vor. So erregte ein berliner Rentier — ein ächter Bramarbas — seine und der Umstehenden Aufmerksamkeit (und theilweises Bedauern), da er die zoologischen Gärten laut verdammte und meinte, sie leisteten nicht der Bildung sondern der Demoralisation Vorschub, weil — Kinder und Erwachsene die Thiere nur neckten!

Unter den in Augenschein genommenen und besuchten Anstalten oder Instituten Hamburgs waren ausser den schon erwähnten (Hafen, Quai-

---

*) Den dabei stattfindenden physikalischen Process (der sehr unklar erläutert wurde und bei dem das specifische Gewicht der Absatzstoffe eine Hauptrolle spielt) findet man in der Broschüre: „Kurzgefasste Beschreibung von Dr. Gerson's Filtrationsverfahren" (patent.) von Ingen. Oppert erklärt.

speichern und Wasserwerken): das (architektonisch unschöne) Schul- und Museumsgebäude in St. Georg, die neue höhere Bürgerschule wegen ihrer Centralheizanlagen, das öffentliche Impfinstitut, das chemische Staatslaboratorium, das Werk- (Arbeits-) und Armenhaus, die Irrenanstalt Friedrichsberg, das Seemannshaus, die *Koopmannsche Exportschlächterei*, wo täglich 6—800 (Montags 1400) Schweine geschlachtet werden, für die Umgebung in St. Pauli durchaus *unsanitär*, eine Art Wahrzeichen Hamburgs; unter den im Bau begriffenen Gebäuden: der neue Strafjustizpalast mit grossartigem Untersuchungsgefängniss, ein Volksbad, die neue Seewarte. Jeder der Theilnehmer wählte sich natürlich heraus, was ihn interessirte. Auch wurden *Sielfahrten* (siehe unsere Schilderung Hft. 5, S. 407) unternommen.

Gerade der „Verein für öffentliche Gesundheitspflege“ konnte in Hamburg viel lernen, wenn auch negativ. Aber der Gastgeber, bei dem in sanitärer Beziehung Vieles recht mangelhaft ist, musste aus Höflichkeit geschont werden. Man darf doch zu seinem freundlichen Wirthe nicht sagen: „Höre du, bei dir sieht es aber recht traurig aus, deine Strassen sind voll Schmutz und Staub, dein Trinkwasser ist schlecht, die Fleischschau ist nicht obligatorisch, deine Häuser sind gesundheits- und lebensgefährlich gebaut, haben hölzerne, enge und finstere Treppen, — denn der Platz muss ja raffinirt klug „ausgenutzt“ werden —, die Aborte sind finster und über ihnen ist das Trink- und Kochwasserreservoir angebracht, die schöne wiener Einrichtung der Doppelfenster fehlt; die Kohlen windest du auf den Boden, statt sie in den Keller zu schütten; einen Keller aber zum Gebrauch der Hausbewohner gibts nicht, denn der muss, obschon dumpfig und feucht, als „Wohn- und Frühstückskeller“ ausgenutzt werden. Gute und billige Badeanstalten fehlen dir. Im Winter — höre ich — lässest du die schlüpfrigen Trottoirs nicht bestreuen und brechen viele Leute Arm und Bein und beim späten Trottoirreinigen in der Frühstunde (8—9 Uhr) bekommt man seine schön geputzten Stiefeln mit Wasser begossen. Das Peitschengeknalle roher Fuhrleute und der Gassenjungen belästigt und erweitert das Trommelfell und tödtet mitunter sogar Augen der Passanten. Von deiner rohen Strassenjugend und von deinem scheusslichen Prostitutionswesen will ich lieber gar nicht reden*). Nur zwei Einrichtungen sind gut: die *Feuerwehr* und das *Schwemmsystem*, aber sie entspringen wohl mehr dem *Egoismus*, als der humanen Fürsorge für die Einwohner. Du hast eben, liebe „Hammonia“, Alles auf Handels- und Schiffsanlagen gewendet und wer wollte leugnen, dass diese vortrefflich und sehenswerth sind, wenn sie auch vielleicht bald von denen Antwerpens übertroffen werden dürften; aber vieles andere hast du über dieser Arbeit vergessen und so bist du aus Hamburg z. Th. eine Hemmburg geworden!“

Für die Leser dieser Zeitschrift aber, besonders für die Lehrer der Naturwissenschaften, geht hieraus die Anregung resp. die Aufforderung hervor, sich an obengenanntem Vereine zu betheiligen und nicht hinter dem Arzte und Techniker gar zu bescheiden zurückzutreten, die ohnehin, gestützt auf ihre praktischen Erfahrungen und Kenntnisse, auf den nur „theoretisch gebildeten Lehrer“ meist mit Hochmuth herabblicken, auch nicht unterscheiden zwischen einem eben aus dem Seminarrock geschlüpften Elementarlehrer und einem gereiften und akademisch gebildeten Lehrer der Naturwissenschaften. Die Gesundheitspflege ist ebensosehr die Domäne des *Lehrers der Naturwissenschaften*, als des Arztes und Technikers, und ich wollte den sehen, der mir meinen Antheil an dieser

*) Wir führen hier nur die auf die *Sanität* bezügl. Uebelstände an; aber es gibt deren noch viele andere, z. B. das Droschkenwesen, die Schulverhältnisse, der Zustand der Stadtbibliothek, und vor allem die Zollplackerei. Für Lehrer der Geographie möge das eine Anregung sein und den Herren Bädekers möchten wir rathen, Derartiges in ihren Reisehandbüchern nicht zu verschweigen!

Domäne streitig machen wollte. Nur sollten sich die Lehrer dieses Rechtes nicht selbst begeben!

Es wäre daher, nachdem die Theilnahme an der Naturforscherversammlung beinahe unmöglich gemacht ist (X, 478), sehr zu wünschen, dass alle Lehrer der Naturwissenschaften Deutschlands dem deutschen Verein für öffentliche Gesundheitspflege beiträten, und wir wollen dieselben hiermit veranlassen, zu einem Artikel für diese Zeitschrift, das Thema behandelnd: „Was können die Lehrer der Naturwissenschaft in und ausserhalb der Schule zur öffentlichen Gesundheitspflege beitragen?“

I.

Schlusssätze über Conservirung von Nahrungsmitteln.

Aufgestellt von Herrn Privatdocent Dr. Renk (München).

I. Bei Conservirung von Nahrungs- und Genussmitteln muss als oberster Grundsatz gelten, dass diese in ihrer Beschaffenheit keine oder nur solche Veränderungen erleiden, welche keine Gefahr für die menschliche Gesundheit bringen. Aus diesem Grunde ist der Zusatz sogenannter antiseptischer Mittel nur statthaft, wenn derselbe durch Erfahrung oder Experiment als nicht gesundheitsschädlich erwiesen ist.

II. Wenn conservirende Stoffe einem Nahrungs- oder Genussmittel zugesetzt werden, so ist dieser Zusatz in einer für den Käufer deutlich erkennbaren Weise zu bezeichnen.

III. Alle Fleischconserven, deren Herstellung nicht auf Anwendung höherer Temperaturen (100 bis 120° C.) beruht, unterliegen der officiellen Fleischbeschau am Orte ihres Verkaufes; mit Rücksicht auf die erfahrungsgemässe Unschädlichkeit des Pökelfleisches und die Schwierigkeit der Ausführung kann sich die sanitätspolizeiliche Controle desselben auf die mikroskopische Trichinenschau beschränken.

IV. Wenn Nahrungs- oder Genussmittel in metallene Gefässe eingeschlossen werden, so sind Löthstellen im Innern dieser Gefässe sorgfältigst zu vermeiden.

II.

Wie lassen sich Fortschritte auf dem Gebiete der Heizung und Ventilation erzielen und dieselben am besten im Interesse der Gesundheitspflege verwerthen?

Thesen, aufgestellt von Herrn Ingenieur Hermann Rietschel (Dresden).

Es ist anzustreben:

1. Dass bei Einrichtung von Heiz- und Ventilations-Anlagen sowol die Wahl der Systeme, als die an die Anlagen zu stellenden Anforderungen unparteiischem, sachverständigem Gutachten unterworfen werden.
2. Dass bestehende Anlagen sowol in ihrer Gesammtheit, als in ihren Einzelconstructionen bez. ihrer Zweckmässigkeit von staatlicher Seite durch Sachverständige beobachtet und untersucht, und dass die hierdurch gewonnenen Erfahrungen durch geeignete Veröffentlichungen der Allgemeinheit zugänglich gemacht werden.
3. Dass die wissenschaftlichen Grundlagen des gesammten Gebietes der Heizung und Ventilation eventuell durch Errichtung einer unter staatlicher Controle stehenden Versuchsstation weitere Klärung und Förderung erfahren.

Thesen, aufgestellt von Herrn Generalarzt I. Cl. Dr. W. Roth (Dresden).

1. Die Controle über die erfolgte Ausführung und den regelrechten Betrieb der Anlagen muss durch besonders hierzu ausgebildete Sanitätsbeamte geschehen.
2. Es wäre ein in sanitärer wie finanzieller Beziehung höchst wichtiger Fortschritt, wenn die Mediziner wie die Techniker eine genügende Kenntniss in dieser Richtung bereits in ihren Fachprüfungen nachzuweisen hätten.

(Resolutionen über diese Thesen wurden nicht gefasst).

Proben aus dem mathematischen Unterrichte in Lehrerseminaren und Volksschulen.

II.

(Fortsetzung von S. 413, Heft 5.)

c) Ein Orakel der Volksschul- und Seminarlehrer.

Wenn man eine Vorstellung von dem geometrischen Unterrichte in der Volksschule und den Seminaren haben will, so darf man nur ausser den in unserer Zeitschr. tadelnd besprochenen Büchern aus dieser Sphäre das Buch von Kehr, „praktische Geometrie für Volks- und gewerbliche Fortbildungsschulen sowie für Präparandenanstalten“, Gotha 1880. 6. Aufl. lesen. Dieses unverkennbar in praktischem Sinne abgefasste Buch wimmelt von sprachlich-geometrischen und auch sachlichen Incorrectheiten und Ungenauigkeiten. Hier wollen wir einige Pröbchen davon geben.

S. 39 heisst es: „Mit zwei geraden Linien (warum nicht „Geraden“?) kann man $2 \times 2 = 4$ Winkel bilden, mit drei geraden Linien (!) = 12 Winkel, mit vier g. L. = 24 W.“ Was soll hier das =? — Auf derselben Seite steht: „Nebenwinkel sind solche Winkel, welche einen gemeinschaftlichen Scheitel und einen gemeinschaftlichen Schenkel haben, und deren nicht-gemeinschaftliche Schenkel eine gerade Linie bilden.“ Die gesperrt gedruckten Worte sind natürlich zu betonen! Können denn Nebenwinkel zwei gemeinschaftliche Scheitel und zwei (oder gar mehr?) gemeinschaftliche Schenkel haben? Wenn der Scheitel „gemeinschaftlich“ ist, so ist er eben nur einer! Und gerade eine Hauptsache, dass nämlich die nicht-gemeinschaftlichen Schenkel entgegengesetzte Richtung haben, ist weggelassen.

§ 29 (S. 80) sagt K.: „Verbinde ab, bm und am durch gerade Linien (wo a, b, m Punkte der Kreisperipherie sind), d. h. doch: verbinde die Strecken ab, bm und am mit einander! Herr K. meint aber: verbinde die Punkte a und b etc. Auch setzt K. immer dem allgemeinen Brauch zuwider kleine Buchstaben an die Ecken. Wie geistbildend aber ist die Eselsbrückenmethode, nach welcher dort die Construction eines gleichseitigen Dreiecks in einen Kreis mechanisch folgendermassen gelehrt wird: „Ziehe in den Kreis den Durchmesser mg, beschreibe von g aus (aus g!) mit dem Halbmesser (welchem?) den Bogen acb (c ist nämlich Mittelpunkt!), verbinde ab, bm und am durch gerade Linien (Gerade!), so ist ein gleichseitiges Dreieck in einem Kreise entstanden.“ Aber warum denn? Meint Herr K., dass der Schüler das nicht begreifen könne oder nicht zu wissen brauche? Dabei ist in seinem Lapidarstil dem Verf. ein Quintaner-Grammatikale untergelaufen. K. stellt nämlich seine Aufgabe wie folgt: „Ein (statt einen!) Kreis in (um) ein gleichseitiges Dreieck“. (nämlich „zu zeichnen“). Dieser Fehler kommt viermal vor. Ebenda (S. 81) nennt K. die Halbirungslinien der Dreieckswinkel „Theilungs-

striche". Denn er sagt: „Halbire die Winkel des Dreiecks *abd*, so ist *c* der Durchschnittspunkt der Theilungsstriche"! Sehr hübsch ist auch (S. 81 No. 4): „Ein gleichseitiges Dreieck um einen Kreis". „Trage den Halbmesser 6 mal auf den Umfang des Kreises ab, ziehe von den Theilungspunkten (aber von „Theilung" war ja gar nicht die Rede!) 1, 3, 5 oder 2, 4, 6 Halbmesser in den Mittelpunkt *C* (als ob Halbmesser nicht immer in den Mittelpunkt gingen?) und über (über?) jede (wol jeden, nämlich Halbmesser!) derselben eine Tangente, so müssen die Kreuzungspunkte (besser Schnittpunkte Hr. K.!) derselben *o*, *p*, *m* die Ecken des gleichseitigen Dreiecks sein". (Und „müssen"? Warum denn?) — S. 114: „Schon in frühester Zeit hat man nach einer Zahl gesucht, welche genau angibt, wie viel mal der Umfang eines Kreises grösser ist, als sein Durchmesser". (Statt: wie viel mal so gross" oder besser: „das Wievielfache"!). Dass diese Zahl — das sogenannte Kreisverhältniss — zwischen 3 und 4 liegen musste, war bald gefunden etc." Also hört! — eine Zahl ist „ein Verhältniss"! Bis jetzt haben alle Mathematiker immer behauptet, dass zu einem Verhältniss **zwei** Zahlen gehören, nun will uns ein Dilettant das Gegentheil weiss machen! S. 119: Die Kreisfläche berechnet Hr. K. aus dem Umfange so: Ist der Umfang gegeben, so multiplicire man ihn mit der Hälfte des Halbmessers" $\left(F = p \cdot \frac{r}{2}\right)$. Aber es ist ja nur der Umfang gegeben, Herr Kehr, und der Halbmesser nicht! Ist auch dabei übersehen, dass r schon in p steckt, denn $p = 2r\pi$! — Ein wahres Kabinetsstück von Seminarmathematik ist aber folgendes: In § 28 Schluss (S. 80) berechnet K. die Fläche eines ungleichseitigen Dreiecks mit den Seiten 60 m, 80 m, 100 m. Diese verhalten sich wie 3, 4, 5. Ein solches Dreieck ist aber ein pythagoräisches, also ein rechtwinkliges, was auch K. (S. 71) selbst sagt und in der Tabelle (S. 72) anführt. In der That ist $\sqrt{80^2 + 60^2} = 100$. Herr Kehr aber zeichnet ein ungleichseitiges Dreieck mit den Seiten 40 m, 25 m, 20 m und berechnet den Inhalt nach der bekannten Formel $F = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)}$ etc. $= 2400$ qm; er sieht aber nicht, dass er das hätte kürzer haben können: $F = \frac{80 \cdot 60}{2}$ $= 2400$ qm (halbes Product der Katheten). Welche Gedankenlosigkeit!

Und das geht durch sechs Auflagen hindurch! Hat denn keiner der königl. preussischen oder herzogl. Gothaischen Seminargelehrten diesen königlichen Schnitzer entdeckt? Und da sagt Hr. K. im Vorworte zur 5. Auflage:

> „Das vorliegende Buch hat einen so reichen Absatz, eine so weite Verbreitung und in den Kreisen der deutschen Lehrerwelt eine so günstige Aufnahme gefunden, dass ich allen Grund habe, mich der erzielten Erfolge zu freuen. Es ist indess nicht meine Sache, diese Freude über den erworbenen Beifall wie ein Schlummerpulver wirken zu lassen; ich habe vielmehr die günstigen Urtheile als ein Anregungsmittel zu Verbesserungen benutzt. (Wie mangelhaft mag es also in der 1. Auflage gewesen sein!!). Darum sind auch einzelne Stellen klarer gefasst, manche Ausdrücke mit geeigneteren vertauscht, eine Anzahl Constructionsaufgaben neu hinzugekommen und viele Figuren theils corrigirt, theils neu gezeichnet worden."

Herr K. erwähnt noch dankend die „freundliche Theilnahme" seines Freundes des Rectors Huth in Langensalza. Aber leider war Herr Huth nicht genug auf der Hut (oder hatte vielleicht nicht den Muth?), um diese groben Fehler zu entdecken und auszumerzen. Wenn unter der Flagge

eines „Seminardirectors" und eines anderen „Rectors" solche Machwerke auf dem Meere des literarischen Schulbüchermarktes ungestört und prahlend umhersegeln dürfen, was soll man da von dem mathematischen Unterrichte erwarten? Auf S. 24 bezeichnet Herr K. das Buch ausdrücklich als „Lehrerbuch" im Gegensatze zum „Schülerbuche", den „geometrischen Rechenaufgaben für die Oberclasse der Volks- und Bürgerschule" etc. und sagt: „Der Lehrer wähle aus dem Buche aus, was er für seine Schüler braucht. Es enthält Milch für Schwache und feste Speise für Starke." Wir haben wenig „feste Speise", aber desto mehr verdorbene und verfälschte Milch gefunden und haben es für unsere Pflicht erachtet, einstweilen das Amt der Sanitätspolizei zu übernehmen, bis die Sanitätsbehörde selbst eingreift. Aber wir möchten doch am Schlusse die ernstliche Frage aufwerfen: Sitzen denn nicht in den Provinzialschulcollegien resp. den Unterrichtsministerien der Kleinstaaten sachverständige Schulräthe, wie in Oesterreich, welche in derartigem literarischen Unfuge den Censur-Rothstift unbarmherig anwenden? Glauben die Herren denn, dass man auswärts dadurch Respect vor dem preussischen Unterrichtswesen bekommt? Oder liegt es nicht vielmehr nahe, dass man dasselbe bespöttelt oder mitleidig belächelt?*) H.

(Fortsetzung folgt.)

Erwiderung

betr. eine Recension der Jahrbücher über die Fortschritte der Mathematik**).

Im 4. Hefte des diesjährigen Jahrganges dieser Zeitschrift S. 334 und 335 hat mir Herr Gymnasialprofessor Günther im Gegensatz zu seiner im 2. Heft auf S. 148 enthaltenen Bemerkung zugestanden, dass bei Berechnung der Gesammtwirkung, welche parallele Sonnenstrahlen auf die ganze Erdkugel ausüben, der Einfallswinkel nicht beachtet zu werden braucht.

Indem ich Herrn Günther für sein Entgegenkommen hiermit öffentlich meinen Dank wiederhole, scheint es mir doch nothwendig, vor den Lesern dieser Zeitschrift auch den andern Punkt zu erörtern, der in den „Jahrbüchern über die Fortschritte der Mathematik", III. Bd. S. 545 an meiner Abhandlung des Wolgaster Programms von 1871 getadelt worden ist.

Es handelt sich um die Gültigkeit des zuerst, aber noch nicht allgemein genug von dem preuss. Oberbaurath Lambert 1779 aufgestellten Gesetzes, dass die Wärmemenge, die eine gegebene Fläche eines Planeten von der Sonne durch senkrechte Strahlung empfängt, sich nur mit dem Winkel verändert, welchen der Leitstrahl der Bahn während der Dauer der Beleuchtung beschreibt.

Dass dasselbe auf die ganze Oberfläche der Erde ausgedehnt werden kann, wäre also ausgemacht. Aber ich hatte dasselbe auch auf die entsprechenden Jahreszeiten solcher Orte angewandt, die auf der Nord- und Südhalbkugel unter gleicher Breite liegen, und hatte dabei den Einfluss des Neigungswinkels der Strahlen gar nicht erwähnt, weil ich von der Voraussetzung ausging, dass dieser Einfluss hierbei vernachlässigt werden könne. Es wäre also die Frage zu beantworten: Ist diese Voraussetzung statthaft?

Alle Mathematiker, welche diesen Gegenstand behandeln, gehen von der Halley'schen Grundanschauung aus, dass die Wirkung der Sonnenstrahlen im geraden Verhältniss zum Sinus der Sonnenhöhe stehe.

*) Wir bitten alle vernünftigen Mathematiklehrer, auf ähnliche „Böcke" zu fahnden und uns dieselben einzuliefern. Wir wollen einmal diesen Stall des Augias säubern. D. Red.

*) Da diese „Erwiderung" hauptsächlich gegen eine andere periodische Schrift gerichtet ist, so mussten wir sie in die 3. Abth. verweisen. D. Red.

Es bezeichne nun

β die geographische Breite,

h die Höhe der Sonne über dem Horizont,

δ die Abweichung (Declination) der Sonne nördlich,

t den Stundenwinkel desselben Gestirns, gezählt von der Mittagslinie des Ortes aus im Sinne der täglichen Drehung des Himmelsgewölbes. Durch diesen Winkel sei auch die Zeit gemessen, so dass also 15° von t eine Stunde bedeutet.

Dann erhalten wir aus dem sphärischen Dreiecke Zenith-Pol-Sonne:

$$\cos (90^0 - h) = \sin \beta \,.\, \sin \delta + \cos \beta \,.\, \cos \delta \,.\, \cos t.$$

Bedeutet nun ferner

σ die Schiefe der Ekliptik,

r die Verbindungslinie des Sonnen- und Erdmittelpunktes,

ϑ die wahre Anomalie der Erde, oder, was auf dasselbe hinauskommt, die Länge der Sonne, vom Widderpunkt an gezählt,

ϑ_0 und ϑ_1 dasselbe am Anfange und am Ende einer gegebenen Zeit,

c die Constante der Flächen bei der Erdbahn,

W die Kraft der Sonnenstrahlen in der Zeiteinheit bei senkrechtem Auftreffen auf die Flächeneinheit am Orte der Untersuchung,

S das nämliche, aber für die Entfernung Eins von der Sonne; so folgt

$$1)\qquad dW = \frac{S}{r^2} (\sin \beta \,.\, \sin \delta + \cos \beta \,.\, \cos \delta \,.\, \cos t)\, dt,$$

und nach der Neper'schen Regel vom rechtwinkeligen Kugeldreiecke

$$\sin \delta = \sin \vartheta \,.\, \sin \sigma.$$

Für beide Pole der Erde ist $\cos \beta$ gleich Null. Da nun keiner der übrigen Factoren des zweiten in der Klammer stehenden Summanden in 1) unendlich wird, so verschwindet dieses Glied, und es ergibt sich, da nach dem zweiten Kepler'schen Gesetze $r^2 d\vartheta = c dt$,

$$2)\qquad dW = \frac{S}{c} \sin \beta \,.\, \sin \sigma \,.\, \sin \vartheta \,.\, d\vartheta.$$

$$3)\qquad W = -\frac{S}{c} \sin \beta \,.\, \sin \sigma (\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_0).$$

Für den Nord- und den Südpol ist $\sin \beta \sin \sigma$ dem Zahlenwerthe nach gleich, dem Vorzeichen nach aber ungleich, wenn wir σ und $\sin \sigma$ als absolute Werthe betrachten, die immer grösser als Null bleiben. Zur Entscheidung des Vorzeichens des letzten Factors in 3) setze man

$$\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_0 = -2 \sin \frac{\vartheta_1 + \vartheta_0}{2} \sin \frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{2}.$$

Solange die Dauer der Beleuchtung kleiner als ein Jahr, d. h. so lange $\vartheta_1 - \vartheta_0 < 360^0$, ist $\frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{2}$ kleiner als 180°, $\sin \frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{2}$ ändert also sein Vorzeichen nicht, auch wenn ϑ_1 und ϑ_0, wie es im Sommer des Südpoles der Fall ist, um je 180° grösser werden. Die 180° heben sich dann weg. Dagegen wird in diesem letzteren Falle $\vartheta_1 + \vartheta_0$ um 360°, $\frac{\vartheta_1 + \vartheta_0}{2}$ um 180° grösser, also erhält $\sin \frac{\vartheta_1 + \vartheta_0}{2}$ das entgegengesetzte Vorzeichen. Mithin bekommt W für den Südpol dasselbe Vorzeichen, wie für den Nordpol, ist also an beiden vollkommen gleich, sobald das ϑ_0 und ϑ_1 an dem einen Pole ein jedes um 180° von dem ϑ_0 und ϑ_1 des andern Poles verschieden ist, wie es in den entsprechenden Jahreszeiten der Fall sein muss.

In der in Rede stehenden Schrift war nun meine Untersuchung hauptsächlich auf die Vergleichung der beiden Pole gerichtet. Für diese Orte ist also die Richtigkeit meiner Voraussetzung bewiesen.

Die mathematische Beantwortung der Frage, ob der Lambert'sche Satz auch auf zwei beliebige andere Orte gleicher nördlicher und südlicher Breite angewandt werden darf, würde den mir in dieser Zeitschrift gebotenen Raum überschreiten. Die Art, wie die Sonnenstrahlen auf einen beliebigen Punkt der Erdoberfläche wirken, ist von Halley, Lambert und Poisson, in neuerer Zeit besonders von Meech und Wiener ausführlich berechnet worden. Vorzüglich der letztere hat der hier berührten Frage seine Aufmerksamkeit zugewandt und in einer Abhandlung, die im vorjährigen Bande der Zeitschrift der österr. Gesellschaft für Meteorologie veröffentlicht worden ist, die Ergebnisse seiner Arbeit zusammengestellt. Wir entnehmen daraus Folgendes:

S. 126, 2. „Die Bestrahlungsstärke eines Punktes von nördlicher und eines solchen von gleicher südlicher Breite in den Zeiträumen entsprechender Jahreszeiten sind einander gleich."

Und auf derselben Seite:

„Die Bestrahlungsstärke eines Punktes von nördlicher und eines solchen von gleicher südlicher Breite sind in zwei weniger als ein Jahr betragenden Zeiträumen einander gleich, wenn die Sonnenlängen zu Anfang beider Zeiten, sowie die zu Ende derselben um 180° verschieden sind."

Dass der Einfluss des Abstandes der Sonne auf die Erwärmung der Erde nicht immer beachtet zu werden braucht, sondern dass es vorwiegend auf den Winkel ankommt, den der Radiusvector der Erdbahn beschreibt, ergibt sich auch aus der Folgerung Wiener's auf Seite 125:

„Es sind die Bestrahlungsstärken eines Punktes der Erdoberfläche in zwei weniger als ein Jahr betragenden Zeiträumen einander gleich, wenn zu der Anfangszeit eines jeden und zu der Endzeit des anderen die Sonnenlängen von derjenigen bei einer Sonnenwende um gleichviel, aber im entgegengesetzten Sinne abweichen." .... „Der mathematische Grund liegt in der Periodicität der elliptischen Integrale, welche die Bestrahlungsstärke ausdrücken."

Sonach habe ich den Beweis erbracht, dass die Voraussetzung, von der ich bei meiner Programmarbeit von 1871 ausgegangen bin, richtig ist.

Buxtehude. Roth.

Journalschau.

Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens.

Jahrgang VIII.

(Fortsetzung von Heft 5, S. 417.)

Heft 5—6. Für unsere Fächer enthält, ausser einer Anzahl Recensionen mathematischer und naturwissenschaftlicher Schulbücher, dieses Heft zwar nichts, aber dafür zwei lesenswerthe Aufsätze aus dem Gebiete der Pädagogik „Die allgemeinen Zeugnissprädicate" von Dr. Beyer-Rawitsch und die scharfe und zurückweisende Kritik der Schrift „Akademische Lernfreiheit" von Lothar Meyer, seitens des Dir. Kappes-Karlsruhe mit Rücksicht auf die Realschulfrage. Der erste Aufsatz gipfelt in folgenden zwei Thesen: 1) „Die Anwendung von allgemeinen Zeugniss-Prädicaten („recht gut, gut, genügend bestanden") erscheint im Princip als zweckmässig; doch sind Normativ-Bestimmungen über die Anwendung der einzelnen Prädicate, sowie auch über die Zulässigkeit einer Befreiung von der mündlichen Prüfung wünschenswerth, um die grosse Ungleichmässigkeit bei einzelnen Anstalten bez. Provinzen zu beseitigen." 2) (Für die Delegirtenversammlung) „Die Versammlung hält es nicht für gerechtfertigt, dass die Abiturienten der Realschule anders beurtheilt werden als die des Gymnasiums, insofern 1. an der Realschule allgemeine Prädicate gegeben werden, am Gym-

nasium nicht, und insofern 2. am Gymnasium andere Prädicate vorgeschrieben sind als an der Realschule. Sie beauftragt daher den Vorstand, den Herrn Cultusminister zu bitten, bei einer Revision die Prüfungs-Reglements beider Anstalten in diesen äusseren Punkten in Uebereinstimmnng zu bringen."

Recensirt sind 9 mathematische und 23 naturgeschichtliche Schulbücher, deren Aufzählung hier zu weit führen würde.

Pädagogisches Archiv, XXII. Jahrgang.

(Fortsetzung von Heft 5, S. 417.)

Heft 6. Reidt's „Bericht über mathematischen Unterricht" erwähnt Wittstein's (von uns bereits besprochenes) Buch „die Methode des mathematischen Unterrichts" und stimmt mit uns darin überein, dass für den gegenwärtigen Stand der Methodik dieses Buch unzureichend ist, sieht in „Petersen, Methoden und Theorien" (s. XI, 5) eine Bereicherung der pädagogischen Literatur, findet in Dränert's Bearbeitung des Meyer Hirsch für höhere Bürgerschulen keinen nennenswerthen Fortschritt und gibt der Schrift Polster's („Parallelentheorie" etc.) nur ein bedingtes Lob (vergl. die Recension Günther's bei uns X, Heft 2).

Oesterr. Zeitschrift für Realschulwesen, V. Jahrgang.

(Fortsetzung von Heft 5, S. 418.)

Heft 5. Hinter einem lesenswerthen Aufsatze „über die neuesten Einheitsbestrebungen auf dem Gebiete der Orthographie", in welchem ausser Oesterreich (O), Baiern (B), Preussen (P), Württemberg (W) auch die Autoritäten Raumer und Sanders berücksichtigt werden, gibt Seewald-Leitmeritz im Anschluss an den Aufsatz „Ueber den Begriff der geraden Pyramide" (S. 143 u. ff.), einen Beitrag „zur Eintheilung der Pyramiden", indem er — wie beim Parallelogramm Seiten und Winkel — so hier Kantenlänge, Flächenwinkel und Lage des Höhenfusspunktes zum Eintheilungsgrunde wählt. In den Schulnachrichten wird das Programm des belgischen Unterrichtscongresses (Sept. 1880) mitgetheilt. Unter den Recensionen sind Steinhauser's „Hilfstafeln zur präcisen Berechnung zwanzigstelliger Logarithmen" von Kolbe sehr anerkennend recensirt.

Heft 6. Wiskočil-Iglau gibt eine „stereometrische Begründung der zwölf Constructionsaufgaben der Geometrie der Lage von der Bestimmung der Curven II. O. aus fünf vollen Elementen", wodurch gezeigt werden soll, dass die genannten Constructionen in der descriptiven Geometrie durch genau dieselben Liniencombinationen zur Auflösung führen, wie in der Geometrie der Lage, falls nur den Constructionslinien der letzteren gewisse Bedeutungen der descriptiven Geometrie zuerkannt werden. — Ein wiener Probecandidat N. Herz versucht zu zeigen, wie man den Schülern der Mittelschule das Wesen und den Begriff der „lebendigen Kraft" (eines bewegten Körpers) definiren müsse. Unter den „Schulnachrichten" werden die Verhandlungen der vierten Delegirten-Versammlung des allgemeinen deutschen Realschulmännervereins (31. März bis 1. April 1880 in Berlin) von Hersmann-Ruhrort mitgetheilt. Im „Archiv" die preussische Schulbücher-Verordnung vom 12. Januar 1880. In den Recensionen finden Besprechung: Handl's Physik, Wretschko's analytische Geometrie, Fialkowski's zeichnende Geometrie für Ackerbauschulen.

Blätter für das Bayerische Gymnasial- und Realschulwesen.
Band XVI.*)
(Fortsetzung von Heft 4, S. 330.)

Heft 1. Dötsch-Kaiserslautern gibt einen Beitrag „Zum Unterricht in der Determinantenlehre" in der Weise von Hesse und Sersawy. — Kurz-Augsburg setzt seine „Physikalischen Miscellen" (77—82) fort. Recensirt ist: Studnička's Lehrbuch der Algebra von Günther.

Heft 2. Neben einer geometrischen Aufgabe von Sailer-Aschaffenburg läuft ein Aufsatz von Braumüller-München „Ueber ein Problem des Minimums", mit Integralrechnung; passt dies in eine Schulzeitschrift? — Recensirt sind mehrere geographische, mathematische und naturgeschichtliche Bücher.

Heft 3. Ein paar Nachträge zu früheren Aufsätzen von Schlosser und Hess und eine algebraische Notiz von Miller ist die ganze Ausbeute dieses Heftes. — Unter den Recensionen ist die von Beetz, Leitfaden der Physik durch Kurz bemerkenswerth.

Heft 4. Enthält nur einige Recensionen: der geographischen Lehrbücher von Guthe-Wagner, Ritter, Klein, von Bothe's Rechenaufgaben, Mikoletzky's Constructionen algebraischer Ausdrücke und Genau's Leitfaden der Planimetrie.

Heft 5. Kurz bringt die physikalischen Miscellen: Nr. 83. Skalenaräometer. 84. Energie des Pendels. 85. Reduction des Barometers auf 0°. 86. Die mechanische Wärmetheorie noch einmal. 87. Specifische Gewichtsbestimmung etc. 88. Wasserpumpe. — Rencensirt sind: Hartmann populäre Astronomie, und Sternfreund astronomischer Führer. Literarische Notizen.

Heft 6. Miller-München gibt einige (angeblich) „neue Beziehungen im regulären Zehnecke". Braunmühl- ebenda ein Verfahren zur Division ganzer Zahlen aus dem 13. Bde. (1835) von Crelle's Journal, welches einer Nachschrift des Redacteurs Kurz zufolge von zweifelhaftem Werthe ist. Recensirt sind: Krist Anfangsgründe der Naturlehre, Gallenkamp Elemente der Mathematik, Wittstein Analysis und analytische Geometrie, Bremiker fünfstellige logarithmische Tafeln.

Zeitschrift für Schulgeographie. Jahrg. I. (1880.)
(Fortsetzung von Heft 4, S. 332.)

Heft 3. Mayer-Wien erörtert die Bedeutung Ritter's und Peschel's für die Geographie und zieht auch Humboldt zum Vergleich heran. Er schliesst seinen Aufsatz mit den (schon früher von uns angeführten) Worten: „Von den dreien hat Humboldt am meisten gesehen und ergründet, Peschel am klarsten gedacht und am feinsten combinirt, Ritter am meisten gelesen." (Ob hier Ritter's Verdienste nicht unterschätzt sind? Ref.) Sodann werden einzelne Abschnitte aus geographischen Werken reproducirt**), aus Müller's Ethnographie: „Culturstufen und Culturmittelpunkte"; aus Weyprecht's Metamorphosen des Polareises „Polargletscher und Eisberge". Eine mathematische Geographie von einem gewissen Hrn. Buxbaum aus Rheinhessen, ein leichtfertig gemachtes Excerpt aus Diesterweg's Himmelskunde, erhält von Leitzinger-Bregenz seine verdiente Abfertigung. Besprochen sind noch: die geographischen Lehrbücher von Guthe-Wagner und Klein, die astronomischen Geographieen von Günther und Martus.

---

*) Auch in diesem neuen Jahrgange sind die Materien wieder bunt durcheinander gewürfelt. Die Herren Redacteure haben sich also noch nicht zu einer Ordnung entschliessen können? Selten auch findet man in dieser Zeitschrift einen längeren, gehaltvolleren Aufsatz, meist kleine Anmerkungen (Aphorismen) und dürftige Notizen. Das Alt-Philologische, freilich auch nur mehr in Aphorismen, beherrscht noch die ganze Zeitschrift.

**) Solche Reproductionen haben nur Werth, wenn sie wörtliche Abdrücke oder genaue und geistvolle Zusammenfassungen oder Verarbeitungen der betr. Capitel sind. Ob das eine oder das andere stattfindet, ist immer im Texte anzugeben. D. Ref.

Bibliographische Rundschau: Bücher, Zeitschriften, Karten, Fragenbeantwortung.

Heft 4. Grube's Ansichten über die Verwendung seiner geographischen Charakterbilder (s. D. Blätter f. erz. Unt. 1877. Nr. 7) werden mitgetheilt. — Hauptvogel-Prag polemisirt unglücklich gegen Wolf's im 2. Hefte niedergelegte Ansichten über das Zeichnen beim geographischen Unterrichte. — „Zur Kenntniss der Tropenwelt", Reproduction aus Wallace's „Tropical Nature and other Essays. — Die Geographie auf der allgemeinen Lehrmittel-Ausstellung zu Trier, Herbst 1879, Bericht von Dronke-Trier. Jarz-Znaim (Mähren) gibt auf Grund neuerer Forschungen eine Skizze der Sahara. Es folgen Notizen, Literatur, bibliographische Rundschau, Zeitschriften, Karten, Fragenbeantwortung.

Kosmos, Jahrgang III. (Nachtrag.)

(Fortsetzung von Heft 5, S. 418.)

Heft 10. Schultze entwickelt seine Ansichten über die „Entstehungsgeschichte der Vorstellung Seele" und setzt dies fort in den folgenden Nummern. — Ball spricht über den Ursprung der europäischen Alpenflora, Günther behandelt „das leuchtende Barometer".

Kleinere Mittheilungen: Verwandtschaft von Alpen mit Phanerogamen, Käfer mit Schmetterlingsrüssel, Sitten der Ameisen, Riley's Untersuchungen über die Verpuppung gewisser Schmetterlinge, Bau der Gehirnganglien der Insecten, Ueberreste von Riesenvögeln, Chimpanse des Berliner Aquariums, weissgewordener Neger.

Literatur und Kritik: Jäger, Entdeckung der Seele. — Trewendts-Breslau Encyclopädie der Naturwissenschaften. — Hellwald's Erde und ihre Völker. — Henne am Rhyn, deutsche Volkssagen im Verhältniss zu den Mythen alter Zeiten und Völker. — Wurtz, atomistische Theorie. — Kalischer, Farbenblindheit.

Heft 11. (Schultze's Fortsetzung s. o.). Marsh, Geschichte und Methode der paläontologischen Entdeckungen (Vortrag aus Amerika). — „Ueber quaternäre Pferde", Uebersetzung aus dem „Archivio per l'Anthropologia" (mit Illustrationen). Buckland „über den Gebrauch von Erregungsmitteln bei wilden Völkern und bei den Alten".

Kleinere Mittheilungen und Journalschau. Die ersten 200 Asteroiden. Sinken die Anden? (Vortrag von Dr. Reiss in der Berliner Gesellschaft für Erdkunde. Antwort: Nein, sie steigen vielmehr auf). — „Ueber den Ursprung der einheimischen Föhren-Arten", Resultate eines Artikels in den Denkschriften der Wiener Akademie von Ettinghausen. Wasserthiere in Baumwipfeln (Elpidium Bromeliarum). Neue Jurassische Reptilien und Säuger aus den Felsengebirgen. Entwickelungsgeschichte der Seele (Psychogenesis), Vortrag von Preyer-Jena. Seltsame Esel auf den Galopagos-Inseln.

Literatur und Kritik. Gährungstheorie Nägeli's (von Dr. A. Dodel-Port). Morley „On Compromise", deutsch von Haller („Ueberzeugungstreue"). Klein, Anleitung zur Durchmusterung des Himmels.

Heft 12. Schultze und Marsh (s. o.) Fortsetzung und Schluss. Müller, Falterblumen des Alpenfrühlings und ihre Liebesboten. Mehlis, Ueber den Culturzustand der Sueben bei ihrem Eintritt in die Geschichte.

Kleinere Mittheilungen und Journalschau. Neue Beobachtungen an den Sonnenflecken, Ursprung der Feuersteine, Tabak und Hummeln, Entwickelung der Auster, Mosasaurier (Illustr.), die Analogie der Amylnitril-Wirkung mit den Vorgängen des Beschämtseins bes. von Dr. Filehne, Culturpflanzen der alten Trojaner und Peruaner, Kopfbildung der Brettschneider (Schädeldeformation).

Literatur und Kritik. Ch. Martins gesammelte Schriften, übers. von Born. Pfaff, Mechanismus der Gebirgsbildung. Die neuen Werke

von Graber und Taschenberg über Insectenkunde. Stacke und Lindenschmit, deutsches Alterthum. Hoppe, Scheinbewegungen*).

Kosmos Jahrgang IV.

(Fortsetzung von Heft 5, S. 418.)

Heft 3. Wagner schliesst seinen Aufsatz über die Entstehung der Arten durch Absonderung. — Kühne spricht über einen todten Punkt in der Physiologie der Muskelzelle, Krause behandelt die Bastardtheorie.

Kleinere Mittheilungen und Journalschau: Antidarwinistische Vorträge in der Wiener geologischen Reichsanstalt. — Neues äusserstes Glied in der Reihe der amorphen Kohlenarten. — Constante Skalaridenbildung eines Schneckengehäuses etc. — Die Stegosaurier. — Pliocänhirsche im oberen Arnothale. — Filzpantoffeln säugende Hündin.

Literatur und Kritik. Bonnier angebliche Widerlegung der Blumentheorie. — Erasmus Darwin und seine Stellung in der Geschichte der Descendenztheorie. — Naturwissenschaftliche Kenntnisse der Talmudisten. — Behrens, methodisches Lehrbuch der Botanik. — Lauth, aus Egyptens Vorzeit. — Dodel-Port, illustrirtes Pflanzenleben (lobend besprochen).

Heft 4. Huxley, zur bevorstehenden Grossjährigkeit der Darwin'schen Theorie, Vorlesung geh. in die Londoner Royal Institution. — Krause, Skizze aus der Entwickelungsgeschichte. — Müller, Bedeutung der Alpenblumen für die Blumentheorie. — Schneider, Beobachtungen an einem Affen. — Caspari, die Seelenvorstellung und ihre Bedeutung für die moderne Psychologie.

Kleinere Mittheilungen und Journalschau. Der grosse Komet von 1880. Aufrechtstehende Baumstämme der Steinkohlenschichten. Aehnlichkeit von Blumen und Früchten. Ueber die Parthenogenesis. Organisation und Klassification der höheren Medusen-Akraspeden. Das Brustbein der Dinosaurier. Ein fünfzehiger Raubvogel. Die vorhistorische Zeit in Egypten.

Literatur und Kritik. Hauck, subjective Perspective. — Magnus, Farbensinn der Naturvölker. — Manitius, die Sprachenwelt. — Schultze, Kinnorlieder, (althebräische Dichtungen). — Wallace-Bruns, Tropenwelt.

Signale.

Wir machen unsere Leser aufmerksam auf folgendes Werk, welches im Verlage von Quandt & Händel in Leipzig demnächst erscheinen soll:

Physikalische Demonstrationen. Anleitung zum Experimentiren im physikalischen Unterricht an Gymnasien, Realschulen und Gewerbschulen. Von Dr. Adolf F. Weinhold, Professor an der königl. höhern Gewerbschule in Chemnitz. Mit 4 lithogr. Tafeln und über 400 in den Text gedruckten Originalholzschnitten. 1. Lieferung. Preis 5—6 Mark.

Der Verfasser dieses Werkes hat es sich seit einer Reihe von Jahren zur ganz besonderen Aufgabe gemacht, für die mittleren Stufen des physikalischen Unterrichts (also für Gymnasien, Realschulen und Gewerbeschulen) die möglichst instructive und zweckmässige Form der anzustellenden Experimente aufzusuchen. Er gibt nun eine für diesen Zweck sehr reichlich bemessene Auswahl von Demonstrationsversuchen mit ganz detaillirter, durch zahlreiche Illustrationen erläuterter Beschreibung der erforderlichen, zum Theil ganz neu construirten Apparate und der Art ihres Gebrauches. Für die Form der anzustellenden Versuche und der anzuwendenden Apparate ist die Rücksichtnahme auf Lehrhaftigkeit sowohl, als auch auf Sparsamkeit mit den verfügbaren Mitteln und der meist knapp bemessenen Zeit massgebend gewesen. Das mühsame und zeitraubende Probiren bei der Auswahl der Versuche und bei der Handhabung der Apparate soll dem Lehrer einer Mittelschule, dessen Zeit und

*) Hiermit haben wir unser (S. 328. Anm. Heft 4) gegebenes Versprechen erfüllt, nachträglich den Inhalt dieses Bandes mitzutheilen. D. Ref.

Arbeitskraft meist durch mehrere Unterrichtsfächer in Anspruch genommen ist, erspart und ihm in dem Werke ein Hilfsmittel dafür geboten werden, den experimentellen Theil seines Unterichts möglichst erspriesslich zu gestalten. — Das Werk wird in drei Lieferungen von ungefähr gleichem Umfange und Preise ausgegeben und bis Ostern 1881 vollständig erschienen sein.

Es würde das also ein ähnliches Werk sein, wie sie uns Frick, Crüger, Heussi, Netolizka bereits geboten haben, oder wie es für die Chemie Arendt („Technik der Experimentalchemie") soeben erscheinen lässt. Wir dürfen von dem Verfasser — seiner „Vorschule der Experimentalphysik" nach zu urtheilen — eine tüchtige Leistung erwarten und wünschen, dass er eine Anleitung schaffen möge, welche, im Hinblick auf den Mangel der Schulung unserer Physik-Lehramtscandidaten an Hochschulen (s. VIII, 186), dem angehenden Physiklehrer das bieten möge, was ihm die Hochschule vorenthielt. Freilich, die Praxis kann kein Buch ersetzen, daher muss der Autor eines physikalischen Lehrbuchs Müller's Worte (s. S. 133 Anm.) beherzigen. Auch die Bequemlichkeit, Nonchalance, landläufige Mache und — Arroganz vieler Mechaniker könnte dabei eine Lection erhalten (s. unsere Bem. Heft 5, S. 406).

Teubner's Mittheilungen Nr. 4. (1880.)

Wir machen auf folgende künftig erscheinende Bücher aufmerksam:

Frick-Höxter, Geographisches Vademecum für den historischen Unterricht, enthaltend in alphabetischer Reihenfolge: alle für den Geschichtsunterricht in Betracht kommenden Localitäten nebst genauer Angabe ihrer Lage nnd Hinzufügung der sie betreffenden Ereignisse und Thatsachen.

Weiler in Hottingen-Zürich, Leitfaden der mathematischen Geographie für den Unterricht an Mittelschulen.

Schell, Theorie der Bewegung und der Kräfte, erscheint in 2. Auflage. (II. Band mit 3. u. 4. Theile.)

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, III. Heft, (Supplem. zu Schlömilch's Zeitschr.) enth. meist Uebersetzungen von Abhandlungen der Mathematiker alter und mittelalterlicher Völker (Hebräer, Araber).

Tait, Element. Handbuch der Quaternionen übersetzt von Scherff.

Zu den Lehr-Utensilien.

(Matter schwarzer Tafelanstrich.)

Prof. Selenka in Erlangen empfiehlt im Zool. Anzeiger (II. Jahrg. S. 359) folgenden Tafelanstrich als sehr dauerhaft. Man mische 100 g Copallack mit 100 g dünnflüssigem russ. Terpentinöl zu 140 g Frankfurter Schwarz, reibe die Masse schnell in einer Reibschale zusammen und trage die Farbe mit einem grossen Pinsel unter raschen gleichmässigen Strichen auf. Nach 24 Stunden ist der Anstrich vollkommen hart. Neue Tafeln bedürfen zuvor eines Anstrichs mit schwarzer Oelfarbe.

Preisaufgabe für den von A. Freiherrn von Baumgartner gestifteten Preis (Wien).

(Ausgeschrieben am 28. Mai 1880.)

Die mathem.-naturw. Klasse der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften hat in ihrer ausserordentlichen Sitzung vom 26. Mai d. J. beschlossen, für den A. Freiherr v. Baumgartner'schen Preis als Aufgabe die mikroskopische Untersuchung des Holzes lebender und fossiler Pflanzen zu stellen.

Es sollen durch diese Untersuchung, und zwar insbesondere durch Vergleichung aller bekannten recenten und fossilen Hölzer Merkmale ermittelt werden, mit deren Hilfe es mög-

lich sein wird, aus mikroskopischen Schnitten und Schliffen eines Holzes Gattung und Art mit Sicherheit zu bestimmen.

Der Einsendungstermin der Bewerbungsschriften ist der 31. December 1882; die Zuerkennung des Preises von 1000 fl. ö. W. findet eventuell in der feierlichen Sitzung des Jahres 1883 statt.

Zur Verständigung der Preiswerber folgen hier die auf die Preisschriften sich beziehenden Paragraphe der Geschäftsordnung der k. Akademie der Wissenschaften: § 57. Die um einen Preis werbenden Abhandlungen dürfen den Namen des Verfassers nicht enthalten, und sind, wie allgemein üblich, mit einem Motto zu versehen. Jeder Abhandlung hat ein versiegelter, mit demselben Motto versehener Zettel beizuliegen, der den Namen des Verfassers enthält. Die Abhandlungen dürfen nicht von der Hand des Verfassers geschrieben sein. In der feierlichen Sitzung eröffnet der Präsident den versiegelten Zettel jener Abhandlung, welcher der Preis zuerkannt wurde, und verkündet den Namen des Verfassers. Die übrigen Zettel werden uneröffnet verbrannt, die Abhandlungen aber aufbewahrt, bis sie mit Berufung auf das Motto zurückverlangt werden. — § 58. Theilung eines Preises unter mehrere Bewerber findet nicht statt. — § 59. Jede gekrönte Preisschrift bleibt Eigenthum ihres Verfassers. Wünscht es derselbe, so wird die Schrift durch die Akademie als selbständiges Werk veröffentlicht und geht in das Eigenthum derselben über. Ein Honorar für dasselbe kann aber dann nicht beansprucht werden. — § 60. Die wirklichen Mitglieder der Akademie dürfen an der Bewerbung um diese Preise nicht Theil nehmen. — § 61. Abhandlungen, welche den Preis nicht erhalten haben, der Veröffentlichung aber würdig sind, können auf den Wunsch des Verfassers von der Akademie veröffentlicht werden.

Bei der Redaction eingelaufen.

(Mitte September.)

Neue Werke.

Buys, Lucien, La science de la quantité. Bruxelles 1880.
Klempt, Lehrb. z. Einführ. in die moderne Algebra. Leipzig. Teubner. 1880.
Niedermüller, Lagrange's mathematische Elementarvorlesungen. Ib.
Besso, Davidde, Elementi di Trigonometria piana. Roma-Torino. Löscher. 1880. — Tavole di seni e coseni (Appendix zu diesem Werke). Ib.
Schlunke, Beitrag zur Theorie der Stabilität schwimmender Körper. Kiel. Töche. 1880.
Claus, Kleines Lehrbuch der Zoologie zum Gebrauch an Universitäten und höheren Lehranstalten. Marburg. Elwert. 1880.
Uhlworm, Botanisches Centralblatt. I. Quartal 1880. Cassel. Th. Fischer. 1880.

Neue Auflagen.

Boymann-Werr, Lehrbuch der Mathematik. I. Th. (Geom. der Ebene). 9. Aufl. Düsseldorf. Schwann. 1880.
Zehme, Lehrbuch der ebenen Geometrie nebst Repetitions- (Figuren-) Tafeln. 6. Aufl. Leipzig. Teubner. 1880.
Adam, Lehrbuch der Buchstabenrechnung und Algebra. II. Th. 2. Aufl. Neu-Ruppin. Petrenz. 1880.
Wiess, Elemente der Botanik. 2. Aufl. Leipzig. Langewiesche. 1880.

Kalender.

Fromme, österr. Professoren- und Lehrer-Kalender für das Studienjahr 1880/81 (13. Jahrg.), redigirt von Dassenbacher (zum praktischen Gebrauch mit Notizbuch).
Fromme, österr. Studenten-Kalender für Mittelschulen (mit Notizbuch), redigirt von Czuberka.

Zeitschriften und Programme.

Kosmos IV, 5—6.